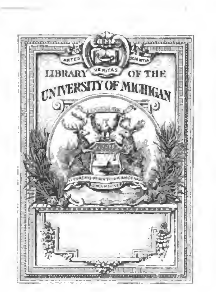

V
G
S
P
m
R
J
L
H
N
M
K
Zeitschrift für
Instrumentenkunde



ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN

ZEITSCHRIFT

FÜR

INSTRUMENTENKUNDE.

93484

Organ

für

Mittheilungen aus dem gesammten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

E. Abbe in Jena, **Fr. Arzberger** in Wien, **S. Czapski** in Jena, **W. Foerster** in Berlin, **R. Fuess** in Berlin, **E. Hammer** in Stuttgart, **H. Kronecker** in Bern, **H. Krüss** in Hamburg, **H. Landolt** in Berlin, **V. v. Lang** in Wien, **S. v. Merz** in München, **G. Neumayer** in Hamburg, **A. Raps** in Berlin, **J. A. Repsold** in Hamburg, **A. Rueprecht** in Wien, **A. Westphal** in Berlin.

Redaktion: Prof. Dr. **St. Lindeck** in Charlottenburg-Berlin.

Neunzehnter Jahrgang 1899.

Mit Beiblatt: Deutsche Mechaniker-Zeitung.



Berlin.
Verlag von Julius Springer.
1899.

Inhaltsverzeichniss.

Referate.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. H. **Landolt**, Vorsitzender, Prof. Dr. A. **Westphal**, geschäftsführendes Mitglied, Prof. Dr. E. **Abbe**, Dr. H. **Krüss**.

Redaktion: Dr. St. Lindeck in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang. **Januar 1899.** Erstes Heft.

Ueber ein Fernrohrobjektiv mit verbesserter Farbenkorrektion.

Von
M. Wolf in Heidelberg.

Von Hrn. Dr. Pauly (Firma C. Zeiss in Jena) wurde mir am Anfang September dieses Jahres ein neues zweilinsiges Fernrohrobjektiv zur Prüfung übersandt, welches aus neuen Glassorten hergestellt war, und welches Verbesserungen gegen die seitherigen achromatischen Objektive aufweisen sollte. Ich habe diese Linse untersucht und die Resultate sind für die Praxis sehr interessant, sodass ich mir erlauben möchte, hier davon zu berichten.

Das Objektiv, welches einen freien Durchmesser von 8 Pariser Zoll = 212 *mm* besitzt, hat nach meinen Messungen eine Brennweite von 445 *cm*, also das ziemlich kleine Oeffnungsverhältniss von 1 : 21. Das Glas besitzt kleine Bläschen, ist aber sehr durchsichtig und farblos.

Bei der grossen Brennweite wurde es nöthig, ein besonders kräftiges, neues Rohr für die Untersuchung zu bauen; es wurde in unserer Werkstatt aus Forlenholz hergerichtet. Die zuerst dafür in Aussicht genommene, für derartige Zwecke vorhandene Montirung erwies sich als zu schwach, sodass ich gezwungen war, die drei Rohre des photographischen Refraktors von ihrer Montirung abzunehmen und an deren Stelle das neue Rohr, versehen mit einem kräftigen Sucher, zu montiren. Das Objektiv wurde dann justirt und genau zentrirt und konnte vermöge des vorzüglichen Triebwerkes der kräftigen paralaktischen Montirung voll ausgenutzt werden.

Die ersten Abende wurden benutzt, um die chromatische und sphärische Abweichung zu messen, die folgenden waren der Aufnahme feiner Doppelsterne, interessanter Nebelflecke und der Beobachtung des Mondes gewidmet. Die Sonne wurde täglich beobachtet; es spielte sich gerade jenes wundervolle Fleckenphänomen auf ihr ab, das zu dem grossen Nordlicht am 9. September Veranlassung gab.

Wellenlänge		Einstellung in mm	in $^1/_{1000}$ der Brennweite
B	690	2,67	+ 1,7
C	660	2,51	— 1,8
D	590	2,47	— 2,7
E—b	520	2,59	— 0,0
F	486	2,59	∓ 0,0
G	434	4,97	+ 53,3
—	420	6,24	+ 82,1

Um zuerst die chromatische Abweichung zu bestimmen, wurde ein Okularspektroskop am Fernrohr befestigt, während seitlich ein Mikrometermikroskop angebracht

war, um nach der Methode von Vogel die Verschiebung des Okularauszuges für die Einstellung auf verschiedene Farben zu messen. Es wurden dazu hauptsächlich die Sterne α Herculis, α Aquilae und α Lyrae benutzt und aus 12 Beobachtungsreihen die vorstehenden Werthe erhalten.

Ich will hier zum Vergleich die Werthe anführen, die von drei berühmten anderen Objektiven bekannt sind. Die Zahlen sind Hunderttausendtel der mittleren Brennweite und bedeuten die Abstände der Brennpunkte der verschiedenen Farben von demjenigen für Hellblau (486 *F*).

Wellenlänge		Fraunhofer	Grubb	Clark	Pauly
B	690	— 19	+ 10	0	+ 2
C	660	— 30	— 19	— 35	— 2
D	590	— 65	— 51	— 65	— 3
E—b	520	— 28	— 57	— 42	— 0
F	486	∓ 0	∓ 0	∓ 0	± 0
G	431	+ 92	+ 203	+ 209	+ 53
—	410	+ 362	+ 342	+ 398	+ 116

Die Abstände sind gerechnet in der Richtung des Strahlenganges positiv und, wie gesagt, von der Einstellung für *F*, d. h. Hellblau ab, alle in Hunderttausendtel der jeweiligen Brennweite. Die letzte Rubrik enthält die Zahlen für das zu prüfende Objektiv von Pauly. Die beiden ersten Objektive hat Vogel untersucht. Es sind das Fraunhofer-Instrument der Berliner Sternwarte von 243 *mm* Oeffnung und 433 *cm* Brennweite und der Grubb'sche Refraktor in Potsdam von 207 *mm* und 316 *cm*. Die Linse von Clark ist das grosse Objektiv der Licksternwarte von 36 *Zoll* Oeffnung und 57 *Fuss* Brennweite. Die Werthe sind den Messungen von Keeler entnommen.

Von diesen dreien ist das Fraunhofer'sche Objektiv das beste. Die andern kommen ihm sehr nahe. Das Pauly'sche ist aber mit allen dreien gar nicht mehr vergleichbar, es überflügelt sie so weit, dass praktisch bei ihm alle visuellen Strahlen in eine Ebene zusammenfallen. Der durch Dr. Pauly gemachte Fortschritt ist also sehr bedeutend. Am frappantesten ist der Anblick eines Sternspektrums selbst, das von *B* bis beinahe gegen *G* hin dem Auge völlig linear erscheint. Die Gesammtabweichung beträgt ja für alle optischen Strahlen nur zwei Zehntel eines Millimeter. Nur mit starker Vergrösserung und grosser Sorgfalt lässt sich die Abweichung überhaupt messen.

Die Abweichung zwischen Rand- und Mittelstrahlen für mittleres Licht ist ebenfalls nicht gross. Es wurde nach der veralteten Methode von Fraunhofer ein kreisförmiger Ausschnitt einmal vor das Zentrum, das andere Mal an den Rand gebracht und die Differenz der Fokusirung auf den Mond mit dem Mikroskop gemessen. Aus 24 Ablesungen ergab sich die Differenz zu

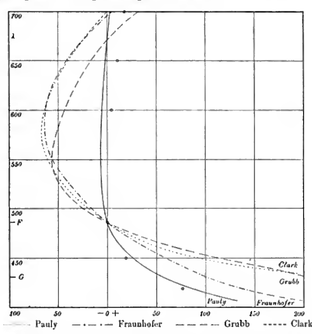
$$\frac{60}{100\,000}$$

der Brennweite, und zwar haben die Randstrahlen eine *kürzere* Brennweite als die Mittelstrahlen. Das wäre so viel, als die chromatische Abweichung zwischen Gelb und Blau beträgt. Nun ist aber diese Differenz grösstentheils der chromatischen Abweichung selbst zuzuschreiben, was schon aus der Lage hervorgeht. Die verschiedene chromatische Korrektion von Rand und Mitte bedingt eine solche scheinbare sphärische Abweichung, wenn die Gauss'sche Bedingung nicht erfüllt ist. Das zur Untersuchung benutzte Mondlicht ist nicht homogen genug.

An vier Abenden wurde trotz ziemlich stürmischen Wetters und unruhiger Luft die Trennung enger Doppelsterne mit dem neuen Objektiv versucht. Unabhängig vom Katalog wurden die Distanzen und Positionswinkel geschätzt und erst nachträglich verglichen. Die Paare

η	Coronae	Distanz	0,4"	Grössen	5	und 6	
μ_2	Bootis	"	0,9	"	7	" 8	
1	Coronae	"	0,8	"	6	" 7	
γ	Coronae	"	0,4	"	4	" 7	
λ	Cassiopeiae	"	0,6	"	6	" 6	
μ	Cygni	"	2,9	"	4	" 5	
ζ	Herculis	"	0,5	"	3	" 7	(schwierig)
$O\Sigma$	338	"	0,7	"	$6^1/_2$	" $6^1/_2$	
Σ	2695	"	0,9	"	6	" 8	

konnten gut getrennt werden. Dagegen konnten die Paare ζ Bootis (0,2", 4—4) und 52 Arietis, dessen Konstanten mir unbekannt sind, nicht getrennt, aber möglicherweise länglich gesehen werden. Vielleicht war das den vom Winde stark verwehten Bildern zuzuschreiben. Merkwürdigerweise wurde auch Arcturus im *P. W.* von 120° etwas länglich gesehen. Vergrösserung stets 825-fach.



Die Beugungsringe zeigten sich sehr schön. Die Scheibchen waren kreisrund, und ich fand (mit Dr. Schwassmann) aus zahlreichen Schätzungen mit Hülfe der Distanzen von bekannten Doppelsternen für

Sterne der 6.	Grösse	Scheibendurchmesser	0,24"
$6^1/_2$.	"	"	0,21
8.	"	"	0,15.



Ueberraschend schön war das völlig farblose Bild von Mondkratern und Sonnenflecken, das einen ganz eigenartigen Reiz bot und bei 825-facher Vergrösserung ungewohnte Details zu sehen gestattete, von denen an anderer Stelle berichtet werden mag.

Gerade in dieser Eigenschaft der völligen Freiheit vom sekundären Spektrum liegt bei der schon grossen Lichtkraft der Werth eines solchen Objektives für die praktische Forschung, und wir können Hrn. Dr. Pauly nur beglückwünschen, hier einen bedeutenden Fortschritt gemacht zu haben; denn nach allen Proben ist das neue Objektivglas zum Unterschied von den früheren Apochromaten in seiner Masse auch völlig widerstandsfähig und haltbar.

In der umstehenden Figur habe ich die Kurven der Farbenabweichung der drei älteren Objektive von Clark, Fraunhofer und Grubb mit jener des Pauly'schen Objektives zusammengestellt. Alle vier sind nicht von der Abweichung des Auges befreit, sondern sie enthalten sie, wie es zur Beurtheilung der Brauchbarkeit nothwendig ist. Die reduzirten Werthe der Pauly'schen Kurve sind übrigens durch einige Punkte angegeben.

Man erkennt auf den ersten Blick die grosse Ueberlegenheit des neuen Objektives, das mit der Ruhe des Refraktors die Farblosigkeit des Reflektors verbindet.

Grossh. Astrophysikal. Observatorium Heidelberg, September 1898.

Ueber die Anwendbarkeit der Methode der Totalreflexion auf kleine und mangelhafte Krystallflächen.

Von
Dr. C. Pulfrich in Jena.

I. Methode.

Die Vortheile, welche die Methode der Totalreflexion für das Studium der Lichtbewegung in Krystallen darbietet, sind bisher für die Zwecke der praktischen Krystallographie nur sehr wenig zur Geltung gekommen. Zwar hat die Methode in der von mir eingeführten Form — Benutzung eines vertikal gestellten und um seine Achse rotirenden Glaszylinders, an dessen Stelle später Abbe eine Halbkugel gebracht hat — einen relativ hohen Grad der Leistungsfähigkeit erreicht. Thatsächlich sind auch die auf dieser Grundlage gebauten Instrumente vielfach mit Erfolg für krystalloptisch-physikalische Studien benutzt worden. Dagegen hat man für krystallographisch-mineralogische Untersuchungen erst wenig Gebrauch von den Apparaten gemacht. Der Grund hierfür liegt hauptsächlich darin, dass man mit den vorhandenen instrumentellen Hülfsmitteln bisher nicht in der Lage war, die Erscheinungen der Totalreflexion auch an kleinen und mangelhaften Krystallflächen zu beobachten.

Es ist mir gelungen, diesen Missstand zu beseitigen. Es lassen sich jetzt mit Hülfe der im Folgenden näher bezeichneten Einrichtungen Flächen zur Untersuchung heranziehen, welche nur Bruchtheile eines Quadratmillimeter gross sind und hinsichtlich ihrer Oberflächenbeschaffenheit weit hinter denjenigen Krystallflächen zurückstehen, bei denen man bisher noch auf eine erfolgreiche Untersuchung nach der Methode der Totalreflexion rechnen durfte. Hiermit ist ein Wunsch in Erfüllung gegangen, der mir zum ersten Mal vor etwa 10 Jahren durch Hrn. Prof. Arzruni zum Ausdruck gebracht worden ist. In den späteren Jahren hat Hr. Prof. Linck in Jena

wiederholt meine Aufmerksamkeit auf diese Aufgabe gelenkt. Ebenso hat sich Hr. Prof. Linck in grosser Bereitwilligkeit die Erprobung des neuen Apparates für den praktischen Gebrauch angelegen sein lassen, wofür ich ihm den grössten Dank schulde.

Das erste, mit den neuen Einrichtungen ausgerüstete Instrument wurde im Jahre 1895 hergestellt. Seit jener Zeit sind eine Reihe von Apparaten dieser Art in den praktischen Gebrauch übergegangen. Das Verfahren ist durch Arbeiten, welche in dem mineralogischen Museum der Universität Jena und neuerdings auch in dem mineralogischen Institute zu München zur Ausführung gelangten, im Einzelnen praktisch erprobt worden[1]). In einem am 22. Sept. 1897 auf der Naturforscher-Versammlung in Braunschweig gehaltenen Vortrage habe ich das Instrument zum ersten Male weiteren Kreisen vorgeführt. Eine ausführliche Publikation ist in Folge anderweitiger Arbeiten von mir immer wieder verschoben worden.

Inzwischen ist durch Herrn Prof. Wallerant in Paris ein Verfahren veröffentlicht worden, welches ihm ermöglicht, die Grenzkurven der Totalreflexion an sehr kleinen Krystallflächen *unter dem Mikroskop* zu beobachten. Die erste Mittheilung über den Wallerant'schen Apparat findet sich in den *Compt. rend.* ***124.*** *S. 315. 1897*, die ausführliche Beschreibung des Instruments im *Bulletin de la Société française de Minéralogie* ***20.*** *S. 234. 1897.* Bemerkenswerther Weise hat Hr. Wallerant, ohne von meiner Versuchsanordnung Kenntniss zu haben, im Wesentlichen die gleichen Hülfsmittel angewandt wie ich.

Auch sei an dieser Stelle auf die neuerdings von Hrn. Prof. C. Klein in Berlin publizirte Arbeit „Die Anwendung der Methode der Totalreflexion in der Petrographie"[2]), sowie auf die in derselben beschriebenen Apparate des Näheren hingewiesen.

Die Lösung der obigen Aufgabe ergab sich mir zugleich mit der Lösung einer anderen, der obigen nahe verwandten Anfgabe, mit der ich mich in den letzten Jahren auf Anregung des Hrn. Prof. V. Goldschmidt in Heidelberg beschäftigt habe, der Aufgabe nämlich, wie die Versuchsbedingungen für die *krystallgoniometrische* Untersuchung von Krystallen mit kleinen und unregelmässigen Flächen wesentlich verbessert werden können. Das für solche Aufgaben konstruirte (zweikreisige) Goniometer ist inzwischen in mehreren Exemplaren fertiggestellt und wird bei nächster Gelegenheit beschrieben werden.

In beiden Fällen ist das Ziel erreicht worden dadurch, dass *erstens* das bisher fast ausschliesslich benutzte vergrössernde Fernrohr durch ein verkleinerndes ersetzt worden ist, und dass *zweitens* in der Austrittspupille des Beobachtungsrohres Blendvorrichtungen zum Einschliessen der zu untersuchenden Krystallfläche in Anwendung kommen. Diese beiden Hülfsmittel habe ich für die vollständige Lösung der Aufgabe als ausreichend gefunden. Auch hat jedes der beiden Hülfsmittel, für sich allein angewandt, grossen Nutzen. Die Blendvorrichtung sollte in Zukunft bei keinem Krystallrefraktometer und bei keinem Krystallgoniometer fehlen.

Die Anwendung einer Diaphragmirungsvorrichtung im Augenkreis eines Fern-

[1]) E. Zschimmer, Krystallographische Untersuchung einiger Abkömmlinge des Pyrazols. *Zeitschr. f. Krystallogr. u. Miner.* ***29.*** *S. 217. 1898;* A. Eppler, Die eutropischen Reihen der Calcium-Strontium-Baryum-Gruppe. *A. a. O.* ***30.*** *S. 118. 1898;* E. Zschimmer, Die Verwitterungsprodukte des Magnesiaglimmers etc. Inauguraldissert. Jena 1898; C. Viola, Ueber einige im mineralogischen Institute zu München ausgeführte Untersuchungen. *Zeitschr. f. Krystallogr. u. Miner.* ***30.*** *S. 417. 1898.*

[2]) *Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1898. S. 317.*

rohres ist nicht neu. Eine solche Vorrichtung wurde schon früher[1]) durch Hrn. Dr. **Czapski** für krystallgoniometrische Aufgaben in Vorschlag gebracht. Sie ergiebt sich als eine direkte Folgerung aus der von Hrn. Prof. **Abbe** gegebenen Theorie der Strahlenbegrenzung in optischen Instrumenten[2]). Demzufolge hat jede am Krystallbild vorgenommene Abblendung die gleiche Wirkung wie die entsprechende am Krystall selbst vorgenommene Abblendung. Die Vorrichtung setzt den Beobachter in den Stand, die zu untersuchende Krystallfläche oder einen Theil derselben *für sich allein*, d. h. völlig losgelöst von der Wirkung der Umgebung zu studiren, ohne dass am Krystall selbst das Geringste vorgenommen zu werden braucht. Auch kann man damit schnell von einer Fläche zu einer anderen übergehen, sowie jederzeit angeben, von welcher Fläche bezw. von welchem Flächentheil die beobachtete Wirkung ausgeht[3]).

Welcher Art die Blende ist, ist im Grossen und Ganzen nebensächlich. Hr. Dr. **Czapski** benutzte *a. a. O.* eine Iris auf einem Kreuzschlitten. Für das Goniometer habe ich eine aus vier verstellbaren Spaltbacken bestehende Vorrichtung, die ausserdem um die Fernrohrachse gedreht werden kann, in Anwendung gebracht. Für das Krystallrefraktometer (siehe weiter unten Fig. 2) wurde eine drehbare Scheibe mit Löchern von verschiedenem Durchmesser für ausreichend befunden.

Mit der Anbringung einer Blende im Augenkreis ist also schon sehr viel erreicht. Für eine rationelle Verwerthung dieses Hülfsmittels für die Untersuchung kleiner Flächen aber war noch nothwendig, dass man das vergrössernde Fernrohr durch ein verkleinerndes ersetzt. Es erscheint dann im Augenkreis nicht mehr ein verkleinertes, sondern ein vergrössertes Bild des Krystalls — die Grösse des Krystallbildes ist, linear gemessen, gleich der Grösse des Krystalls, multiplizirt mit dem reziproken Werthe der Vergrösserungsziffer des Fernrohrs — und man ist im Stande, die Einschliessung einer gegebenen kleinen Fläche ohne Mühe und ohne besondere Anforderungen an die Beschaffenheit der Blendvorrichtungen zu bewerkstelligen.

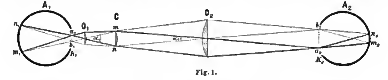


Fig. 1.

Aus dem in vorstehender Fig. 1 skizzirten Strahlengange treten die geschilderten Verhältnisse deutlich zu Tage. Dasselbe Fernrohr $O_1\,C\,O_2$ ist, je nachdem man von der einen oder von der anderen Seite in dasselbe hineinschaut, ein (dreimal) vergrösserndes oder ein (dreimal) verkleinerndes. Im ersten Falle ist $a_2\,b_2$ die wirksame Krystallfläche (K_2) und $a_1\,b_1$ das mit der Pupille des beobachtenden Auges A_1 zusammenfallende Krystallbild (K_1); im zweiten Falle ist K_1 die Krystallfläche und K_2 das mit der Pupille des Auges A_2 zusammenfallende Krystallbild[4]). Im ersten Falle muss,

[1]) *Diese Zeitschr.* **13.** *S. 1. 1893.*

[2]) Siehe **Czapski**, Theorie der optischen Instrumente nach **Abbe**. Breslau 1893.

[3]) Selbstverständlich vermag die Blendenöffnung im Augenkreis hier wie bei dem Goniometer nicht den Einfluss desjenigen Lichtes zu beseitigen, welches aus dem Innern des Krystalls kommt und durch die eingeschlossene Fläche in das Fernrohr eintritt.

[4]) In Fig. 1 können wir uns die Flächen K_1 und K_2 auch als freie Oeffnungen in einer undurchsichtigen Wand vorstellen, durch welche man mittels des Fernrohrs das in der Ebene $m\,n$ entworfene Bild der Landschaft bezw. des in geeigneter Weise beleuchteten Netzhauthintergrundes anschaut.

damit die Pupille des menschlichen Auges A_1 ganz von dem Krystallbild ausgefüllt wird — der Pupillendurchmesser sei für eine mittlere Helligkeit gleich 4 *mm* gerechnet — die Krystallfläche mindestens 12 *mm* gross sein, während im anderen Falle hierzu schon eine Fläche von $1^1/_3$ *mm* Durchmesser ausreicht. In beiden Fällen kann eine grössere Fläche als eine solche von 12 *mm* bezw. $1^1/_3$ *mm* Durchmesser überhaupt nicht gleichzeitig zur Wirkung gelangen.

Dass man bisher bei kleinen Krystallflächen die Grenzkurven der Totalreflexion so gut wie gar nicht hat beobachten können, ist, wie leicht zu sehen, fast ausschliesslich auf den Einfluss des in das Auge eintretenden falschen Lichtes zurückzuführen. Denn in solchen Fällen war nur ein verhältnissmässig kleiner Theil der Pupille des Auges durch das Krystallbild bedeckt, der übrige Theil stand für den Eintritt des falschen Lichtes offen.

Für die Untersuchung mangelhafter Flächen hat die Anwendung des verkleinernden Fernrohres noch eine Reihe weiterer Vorzüge.

Der erste sofort in die Augen springende Vortheil ist der, dass für eine und dieselbe Grösse der Austrittspupille des Fernrohrs das in Wirkung tretende Flächenstück um so kleiner ist, je kleiner die Vergrösserungsziffer des Fernrohrs ist. Die Grenzlinie wird dadurch an sich viel reinlicher[1]).

Dazu kommt nun noch das verminderte Auflösungsvermögen eines solchen Fernrohrs. Die Unvollkommenheiten, welche die Grenzlinie noch besitzt, werden weniger empfunden, die Schattengrenze tritt als solche deutlicher zu Tage. Dieser Umstand ist von besonders praktischer Bedeutung in den Fällen, wo es sich um einen absorbirenden Krystall handelt, da bei einem solchen Körper die Schärfe der Grenzlinie ausser von der Beschaffenheit der Fläche auch noch von der Grösse der Absorption in dem betreffenden Krystall abhängt.

Endlich ist noch in Anrechnung zu bringen das grosse objektive Sehfeld (a_1 in Fig. 1 grösser als a_2) und die dadurch gewonnene grössere Uebersichtlichkeit der Erscheinung. Von Bedeutung ist hierfür der Umstand, dass der Helligkeitsunterschied zu beiden Seiten der Grenzlinie (s. die bekannten Intensitätskurven) für die weiter ab von der Grenzlinie gelegenen Theile des Gesichtsfeldes grösser ist als in unmittelbarer Nähe der Grenzlinie.

Ich will noch die Frage erörtern, welchen Einfluss bei gut plan polirten Flächen unter sonst gleichen Bedingungen die Grösse des zur Wirkung zugelassenen Flächentheiles auf die Sichtbarkeit der Grenzlinie ausübt.

Für den Fall der Anwendung der Methode des streifenden Eintritts ist diese Frage leicht zu beantworten, da die Vergrösserung der wirksamen Fläche immer nur die Helligkeit der einen Hälfte des Gesichtsfeldes steigert, die andere bleibt dunkel; die Grenze wird also hier immer deutlicher sichtbar.

Bei Anwendung reflektirten Lichtes liegen die Verhältnisse anders. Der Helligkeitsunterschied zu beiden Seiten der Grenzlinie wächst natürlich auch hier mit der wirksamen Fläche, aber in demselben Maasse steigert sich auch die absolute (mittlere) Helligkeit beider Felder. Und da nach bestimmten physiologischen Gesetzen — wenigstens innerhalb bestimmter Extremwerthe für die in Betracht kommenden Helligkeiten — die Wahrnehmbarkeit einer Schattengrenze dem Helligkeitsunterschied zu

[1]) Für die Benutzung des Zylinderapparates hat die Anwendung des verkleinernden Fernrohrs zur Folge, dass die Wirkung des Zylindermantels auf ein immer kleiner werdendes Flächenstück in der Einfallsebene eingeschränkt wird, sodass das unscharfe Aussehen der Grenzlinie in den zwischen den Umkehrlagen befindlichen Theilen immer weniger zur Geltung gelangt.

beiden Seiten der Grenze direkt, der mittleren Helligkeit umgekehrt proportional ist, so bleibt die Wahrnehmbarkeit der Grenzlinie unverändert, d. h. die Grösse der Fläche hat auf sie keinen Einfluss.

Aus demselben Grunde bringt auch die Steigerung der spezifischen Helligkeit der Lichtquelle nur dann einen Vortheil für die Sichtbarkeit der Grenzlinie, wenn die Beleuchtung nach der Methode des streifenden Eintritts erfolgt.

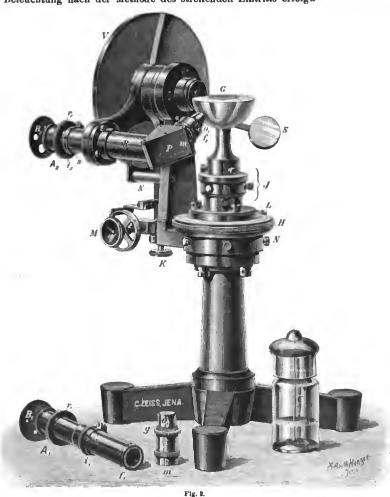


Fig. 2.

Die vorstehenden Ueberlegungen sind für die Untersuchung kleiner Krystallflächen von grosser Bedeutung. Die Anwendung der Methode des streifenden Eintritts ist bei solchen kleinen Flächen aus leicht begreiflichen Gründen von vornherein ausgeschlossen. Man ist auf die Beobachtung im reflektirten Lichte beschränkt. Wir sehen aber, dass es auf die Grösse der Fläche und auf die Helligkeit der Lichtquelle so gut wie gar nicht ankommt. Die Beschaffenheit der Fläche entscheidet, wenn

man von der oben erwähnten Absorptionswirkung absieht, allein über das Aussehen der Grenzlinie.

Es liegt in der Natur der Sache, dass mit der Anwendung des verkleinernden Fernrohrs die Genauigkeit der Messung eine Einbusse erleidet. Im Allgemeinen rechnet man denjenigen kleinsten Winkelwerth, welchen ein normales unbewaffnetes Auge noch erkennen kann, gleich 1'. Für das mit Fernrohr ausgerüstete Auge ist diese Grösse gleich dem vorstehenden Werth, multiplizirt mit dem reziproken Werth der Vergrösserungsziffer des Fernrohrs.

Hiernach ist der Fehler in der Bestimmung von n, soweit derselbe durch Fehler in der Einstellung des Fadenkreuzes auf die Grenzlinie bedingt ist, in jedem einzelnen Falle leicht zu bestimmen. Speziell für den im folgenden Theil besprochenen Halbkugelapparat ergeben sich mittels

$$n = N \sin e \qquad dn = N \cos e \, de$$

für $N = 1{,}890$ und $de = 1'$ die folgenden Fehlerwerthe dn:

n	e	dn
1,8	72° 15'	0,000 17
1,7	64° 5'	24
1,6	57° 51'	29
1,5	52° 32'	33
1,4	47° 47'	38
1,3	43° 28'	40
1,0 (Luft)	31° 56'	46

Bei Anwendung eines dreimal verkleinernden Fernrohrs wird man daher mit einem Einstellungsfehler im Betrage von 3' zu rechnen haben. Die Fehlerwerthe dn werden alsdann dreimal grösser sein als in der Tabelle für dn angegeben ist. Immerhin wird auf diese Weise die dritte Dezimale von n noch auf eine Einheit sicher gestellt werden können, was für viele der in Frage kommenden Aufgaben praktisch vollkommen ausreichend sein dürfte.

II. Neukonstruktion des Abbe'schen Krystallrefraktometers.

Das Instrument, wie es gegenwärtig in der Zeiss'schen Werkstaette hergestellt wird, ist in der nebenstehenden Fig. 2 in $^1/_2$ natürl. Grösse abgebildet. Ich habe bei der Neukonstruktion des Apparates Werth darauf gelegt, dass der Apparat nicht ausschliesslich auf die Untersuchung kleiner Krystallflächen angewiesen sei, sondern auch für feinere Messungen verwendbar bleibe. Aus diesem Grunde ist das Instrument mit *zwei* Fernrohren ausgerüstet worden, von denen das eine eine 2 bis 3malige Vergrösserung, das andere eine 2 bis 3malige Verkleinerung besitzt. Die beiden Fernrohre können leicht gegeneinander ausgewechselt werden (siehe weiter unten), auch kann an ihre Stelle nach Bedarf ein noch stärker verkleinerndes bezw. ein noch stärker vergrösserndes Fernrohr gebracht werden.

Ich gebe im Folgenden eine kurze Beschreibung der Einrichtungen des Instruments und verweise im Uebrigen auf die frühere Veröffentlichung des Hrn. Dr. S. Czapski[1]), sowie auf meine Schrift „Das Totalreflektometer u. s. w." Leipzig 1890. Da der Halbkugelapparat, wenn man von der Form des rotirenden Glaskörpers absieht, in seiner ganzen Anlage und in der Art, wie er dem Beobachter die Erscheinungen der Grenzkurven der Totalreflexion darbietet, mit dem Zylinderapparat über-

[1]) *Diese Zeitschr.* **10.** *S. 246. 1890; Neues Jahrb. f. Mineralogie u. s. w. Beil.* **7.** *S. 175. 1890; ebenda* **1.** *S. 209. 1892.*

einstimmt, so können die meisten der in meiner Schrift gemachten Ausführungen fast unverändert auf den Halbkugelapparat übertragen werden.

Wir beginnen mit der *Halbkugel*. Dieselbe ist aus dem bekannten, stark brechenden Jenaer Flintglase 1,89 hergestellt und hat einen Radius von 20 *mm*. Die *optischen Konstanten* des Glases wurden durch Hrn. Dr. Riedel in Jena an einem Prisma vermittels des Abbe'schen Spektrometers und unter Benutzung der gelben Natriumlinie, der rothen Kaliumlinie und der drei Wasserstofflinien ermittelt zu

$N_D = 1,8904$	$A-C$	0,01198
	$C-D$	0,01105
	$D-F$	0,02890
	$F-G'$	0,02590.

Diese Werthe können bis auf eine Einheit der vierten Dezimale für N_D und bis auf einige Einheiten der fünften Dezimale für die Dispersionen als richtig angesehen werden. Sie gelten für eine Temperatur von etwa 20° C. und beziehen sich auf Luft von derselben Temperatur. Nach einer früher von mir vorgenommenen Untersuchung[1]) betragen die Aenderungen der Brechungsindizes für 1° C. Temperaturzunahme und bezogen auf Luft von konstanter Temperatur

	C	D	F	G'
$\Delta\mathfrak{N} =$	1,03	1,21	1,72	2,27

Einheiten der fünften Dezimale.

Justireinrichtungen[2]). In erster Linie kommt in Frage die Justirung der Halbkugel zu ihrer eigenen Drehungsachse. *Die Halbkugel muss sich um ihre Symmetrieachse drehen*, d. h. die Stahlachse muss durch den Mittelpunkt der Halbkugel gehen und auf der Planfläche senkrecht stehen. Hierfür sind je drei Justirschrauben (*I* und *II* in Fig. 3) vorgesehen. Mit Hülfe der drei Schrauben *I* wird die Planfläche gerichtet (Prüfung mittels Fernrohr durch Beobachtung des aus der Planfläche in Luft gespiegelten Bildes eines entfernten Gegenstandes). Das Zusammenfallen der Symmetrieachse mit der Stahlachse wird durch Parallelverschiebung der Halbkugel mittels der drei Schrauben *II* (Prüfung durch Anlegen eines Fühlhebels) bewerkstelligt.

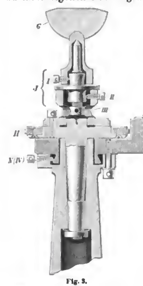


Fig. 3.

Für die Justirung der Halbkugel zu dem Beobachtungsapparat (Fernrohr und Theilkreis) gilt Folgendes: *Die Rotationsachse der Halbkugel und die Drehungsachse des Fernrohrs müssen sich durchschneiden und zu einander senkrecht stehen.* Die Normalstellung ist durch die mechanische Herstellung des Apparates genügend erreicht, die Einstellung auf das Durchschneiden der Achsen wird mit Hülfe der vier Schrauben *N* (*IV*) — Prüfung durch Umlegen des Fernrohrs — bewirkt.

[1]) *Wied. Ann.* **45.** *S. 609. 1892.*

[2]) Eine besonders eingehende Untersuchung der Fehlerquellen des Abbe'schen Krystallrefraktometers hat Hr. Prof. W. Feussner angestellt; siehe *diese Zeitschr.* **14.** *S. 87. 1894.* Ebenso sei hier auf die Diskussion der Fehlerquellen des Apparates durch Hrn. C. Viola in der oben citirten Arbeit hingewiesen.

Des Weiteren muss der Mittelpunkt der Halbkugel mit dem vorgenannten Schnittpunkt der Achsen zusammenfallen. Die Höheneinstellung der Halbkugel erfolgt mittels der Schraube *III* und ist als richtig anzusehen, wenn der an dem Prisma (vgl. oben) gemessene Werth für N_D von dem Instrument richtig angegeben wird. Ueber den Einfluss der Höhenlage der Halbkugel auf die Angaben des Apparates siehe die Angaben des Hrn. Czapski a. a. O.

Das Fernrohr endlich hat der Anforderung zu entsprechen, dass es erstens in sich richtig justirt ist und dass ferner die *optische Achse durch den Mittelpunkt der Halbkugel* hindurchgeht. Die Erfüllung dieser Bedingung ist gleichbedeutend mit der Zentrirung des ganzen Linsensystems zur Kugeloberfläche. Ein Fehler in der Hinsicht ist nicht allein für das Aussehen der Grenzkurven von Nachtheil, er würde auch insofern als Störung empfunden, weil alsdann das in dem Mikroskop A_1 O_3 (siehe dieserhalb weiter unten) entworfene Bild des Kugelmittelpunktes bezw. des auf der Planfläche zentrirt aufgelegten Objektes nicht genau mit dem Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes f_1 zusammenfällt.

Die Justirung des Apparates ist mühsam und erfordert viel Geduld. Wegen der Nachwirkungserscheinungen der Schrauben wird das Instrument, ehe es die Werkstaette verlässt, einer wiederholten Prüfung und eventuell einer Nachjustirung unterworfen. Die Kugel bleibt im Interesse der Erhaltung der Justirung während des Transportes auf dem Apparat.

Durch die Anwendung des verkleinernden Fernrohres ist für die Halbkugel bezw. für deren Anfertigung durch den ausführenden Optiker noch die weitere Bedingung entstanden, dass die *Planfläche* der Halbkugel möglichst genau *durch den Mittelpunkt der Kugeloberfläche* hindurchgeht. Im andern Falle erscheint das Bild der zur Planfläche zentrirt aufgelegten Krystallfläche ausserhalb der Fernrohrachse, was bei der Vergrösserung des Bildes in der Abblendungsebene als direkte Störung empfunden wird, wenn auch die Richtigkeit der Messung hierdurch in keiner Weise beeinträchtigt wird.

Bei einigen der in den letzten Jahren angefertigten Krystallrefraktometer habe ich die Halbkugel absichtlich so schleifen lassen, dass die Planfläche etwa 1 *mm tiefer* liegt als der Kugelmittelpunkt. Der Höhenunterschied wird dann durch eine 1 *mm* dicke planparallele Glasplatte ausgeglichen. Ich verfolgte mit dieser Anordnung die Absicht, die Planfläche der Halbkugel der direkten Berührung mit dem zu untersuchenden Objekt zu entziehen, da sie besonders durch kleine und harte Objekte leicht beschädigt wird. Nur treten bei dieser Anordnung Nachtheile auf, welche den Nutzen derselben sehr in Frage stellen. Es machen sich nämlich die von der Flüssigkeitsschicht zwischen Glasplatte und Halbkugel herrührenden Interferenzstreifen in solcher Schärfe und Ausdehnung bemerkbar, dass das Auffinden der Grenzlinien — wenigstens bei Anwendung von Natriumlicht, da die Grenzlinie alsdann den Streifen parallel ist, im spektral zerlegten Licht hat die Störung kaum etwas zu sagen — oft geradezu unmöglich wird. Das nähere Studium der Versuchsbedingungen für das Zustandekommen dieser sog. Herschel'schen Interferenzstreifen giebt verschiedene Mittel an die Hand, wie man sich ihrer mehr oder weniger erwehren kann: in erster Linie durch Anwendung einer Flüssigkeit, deren Lichtbrechung erheblich grösser ist als die des Objektes — in grösserer Entfernung von der Grenzlinie der Flüssigkeit liegen die Streifen weiter auseinander — oder durch Aenderung der Dicke der Flüssigkeitsschicht, da diese ebenfalls den Abstand der Streifen beeinflusst, oder endlich durch Anwendung einer Glasplatte, welche angenähert die gleiche Brechung

besitzt wie die Flüssigkeit zwischen Glasplatte und Halbkugel (die Streifen werden blasser).

Lässt man die Glasplatte fort und legt das zu untersuchende Objekt direkt auf die Planfläche der Halbkugel, so kommen in der Regel die Interferenzstreifen von selbst in Fortfall. Denn das Zustandekommen der Streifen ist an die Bedingung geknüpft, dass die sie erzeugende Schicht von parallelen oder doch wenigstens nahezu parallelen Flächen begrenzt sei, eine Bedingung, welche die zwischen dem Krystall und der Halbkugel befindliche Flüssigkeitsschicht nur selten erfüllt. Aus dem Grunde habe ich die obige Anordnung ganz aufgegeben und lasse jetzt die Planfläche der Halbkugel genau durch den Mittelpunkt derselben hindurchgehen.

Der Horizontalkreis *H* ist in ganze Grade getheilt, der Nonius *L* giebt 0,1° an. Der Nullpunkt des Nonius liegt in der Einfallsebene.

Der *Vertikalkreis V* ist in halbe Grade getheilt und so beziffert, dass man den gesuchten Grenzwinkel *e* sowohl rechts als auch links von der Halbkugel unmittelbar am Theilkreis ablesen kann. Jeder der beiden Nonien ergiebt eine Ablesegenauigkeit von 1'. Lupe und Reflektor zur Beleuchtung der Kreistheilung sind am Instrument unmittelbar über der Theilung befestigt.

Das mit dem Vertikalkreis verbundene Fernrohr ist mit einer *Mikrometervorrichtung* versehen, bestehend aus der Klemmschraube *K* und der Messschraube *M* mit Trommeltheilung und Index. Ein Intervall der Trommeltheilung ist gleich 0,1'. Hinsichtlich der Verwendung dieser Mikrometervorrichtung für die Zwecke der Dispersionsbestimmung und für verwandte Aufgaben sei auf meinen früheren diesbezüglichen Aufsatz[1]) verwiesen.

Der *Beleuchtungsspiegel S* ist in seinen Bewegungen unabhängig von der Bewegung des Fernrohres und zum Durchschlagen in gestreckter Lage eingerichtet. Die *Natriumflamme* befindet sich wie bisher *hinter* dem Apparat, die Lichtstrahlen werden durch den Spiegel von unten unter dem Grenzwinkel, von oben streifend auf die Planfläche der Halbkugel geworfen. Im ersten Falle genügt die Brechung an der Kugeloberfläche vollständig, um die für die Beobachtung der Grenzlinie wünschenswerthe konvergente Beleuchtung des Objektes zu erzielen. Im zweiten Falle erreicht man dies durch Einschalten einer Beleuchtungslinse, welche so zwischen Flamme und Spiegel gebracht wird, dass auf der Halbkugel ein Bild der Flamme entsteht.

Für die Beobachtung der Grenzlinie im reflektirten Licht spielt auch der Abstand des Spiegels von der Kugeloberfläche eine Rolle, weil, wenn dieser Abstand, in der Einfallsebene gemessen, genau gleich ist der Brennweite der Halbkugel (etwa 23 *mm*), alsdann die auf der Spiegelfläche liegenden Staubtheilchen im Gesichtsfeld des Fernrohrs sichtbar werden. Bei der Konstruktion des Instruments ist natürlich von vornherein auf diese Störung Rücksicht genommen worden.

Hinsichtlich der Versuchsanordnung bei Anwendung von *Sonnenlicht* und dem *Licht Geissler'scher Röhren* sei auf meine früheren diesbezüglichen Angaben verwiesen. Für die Beleuchtung des Objektes durch Wasserstofflicht unter streifendem Einfall dient ein dem Apparat auf Wunsch beigegebener Kondensor auf Stativ. Für die Beleuchtung durch Sonnenlicht — Anwendung des Okularspektroskops, vgl. weiter unten — wurde es für vortheilhaft gefunden, das Licht der Sonne auf einer grossen, vertikal hinter dem Apparat aufgestellten, mattgeschliffenen Glasscheibe aufzufangen und das Licht dieser Scheibe mit Hülfe des Spiegels von unten auf das Objekt zu werfen.

[1]) *Diese Zeitschr.* **13.** *S. 267. 1893.*

Die *Fernrohreinrichtung* ist im Wesentlichen schon oben erörtert worden. Die in dauernd fester Verbindung mit dem Theilkreis V befindlichen Theile sind: das Rohr R, zum Einstecken der Okulare bestimmt, und das Reflexionsprisma P in Fassung, letztere mit einem Gewinde zum Anschrauben der dem Apparat beigegebenen Objektive.

Als *Objektive* kommen zur Verwendung:

O_1 (siehe Fig. 2) von etwa 75 *mm* Brennweite,

O_2 (ebendort) von etwa 25 *mm* Brennweite und

O_3 (in der Figur nicht sichtbar),

die beiden ersten für die Beobachtung der Grenzkurven, das letztere (O_3) für die direkte Beobachtung des auf der Halbkugel liegenden Krystalls (siehe unten).

Das Auswechseln der Objektive erfolgt stets in derjenigen Stellung des Fernrohrs, in welcher das Objektiv senkrecht über der Halbkugel sich befindet. Die richtige Stellung des nach sorgfältiger Reinigung der Anlageflächen angeschraubten Objektivs ist durch das Zusammenfallen der Einstellungsmarken m gekennzeichnet.

O_1 und O_2 sind natürlich nur in Verbindung mit der Halbkugel als Objektive eines auf unendlich eingestellten Fernrohrs zu verstehen. Um mit O_1, dem Objektiv des vergrössernden Fernrohrs, auch das von der Planfläche in Luft reflektirte Spiegelbild eines entfernten Gegenstandes beobachten zu können, ist demselben noch eine plankonvexe Hülfslinse[1]) beigegeben, welche aus demselben Glase besteht wie die Halbkugel und auch die gleiche Krümmung besitzt. Diese Hülfslinse ist zum Anfschrauben auf das Gewinde g (siehe Fig. 2) eingerichtet und findet speziell bei dem Ausrichten der Planfläche der Halbkugel durch den Justirer entsprechende Verwendung. Dem zweiten Objektiv O_2 ebenfalls eine solche Hülfslinse beizugeben, hat keinen Zweck.

Zu den drei vorgenannten Objektiven gehören die beiden *Okulare A_1 und A_2 und zwar kommt A_2 nur in Verbindung mit O_2, A_1 sowohl mit O_1 als auch mit O_3 zur Anwendung.*

Das zu O_1 gehörige Okular A_1 ist mit dem Fadenkreuz f_1 und der Blendscheibe B_1 ausgerüstet. Durch den Ring i_1 und die Nase s, welche in die entsprechende Einkerbung s' des Rohres R genau hineinpasst, ist die richtige Einstellung des Fadenkreuzes fixirt; r_1 dient als Handhabe bei der Einstellung der Okularlinse auf grösste Deutlichkeit des Fadenkreuzes.

Das zu O_2 gehörige Okular A_2 ist ebenfalls mit Blendscheibe B_2, der Handhabe r_2 und dem Anschlagring i_2 versehen. Die Nase fehlt, denn das Fadenkreuz f_2 ist hier mit der Fassung des Objektivs O_2 verbunden und wird mit diesem zusammen aufgeschraubt. Um für beide Fadenkreuze f_1 und f_2 die gleiche Einstellung zum Theilkreis zu erreichen, ist f_2 mit einer Justireinrichtung versehen worden.

In Verbindung mit dem *Objektiv O_3* endlich bildet das Okular A_1 *ein Mikroskop von schwacher Vergrösserung.* Bringt man dasselbe vertikal über die Halbkugel, so erhält man ein mit dem Fadenkreuz f_1 zusammenfallendes Bild des auf der Halbkugel befindlichen Krystalls. Man ist also in der Lage,

1. *eine genaue Prüfung der Zentrirung des Krystalls auf der Halbkugel vorzunehmen, und*

2. *bestimmte durch die Form des Krystalls gegebene Richtungen auf den Horizontalkreis zu übertragen.*

Die Uebertragung erfolgt in der Weise, dass man durch Drehen der Halbkugel um die Vertikalachse die betreffende Krystallkante parallel stellt zu einem in der

[1]) Vgl. Czapski, *a. a. O. S. 255.*

Ebene des Fadenkreuzes angebrachten, der Einfallsebene parallel gerichteten Faden oder Fadenpaar und diese Einstellung der Halbkugel am Horizontalkreis abliest. Auf diese Weise werden die am Horizontalkreis abgelesenen Werthe für die Umkehrlagen der Grenzlinie u. s. w. und die vorgenannten für die Richtung der Krystallkanten *unmittelbar mit einander vergleichbar.*

Hinsichtlich der Verwendung des Fernrohrobjektivs O_2 ist noch zu bemerken, dass die Versuchsanordnung auch in der Weise hätte bewerkstelligt werden können, dass man die *Kugeloberfläche selbst* als Objektiv des Fernrohrs wirken lässt. Die vor dem Prisma P zu befestigende Fassung würde alsdann nur ein Fadenkreuz in einem Abstande von der Kugeloberfläche gleich der Brennweite der Halbkugel (etwa 23 *mm*) erhalten. Gegen diese Anordnung ist, sobald man sich auf Licht einer bestimmten Farbe (Natriumlicht) beschränkt, durchaus nichts einzuwenden. Sie ist auch bei den im mineralogischen Museum zu Jena ausgeführten Arbeiten (siehe oben) in Anwendung gekommen. Die Anordnung hat nur den Nachtheil, dass die Vereinigungsweiten für die Strahlen verschiedener Wellenlänge stark von einander abweichen, sodass die Objektivlinse O_2, welche diesen Nachtheil der Kugeloberfläche aufhebt, bei Messungen mit verschiedenfarbigem Licht nicht entbehrt werden kann.

Die *spektrale Zerlegung* weissen Lichtes mit Hülfe eines Okularspektroskops ist nur für das vergrössernde Fernrohr vorgesehen. Das Spektroskop wird an die Stelle des Okulars A_1 in das Rohr R eingesteckt. Die genaue Fokusirung des Spaltes ist wieder durch einen Anschlagring ein für alle Mal regulirt.

Die *Spalteinrichtung des Spektroskops* besteht aus zwei senkrecht zu einander stehenden, in Russ eingeritzten feinen Linien. Die eine derselben fungirt als Spalt, die zweite, als weisse Querlinie erscheinende Linie, hat dieselbe Funktion wie der frühere, vor dem Spektroskopspalt befestigte Querfaden, hat aber vor diesem den Vorzug, dass die Querlinie mit dem eigentlichen Spalt genau in die gleiche Ebene fällt.

Die Richtung, in welcher die Grenzlinie der Totalreflexion durch das Spektrum hindurch geht, hängt davon ab, wie der eigentliche Spektroskopspalt in dem Gesichtsfeld des Fernrohrs gelegen ist. Liegt der Spalt in der durch die Achse des Theilkreises und die Achse des Fernrohres gelegten Ebene, so erscheint das Spektrum durch eine parallel zu den Spektrallinien gelegene Grenzlinie einseitig abgeschnitten. Die weisse Linie hat dann für die Messung keine Verwendung. Bringt man den Spalt durch Drehen des ganzen Spektroskops in eine andere Richtung, so resultirt eine Erscheinung, wie sie auf *S. 34* meiner Schrift (*a. a. O.*) in Fig. 15 abgebildet ist. Nur ist der Neigungswinkel, welchen die Grenzlinie mit den Spektrallinien macht, je nach der Lage des Spaltes und je nach der Grösse der Dispersion des zu untersuchenden Körpers verschieden. Für die Genauigkeit der Messung scheint mir von Vortheil, in jedem einzelnen Falle diejenige Stellung des Spaltes aufzusuchen, in welcher die Grenzlinie unter einem 45° naheliegenden Winkel durch die Spektrallinie hindurchgeht.

Aeusserst instruktive und zum Theil sehr hübsche Erscheinungen, die aber für die Messung weiter keine Vortheile bieten, erhält man, wenn man die oben definirte Lage des Kreuzspaltes zum Amici-Prisma ebenfalls frei giebt, mit andern Worten, wenn man den Spalt in der einen oder der andern Lage im Gesichtsfeld festhält und das Amici-Prisma um die Fernrohrachse dreht. Man erhält dann im Allgemeinen *zwei* Spektren und *zwei* Grenzlinien, und die Messung geschieht in der Weise, dass der Durchschnittspunkt der Grenzlinien mit dem Durchschnittspunkt der Spektrallinien gleicher Farbe zur Deckung gebracht wird. Die Erscheinung ist am schönsten aus-

gebildet, wenn man dem Kreuzspalt die gleiche Stellung giebt, wie das Fadenkreuz f_1 in A_1 hat — die Grenzlinie halbirt den Winkel zwischen den Fäden — und das Amiel-Prisma so richtet, dass die spektrale Zerlegung in der Richtung senkrecht zu der durch die Achse des Theilkreises und die Achse des Fernrohrs gelegten Ebene vorwärts oder rückwärts erfolgt.

Gebrauchsanweisung und die Verwendung des Krystallrefraktometers für die Untersuchung von Flüssigkeiten.

Ich beschränke mich im Folgenden auf einige bemerkenswerthe Punkte und verweise im Uebrigen auf die an obiger Stelle angeführten Publikationen.

Da eine dauernd richtige Einstellung der beiden Fadenkreuze f_1 und f_2 und des Strichkreuzes des Spektroskops in ihrer Lage zu einander und zu dem Nullpunkt der Theilung des Vertikalkreises nicht gewährleistet werden kann, so ist jedesmal nach erfolgter Zusammensetzung des betreffenden Fernrohres die Lage des Fernrohrs zu dem Nullpunkt der Kreistheilung zu revidiren[1]). Es geschieht dies in der Weise, dass man den Grenzwinkel e_D für Luft *auf beiden Seiten* der Halbkugel misst und aus den beiderseitigen Ablesungen das Mittel nimmt. Ist die so erhaltene *Nullpunktskorrektion* nach Grösse und Vorzeichen bekannt, so genügt für alle übrigen Messungen mit demselben Fernrohr die Ablesung des Winkels auf einer Seite der Halbkugel. Welche Seite man wählt, ist von vornherein ganz gleichgültig. Ich habe stets die Stellung des Fernrohrs auf der rechten Seite bevorzugt und dementsprechend auch die Bezifferung der Mikrometertheilung so angeordnet, dass die Zahlen mit dem Wachsen des Grenzwinkels zunehmen.

Ferner ist der Fehler zu eliminiren, welcher durch eine *geneigte Lage der Objektfläche* zur Planfläche der Halbkugel auf die Messungen ausgeübt wird. Bei einer Flüssigkeit kommt der Fehler überhaupt nicht in Frage, da diese sich unmittelbar an die Planfläche der Halbkugel anschmiegt. Hier genügt also die Ablesung des Theilkreises in irgend einem beliebigen Azimut der Glaskugel. Die Grenzlinie muss, wenn kein Fehler in der Justirung der Halbkugel vorliegt, ihren Ort zum Fadenkreuz bei der Umdrehung der Halbkugel unverändert beibehalten.

Anders bei festen Körpern. Die geneigte Lage der Objektfläche zur Planfläche der Halbkugel ist hier die Regel. Die durch sie bewirkte Bewegung der Grenzlinie ist aber als solche sofort erkennbar, da die höchste und die tiefste Lage der Grenzlinie nicht, wie bei der durch Doppelbrechung bewegten Grenzlinie, 90°, sondern 180° von einander entfernt sind. Man wird daher den Einfluss der schiefen Lage der Objektfläche durch Beobachtung des Grenzwinkels in *zwei* um 180° auseinander liegenden Azimuten beseitigen können.

Dieses Verfahren ist auch anwendbar, wenn die zu untersuchende Fläche einem doppeltbrechenden Körper angehört. Es ist zu berücksichtigen, dass, wie auch der Verlauf der Grenzlinie infolge Doppelbrechung sein mag — vgl. darüber die Figurentafeln zu meiner Schrift — die Grenzlinie in zwei um 180° auseinander liegenden Azimuten der Halbkugel bis auf den Polarisationszustand[2]) genau das gleiche Aussehen (Lage und Richtung) haben muss. Durch Mittelbildung der in genau entgegen-

[1]) Um den leichten Gang der Okulare und des Okularspektroskopes in dem Rohr R zu erhalten, sind die Rohrwände von Zeit zu Zeit mit einem mit Benzin befeuchteten Lappen abzuwischen und hierauf mit reinem (säurefreiem) Oel wieder schwach einzufetten.

[2]) Vgl. darüber meine Schrift *S. 100 bis 107*.

gesetzten Azimuten erhaltenen Ablesnngen wird der Einfluss der geneigten Lage des Objektes also anch hier vollkommen beseitigt. Ist die Bewegnng der Grenzlinie gering, so dass man darüber zweifelhaft werden kann, welches die Ursache der Bewegung der Grenzlinie ist, so thnt man gut, die Messnng des Winkels *e* in mehreren benachbarten Azimnten zu bewerkstelligen. Die Frage, ob die Grenzlinie einem doppeltbrechenden Körper angehört oder nicht, entscheidet sofort die Beobachtung mit Nikol[1]).

Von grossem Vortheil für die *Untersuchung kleiner Krystalle* hat sich das von Hrn. Eppler *a. a. O.* angegebene Verfahren, mehrere kleine Krystalle derselben Art neben einander auf eine Glasplatte zu kitten, zusammen zn schleifen und zn poliren, erwiesen. Bekanntlich liefert jede beliebig durch einen zweiachsigen Krystall gelegte Ebene vier durch die Umkehrlagen der beiden Grenzlinien gekennzeichnete Werthe, von denen drei, der grösste, der kleinste und einer der beiden mittleren den drei Hauptbrechungsindizes des Krystalls angehören. Die Entscheidung, welcher von den beiden mittleren Werthen der richtige ist, giebt ohne Weiteres die Beobachtnng der Grenzlinien an einer zweiten Krystallfläche. Da das Anfkitten der einzelnen Krystalle ohne Rücksicht auf deren Orientirung geschieht, so besitzt im Allgemeinen jede Fläche des Eppler'schen Präparates auch eine andere Orientirung. Der Vortheil, den das Präparat für das Znstandekommen guter ebener Flächen nnd für eine gute Auflage derselben besitzt, ist ohne Weiteres ersichtlich.

Die Beobachtung des Krystallbildes in der freien Oeffnung der Blendscheibe geschieht mittels einer *Handlupe*. Wegen des Anssehens dieses Krystallbildes ist zn berücksichtigen, dass das Bild der Fläche ebenso wie die Fläche selbst stets geneigt znr Fernrohrachse gelegen ist. Man wird daher mit der Lnpe nicht auf alle Theile der Fläche gleichzeitig scharf einstellen können, sondern nur anf diejenige Gerade, welche in der durch die Achse des Theilkreises V und die Achse des Fernrohres gelegten Ebene oder einer ihr parallelen Ebene sich befindet. Dasselbe gilt natürlich auch für die Abblendnng der Krystallfläche bei dem oben erwähnten nonen zweikreisigen Goniometer.

Unmittelbar vor dem Bilde des Krystalls ist auch das *Bild der Natriumflamme* sichtbar, deren erste Abbildung innerhalb der Halbkngel, dicht vor dem Fernrohrobjektiv erfolgt. Dnrch Beobachtung der Lage des Flammenbildes znm Krystallbilde ist man, wie bereits Hr. Dr. Czapski angegeben hat, in der Lage, sich von der richtigen Einstellung des Spiegels bezw. des Apparates znr Flamme zn überzeugen.

Für die *Messung des Achsenwinkels*[2]) ist es, wie Hr. Prof. V. Goldschmidt in Heidelberg gefunden hat, von Vortheil, die Einstellnng der Halbkugel auf das Znsammenfallen der beiden Grenzlinien jedesmal in der Weise zu kontroliren bezw. zu berichtigen, dass man mit Hülfe des Nikols abwechselnd die eine nnd dann die andere der beiden Knrven znm Verschwinden bringt und zusieht, ob beide Knrven in gleicher Weise dnrch das Fadenkreuz hindnrchgehen. Das Verfahren hat jedenfalls den Vorzng der grösseren Genanigkeit.

Für die *Untersuchung von Flüssigkeiten* endlich mit Hülfe des Krystallrefraktometers ist durch den Vorschlag des Hrn. Prof. Winkelmann eine sehr zweckmässige

[1]) Als Nikol ist ein solcher mit Theilkreis auf Stativ, wie in meiner Schrift *S. 98, Fig. 29* abgebildet, vorgesehen.

[2]) Siehe A. Mülheim, Inauguraldissert. Bonn und *Zeitschr. f. Krystallogr. u. Miner.* **14.** *S. 202. 1888.*

Versuchsanordnung darin gewonnen, dass man nicht, wie früher, die zur Aufnahme der Flüssigkeit bestimmte Glasröhre direkt auf die Facette der Halbkugel kittet, sondern dieselbe mit einer stark brechenden, planparallelen Glasplatte als Bodenplatte versieht und das so vorgerichtete Gefäss mit der darin enthaltenen Flüssigkeit unter Einfügung einer Flüssigkeitsschicht zwischen Gefäss und Halbkugel auf die letztere aufsetzt. Glasplatte und Flüssigkeit müssen natürlich die bekannte Bedingung erfüllen, dass ihre Lichtbrechung grösser ist als die der zu untersuchenden Flüssigkeit.

In der nebenstehenden Fig. 4 ist ein solches Gefäss zur Anschauung gebracht. Ein von oben in das Gefäss eingesetzter Stöpsel trägt das Thermometer und bewirkt einen vollkommenen Abschluss für die im Gefäss befindliche Flüssigkeit gegen die äussere Luft. Die Beobachtung der Grenzlinie kann im reflektirten und im streifend einfallenden Licht ausgeführt werden. Im letzteren Falle ist durch die aus der Fig. 4 ersichtliche Anordnung der Bodenplatte *P* dafür gesorgt, dass der Eintritt des Lichtes über die Kittstelle der Glasröhre hinweg ungehindert vor sich geht.

Das Krystallrefraktometer kann ohne Weiteres auch für die Untersuchung *kleiner* und *sehr kleiner Flüssigkeitsmengen* (Tröpfchen, deren Durchmesser kleiner sind als 1 *mm*) mit bestem Erfolg benutzt werden. Der Tropfen wird auf die Mitte der Planfläche gebracht, sein Bild in der Abblendungsebene eingeschlossen und der Grenzwinkel im reflektirten Licht gemessen. Die Grenzlinie tritt bei solchen kleinen Tröpfchen, wenn die Erscheinung nicht gerade durch die Verdunstung der Flüssigkeit oder durch andere Einflüsse gestört wird, mit ausserordentlicher Schärfe in die Erscheinung. Es ist das nach unseren obigen Auseinandersetzungen auch sofort verständlich, da die für das Aussehen der Grenzlinie in erster Linie (vgl. oben *S. 8*) maassgebende Beschaffenheit der Objektfläche hier durch das Anlegen der Flüssigkeit an die Planfläche der Halbkugel in grösster Vollkommenheit erreicht ist.

R

P

G

Fig. 4.

Bei solchen Tropfen ist die Anwendung der Methode des streifenden Eintritts in der gewöhnlichen Form ausgeschlossen. Doch lässt sich dieselbe *indirekt* dadurch zur Anwendung bringen, dass man den Spiegel etwas *tiefer* stellt, als zur Beobachtung der Grenzlinie im reflektirten Licht nöthig ist. Die aus der Halbkugel in die Flüssigkeit unter grossen Winkeln eintretenden Strahlen erleiden an der Oberfläche des Tropfens eine Reflexion und treten in die Halbkugel wieder ein. Der Effekt ist derselbe wie bei der gewöhnlichen Art des streifenden Eintritts.

Ob man den Flüssigkeitstropfen direkt auf die Planfläche der Halbkugel oder auf eine auf die Halbkugel gelegte planparallele Glasplatte bringt, ist für die Messung gleichgültig. Die Anwendung einer solchen Schutzplatte (vgl. oben *S. 11*) empfiehlt sich insbesondere für die Untersuchung solcher Flüssigkeiten, welche eine direkte Schädigung der Politur der Halbkugel herbeiführen, wie auch in den Fällen, wo man über die Wirkung der Flüssigkeit auf die Politur der Halbkugel von vornherein nicht unterrichtet ist. Vor der Berührung der Halbkugel mit Methylenjodid[1]) sei ausdrücklich gewarnt.

Die Untersuchung kleiner Flüssigkeitsmengen kann auch in der Weise erfolgen, dass man die Flüssigkeit als dünne Schicht zwischen die Planfläche der Halbkugel

[1]) Vgl. meine Schrift *S. 65*.

und die ebene Fläche eines auf die Halbkugel gelegten Körpers einschliesst. Dieser zweite Körper kann aus Glas oder aus Metall oder aus irgend einem andern Material bestehen; die mit der Flüssigkeit in Berührung kommende Fläche kann plan polirt oder matt geschliffen sein. Legt man den Körper einfach auf die Halbkugel auf, so hat man den Nachtheil, dass die Flüssigkeitsschicht durch Adhäsion und Gewicht so dünn wird, dass die Grenzlinie in ihrem Aussehen durch die sie begleitenden Interferenzstreifen beeinträchtigt wird. Eine schwach ausgehöhlte Glasplatte oder ein Metallzylinder, dessen ebene Fläche mit einem nur wenige hundertel Millimeter hohen Rande versehen ist, helfen diesem Missstand sofort ab. Die für die Beobachtung der Grenzlinie günstige Dicke der Schicht wird durch die Auflage des Randes auf die Planfläche der Halbkugel von selbst hergestellt. Die Beobachtung der Grenzlinie erfolgt im reflektirten Licht, die Anwendung der vorerwähnten Methode des indirekten streifenden Eintritts führt zu keiner genügenden Schärfe der Erscheinung.

Die vorbeschriebene Versuchsanordnung ist überall da von praktischem Werth, wo es darauf ankommt, einen Flüssigkeitstropfen unter Abschluss der äussern Luft refraktometrisch zu untersuchen.

In methodischer Hinsicht von Interesse, aber praktisch ohne Werth ist das Verfahren, auf die Halbkugel des Krystallrefraktometers ein geeignetes Glasprisma oder eine andere Halbkugel zu legen und die Grenzlinie wie bei dem bekannten Abbe'schen Refraktometer im durchfallenden Licht (Beleuchtung von oben) zu betrachten.

Nachträgliche Bemerkung. In einer späteren Mittheilung werde ich mir erlauben, über einige *neue Apparate zur direkten Beobachtung* und *zur objektiven Demonstration der geschlossenen Grenzkurven der Totalreflexion* an doppeltbrechenden Krystallen zu berichten. Bezüglich des früher von mir für diese Zwecke konstruirten Apparates vgl. meine Schrift *a. a. O. S. 20* sowie *diese Zeitschr. 7. S. 26. 1887.*

Jena, im Oktober 1898.

Repsold'sche Instrumente auf der v. Kuffner'schen Sternwarte in Wien[1]).

Von
Prof. Dr. **O. Knopf** in Jena.

Das Heliometer.

Das Repsold'sche Heliometer der v. Kuffner'schen Sternwarte in Wien gleicht im Wesentlichen dem aus derselben Werkstatt hervorgegangenen Heliometer der Kap-Sternwarte, welches bereits in *dieser Zeitschr. 10. S. 275. 1890* beschrieben worden ist. Bei Besprechung des Wiener Heliometers sollen daher namentlich die Punkte berücksichtigt werden, worin dieses Instrument von dem der Kap-Sternwarte abweicht, oder die in dem früheren Aufsatz weniger eingehend behandelt wurden.

Mit seinem von Steinheil gelieferten Objektiv von 217 *mm* freier Oeffnung und 3 *m* Brennweite zeichnet sich das Wiener Heliometer vor allen anderen zur Zeit existirenden durch seine Grösse aus. Es steht auf einem unter dem Fussboden liegenden Dreifuss; zwei Füsse sind abgerundet und ruhen in pfannenförmigen Vertiefungen der Fussplatte, während der dritte Fuss zum Zweck der Polhöhenkorrektion des Instrumentes mittels einer starken Fussschraube in der Höhe verstellt werden kann. Zur Azimutkorrektion ist das auf der Säule sitzende Kopfstück etwas drehbar.

[1]) Nach *Publ. d. v. Kuffner'schen Sternwarte 4;* vgl. *diese Zeitschr. 18. S. 69. 1898.*

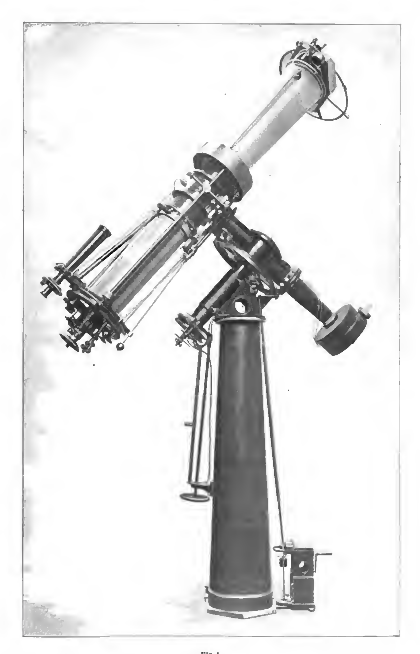


Fig. 1.

Die Polarachse trägt oben den Uhrkreis (Fig. 1)[1]), welcher in die von einem Vorsprung des Kopfstückes getragene Schraube ohne Ende eingreift. Die letztere wird durch das Uhrwerk mittels eines Transmissionsrohres bewegt. Die Regulirung des Ganges des Uhrwerks geschieht durch ein Federpendel wie beim Heliometer der Kap-Sternwarte.

An ihrem unteren Ende trägt die Polarachse den Stundenkreis und ein Zahnrad, welches zur Einstellung des Stundenwinkels mittels Handrades vom Fussboden aus dient. Der Stundenkreis wird hierbei durch ein mit Index versehenes gebrochenes Ablesefernrohr abgelesen, für feinere Ablesung sind zwei Mikroskope vorhanden.

Der Lagerdruck der Polarachse wird stark vermindert durch eine Rolle, welche, nahezu senkrecht unter dem Schwerpunkt der sich im Stundenwinkel drehenden Theile liegend, in einer Hohlkehle der Polarachse läuft und deren Achse sich auf der einen Seite auf das Kopfstück, auf der andern Seite aber auf einen von einer Feder getragenen Hebel stützt. Beim Heliometer der Kap-Sternwarte wurde das Lager durch eine vertikale Rolle am unteren Ende der Polarachse und zwei oben senkrecht gegen sie drückende entlastet.

Ueber dem Uhrkreis sitzt noch auf der Polarachse die Klemme für die Rektaszension.

Die Deklinationsachse trägt an ihrem unteren Ende das Gegengewicht für das Fernrohr; am oberen Ende befinden sich, auf der Deklinationsbüchse sitzend, zwei doppelt gezahnte Räder, welche zur Klemmung und Feinbewegung in Rektaszension dienen, wovon nachher noch die Rede sein wird, ferner, auf der Deklinationsachse selbst aufsitzend, die Deklinationsklemme und der durch eine Staubhülle geschützte Deklinationskreis.

Das Fernrohr sitzt nicht direkt auf der Deklinationsachse, sondern steckt erst wieder in einem weiteren Rohr, welches auf der Deklinationsachse verschraubt ist, und lässt sich darin drehen. Dieses Rohr besteht aus zwei Stücken, aus einem besonders kräftigen, kurzen Stück, womit das Rohr auf der Deklinationsachse verschraubt ist, und aus einem daran befestigten, bis zum Okular reichenden, weniger starken Rohr, welches an seinem unteren Ende eine sternförmige Ansatzfläche (Fig. 2) trägt, die zum Halten der Theile bestimmt ist, welche sich nicht mit dem eigentlichen Fernrohr im Positionswinkel drehen lassen sollen. Es sind dies der Sucher *S*, die vier ihm gegenüberliegenden Schlüssel, welche zur Klemmung und Feinbewegung des Rohres in Rektaszension und Deklination dienen, ferner die beiden vom Okular aus im rechten Winkel zum Sucher sitzenden Mikroskope zur Ablesung des Deklinations- und Positionskreises und endlich noch vier in der Nähe des Suchers befindliche Handräder, mit denen die Klemmung und Drehung des Fernrohres im Positionswinkel ausgeführt wird.

Der Sucher hat ein ebenfalls von Steinheil geliefertes Objektiv von 95 *mm* freier Oeffnung und 600 *mm* Brennweite und ist mit einem Mikrometer *m* und Positionskreis versehen, sodass die am Hauptrohr vorzunehmenden Messungen vorher in roher Weise erst am Sucher ausgeführt werden können. Bei Drehung der Mikrometerschraube des Suchers, die zum Theil Rechts-, zum Theil Links-Gewinde trägt, bewegen sich von der Mitte des Gesichtsfeldes aus zwei Fäden nach entgegengesetzten Seiten; im Positionswinkel lässt sich der Sucher an einem den Positionskreis umgebenden Ring drehen.

[1]) Die Figuren sind aus dem Werke von Ambronn, „Handbuch der astronomischen Instrumentenkunde", dessen Erscheinen unmittelbar bevorsteht, von Autor und Verlag der Redaktion freundlichst zur Verfügung gestellt worden.

Mit dem im Umfassungsrohr befindlichen Tubusstück ist am unteren Ende das Okularrohr *B* (Fig. 2), am oberen Ende das sich erweiternde Objektivrohr (s. Fig. 1) fest verschraubt. Behufs leichter Drehung im Positionswinkel liegt der Tubus nicht direkt mit einem Flantsch auf der oberen Endfläche des Umfassungsrohres, sondern auf drei Rollen. Eine Verschiebung des Fernrohrtubus im Umfassungsrohr nach dem Objektiv hin wird durch eine auf dem Okularrohr aufgeschraubte, an dem unteren Rand des Umfassungsrohres anliegende Platte verhindert, welche zugleich den im Fernrohrtubus steckenden und mit ihm rotirenden Theilen als Halt dient.

Der Positionskreis sitzt auf dem mittleren Tubusstück und ist von einer Schutzhülle überdacht. Zur Einstellung des Fernrohres im Positionswinkel dienen, wie

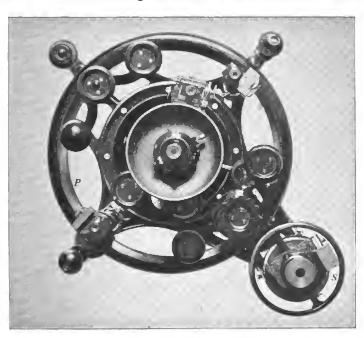


Fig. 2.

bereits erwähnt, die vier Schlüssel in der Nähe des Suchers. Mit dem einen wird das Fernrohr im Positionswinkel geklemmt, mittels des zweiten kann es noch eine Feinbewegung erhalten. Behufs rascherer Bewegung des Rohres im Positionswinkel bedient man sich des dritten und vierten Schlüssels, durch welche Zahnräder gedreht werden, die unter einander und mit einem grossen, auf vier Rollen laufenden und an der Innenseite mit Zähnen versehenen Ring *P* in Verbindung stehen; letzterer kann auch direkt mit beiden Händen gedreht werden, wenn das Rohr rasch um einen grösseren Winkel bewegt werden soll.

Die beiden nach jeder Seite um 1° gegen einander verschiebbaren Objektivhälften befinden sich in eisernen Fassungen (Fig. 3) und haben zylindrische Führung, sodass der Fokus immer an derselben Stelle des Gesichtsfeldes bleibt. Die zylindrische Führung wird für jede Objektivhälfte durch drei zylindrisch gehobelte Gleitflächen

bewirkt, gegen welche die Schieber *S* durch Rollen, die an starken Federn *f* sitzen, gedrückt werden. Zur Parallelführung dienen zwei mit Korrektionsschrauben *h* versehene Schienen. Die Verschiebung selbst wird bewirkt durch einen gleicharmigen Hebel, der sich um einen in der Spaltrichtung des Objektivs unterhalb der Platte

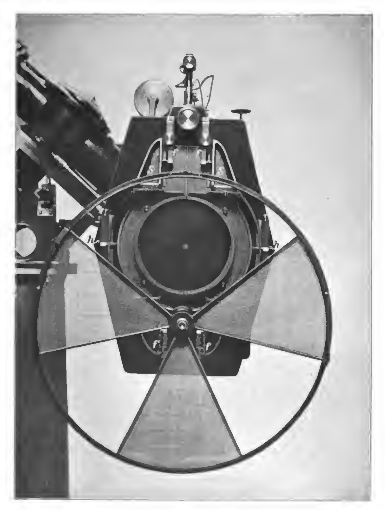


Fig. 3.

befindlichen Zapfen dreht und mit dessen Armen zwei auf die Schieber wirkende Leitstangen durch Kugelgelenk verbunden sind. Zur Bewegung der Objektivschieber bedient man sich vom Okular aus eines Schlüssels, welcher bis nahe zum Objektiv reicht und dort durch Zahnräder mit dem erwähnten Zapfen in Verbindung steht. Durch diesen Zapfen ist konzentrisch noch ein zweiter hindurchgeführt, welcher zur theilweisen Abblendung des Lichtes von einer der Objektivhälften ein Rad mit einigen

verschieden dichten, sektorenförmig angeordneten Gittern trägt, zu denen auch noch Zusatzgitter hinzugenommen werden können. Die Drehung dieses Rades erfolgt ebenfalls durch einen Schlüssel vom Okular aus, wo eine durch Zahnradübersetzung mit dem Schlüssel sich drehende kleine Indikatorscheibe den Stand des Abblendungsrades erkennen lässt.

Die beiden aus Platiniridium hergestellten Skalen, auf welchen die Stellung der Objektivschieber abgelesen wird, sind nach unten gekehrt und werden gleichzeitig durch das Ablesefernrohr vom Okular aus abgelesen. Dieses Ablesefernrohr und die beiden erwähnten Schlüssel für Schieberbewegung und Abblendung stecken also im Fernrohrtubus, bewegen sich mit ihm im Positionswinkel und ragen durch die Abschlussplatte hindurch aus ihm heraus.

Für die Untersuchung der Theilungsfehler der Skalen ist noch am Objektivkopf ein zweites, längs der Skalen verschiebbares Mikroskop und ein Schlüssel zur Verschiebung der Skalen selbst angebracht.

Zum Schutz gegen Verstaubung ist der Objektivkopf mit einer Blechkappe versehen. Die Temperatur am Objektiv wird durch ein Thermometer gemessen. Ein anderes Thermometer befindet sich in der Nähe des Okulars.

Da das lange Mikroskop zur Ablesung der Skalen sowie die Schlüssel für die Schieberbewegung und das Blendrad innerhalb des Fernrohrtubus liegen müssen, sind Objektiv und Okular, um dem Tubus einen geringeren Durchmesser geben zu können, exzentrisch in demselben angebracht, sodass die Absehlinie der Tubusachse parallel ist. Ein geringes Gegengewicht am Objektivkopf (in Fig. 3 die links oben sichtbare Scheibe) verlegt den Schwerpunkt des Rohres in die Umdrehungsachse. Das Auszugsrohr des Okulars ist mit einer Theilung versehen. Im Gesichtsfeld befindet sich ein Doppelkreuz aus Spinnfäden, welches sich in einfacher Weise mittels Schraubendrehung gegen ein solches aus Metallfäden austauschen lässt.

Hat man das Doppelkreuz in die Bildebene des Objektivs eingestellt, so dreht man bei Auswechslung des Okulars nicht mehr am Okularauszug, sondern bringt das neue Okular durch Drehung seiner Gewindeplatte, die zu dem Zweck getheilt ist und durch eine Schraube festgeklemmt werden kann, in die richtige Stellung.

Die Einrichtung für Klemmung und Feinbewegung in Rektaszension und Deklination ist die von Repsold bei seinen Aequatorealen angewandte. Die Deklinationsklemme wird durch eine tangential wirkende Schraube angezogen, die durch einen Schlüssel bewegt wird. Die Feinbewegung geschieht durch einen auf eine Stellschraube wirkenden Schlüssel, welch' erstere einen seitlichen Ansatz des auf die Deklinationsachse aufgeschraubten Rohrstückes mit dem Arm der Deklinationsklemme verbindet.

Die Schlüssel für die Klemmung und Feinbewegung in Rektaszension wirken durch Zahnräder zunächst auf zwei in einander steckende und durch den Arm der Deklinationsklemme hindurchgeführte Transmissionsröhren, von welchen zwei auf dem Mantel der Deklinationsachse lose aufsitzende Zahnräder getrieben werden. Diese beiden Räder sitzen jedoch nicht nebeneinander, sondern das eine konzentrisch auf dem andern und sind noch mit je einem zweiten Zahnkranz versehen, womit sie in Zahnräder eingreifen, die nun auf die Rektaszensions-Klemmschraube und -Stellschraube wirken.

Positionskreis und Deklinationskreis werden vom Okular aus in jedem der beiden schon oben erwähnten langen Mikroskope gleichzeitig abgelesen; die vom Deklinationskreis kommenden Strahlen werden durch Prismen unter einem rechten Winkel in die nach dem Positionskreis gerichteten Mikroskoprohre reflektirt. Da Positionskreis

und Deklinationskreis sich nicht in genau gleicher Entfernung vom Okular des Ablesefernrohres befinden, so ist, um die Bilder beider Kreise gleich deutlich sichtbar zu machen, die Einrichtung so getroffen, dass die Strahlen vom Positionskreis wie vom Deklinationkreis durch ein Objektiv, welches vor jedem Kreis in Brennweite angebracht ist, zunächst parallel gemacht werden und dann auf ein drittes Objektiv fallen, welches sie in seiner Brennebene, wo sich das Mikrometer befindet, zu einem Bilde vereinigt. Die Indizes der beiden Kreise sind bei diesen selbst fest angebracht, sodass durch eine Biegung des Ablesefernrohres kein Fehler entsteht.

Die Mikrometer der beiden Mikroskope zur Ablesung der Schieberskalen, nämlich des vom Okular und des vom Objektiv aus zu benutzenden Mikroskopes, sind mit den Mikroskoprohren nicht fest verbunden; vielmehr lassen sie sich durch Feinschrauben gegen dieselben bewegen, sodass man einen festen Faden auf die eine Skale und sodann einen beweglichen Faden auf die andere Skale einstellen kann. Man hat somit unter der Annahme, dass der Nullpunkt des Mikrometers sich während kurzer Zeit nicht ändert, nur eine einzige Ablesung zu machen. Durch eine am Okular des langen Mikroskopes angebrachte Registrirvorrichtung, welche im Allgemeinen der in *dieser Zeitschr. 1. S. 282. 1881* beschriebenen gleicht, werden die ganzen und die hundertel Umdrehungen der den beweglichen Faden führenden Mikrometerschraube notirt.

Zur Beleuchtung dienen Glühlämpchen, von denen eines das Licht gleichzeitig für das Ablesefernrohr und die beiden Mikroskope des Stundenkreises liefert, je eines für die Trommeln dieser Mikroskope, eines für die beiden Ablesefernrohre des Deklinationskreises und Positionskreises, eines für Mikrometer und Positionskreis des Suchers, zwei andere für die beiden Mikroskope zur Ablesung der Schieberskalen, eines mit Kohlenplattenwiderstand für das Gesichtsfeld und zugleich für den Abblendungsindikator und die Okularauszugsskale. Die Trommeln werden stets von hinten beleuchtet und in einem Spiegel abgelesen, was den Vortheil bietet, dass man das Auge nicht erst auf geringe Entfernung zu akkommodiren braucht.

Die vier Leitungsdrähte, welche den Strom den acht Glühlämpchen zuführen, gehen durch das Innere der Deklinationsachse, zwei derselben laufen sodann am äusseren Rohr nach dem Okularende hinab zu den Glühlämpchen, welche die nicht im Positionswinkel sich drehenden Theile beleuchten, während zwei andere in Schleifkontakte enden, die auf zwei isolirten Gleitringen aufliegen, welche den Fernrohrtubus in der Nähe des Positionskreises umgeben. Von diesen Gleitringen aus führen dann Drähte zu einem Umschalter am Okular für die sich im Positionswinkel mit drehenden Glühlämpchen, sowie zu dem zur Beleuchtung der Schieberskalen dienenden Glühlämpchen am Objektivende des Rohres.

Der Beobachtungsstuhl ist schon in dem Aufsatz über das Heliometer der Kap-Sternwarte beschrieben worden.

Referate.

Beiträge zur Theorie des Reversionspendels.

Von F. R. Helmert. *Veröffentlich. d. Königl. Preuss. Geodät. Institutes u. Centralbureaus d. Internat. Erdmessung. Potsdam 1898.*

Die Publikation besteht aus drei Theilen. Der erste Theil behandelt eine bisher nicht berücksichtigte Störungsquelle bei absoluten Schwerebestimmungen: die Elastizität des Pendels; der zweite giebt Beobachtungen und Resultate einer Reihe von Vorversuchen zur Bestimmung

der Länge des Sekundenpendels in Potsdam; im dritten wird hauptsächlich der Einfluss verschiedener Störungsquellen untersucht.

I. Theil. § 1. Nach geschichtlichen Notizen (der Einfluss der Elastizität auf ein Pendel wurde zuerst von Peirce, später von Kühnen erkannt) giebt Verf. die den folgenden Entwicklungen zu Grunde liegende Idee an: Die elastische Verbiegung des Pendels wird unter der Annahme, dass die Pendelbewegung in einer Drehung um eine horizontale feste mathematische Linie bestehe, mit denjenigen verlorenen Kräften berechnet, die aus der Bewegung eines starren Pendels folgen. Aus den Bewegungsgleichungen des starren Pendels werden in § 2 die verlorenen Kräfte berechnet, in § 3 die Grundgleichungen der Verbiegung eines elastischen Pendels angesetzt. In § 4 wird bewiesen, dass die bei der Bewegung eines elastischen Pendels nothwendig eintretende Längsdehnung ohne Einfluss auf die Länge des Sekundenpendels ist; in § 5 werden Länge und Schwingungszeit eines elastischen Pendels, in § 6 die eines Reversionspendels abgeleitet. Diese Formeln finden in § 7 Anwendung auf einen geraden Stab von gleichmässiger Stärke, der an einem Ende so aufgehängt ist, dass Längsachse und Drehachse einander rechtwinklig schneiden; speziell wird angegeben, dass für einen quadratischen Messingstab von 1500 *mm* Länge, 10 *mm* Seite und vom spezifischen Gewicht 8,5 die Schwingungszeit von rund einer Sekunde um 0,000 205 *S.* verlängert wird, während bei einem Ausschlag von 1° die grösste Verbiegung 0,1 *mm* beträgt. Für ein Messingrohr von gleicher Länge und von 31 *mm* innerem und 32 *mm* äusserem Durchmesser ist die Vergrösserung der Schwingungszeit nur 0,000 011 *S.*, die grösste Verbiegung 0,01 *mm*.

§ 8 handelt von den höheren Gliedern der Entwicklung. Da die gewöhnliche Gestalt der Reversionspendel komplizirt ist, werden in § 9 Näherungsformeln für eine der Form der meisten Reversionspendel am nächsten kommende „idealisirte“ Gestalt berechnet; im Grossen und Ganzen ist hiernach die verbogene Längsachse bei „leichtem Gewicht unten“ wesentlich nach aussen gekrümmt, bei „schwerem Gewicht unten“ ist sie von S-förmiger Gestalt. Nach denselben Näherungsformeln werden in § 10 die Längenstörungen für eine Anzahl von Reversionspendeln berechnet, die zu absoluten Schweremessungen benutzt worden sind; das Verhältniss $L':L$ der mathematischen Länge des biegsamen Pendels zu seiner Länge in starrem Zustande schwankt bei diesen Pendeln zwischen 1,000002 und 1,00027.

Um die Störung für das wegen seiner leichten Konstruktion besonders biegsame, unter Nr. 1 genannte Pendel genauer zu ermitteln, wurden zur Berechnung gewisser Integrale mechanische Quadraturen, bei denen das ganze Pendel in 10 *mm*-Abschnitte zertheilt gedacht wurde, vorgenommen; diese werden in § 11, getrennt für die beiden Gewichtslagen, gegeben. Mit ihnen ergiebt sich der unerwartet hohe, durch die später mitgetheilten absoluten Schweremessungen bestätigte Betrag

$$L' - L = +0{,}366\ mm \pm 0{,}015\ mm.$$

Für diese Berechnung war es nöthig, für das Pendel einen Elastizitätsmodul E zu bestimmen; nach § 12 hatte eine Reihe vom Verf. hierfür ausgeführter, statischer Biegungsversuche ergeben

$$E = 10\,300 \pm 45\,.$$

In § 13 werden mehrere Messungen von absoluten Pendellängen an Orten, deren Schweredifferenzen durch relative Schweremessungen ermittelt sind, mit einander verglichen und zwar nach Anbringung der Korrektion wegen der Durchbiegung; mit Ausnahme einer Reihe (Padua) ergiebt sich eine befriedigende Uebereinstimmung, während die früheren Werthe grosse Abweichungen zeigten.

II. Theil. In § 1 wird der zu den „Vorversuchen“ verwendete Apparat beschrieben. Wie Bessel für sein Fadenpendel, hatte Defforges für Reversionspendel die Differenzen-Methode vorgeschlagen, d. h. es sollten 2 Pendel von verschiedener Länge, aber gleichem Gewichte nach einander auf derselben Unterlage mit denselben Schneiden schwingen; es wird dadurch möglich, gewisse systematische Fehler unschädlich zu machen. Zur Durchführung dieses Vorschlages liess Verf. zwei gleichschwere Reversionspendel mit Schneidenabständen von 1 *m* und $^1/_4$ *m* anfertigen. Bei dem langen Pendel sollten Hohlräume ver-

mieden werden; dadurch wurde es aber so biegsam, dass ein stark (etwa $1/3$ *mm*) abweichendes Resultat erhalten wurde (Theil I der Publikation).

Zur Bestimmung der Schwingungszeiten wurden beide Pendel nacheinander zwischen den beiden, für absolute Pendelmessungen erbauten, sehr stabilen Pfeilern im Pendelsaal des Geodätischen Institutes schwingen gelassen, und zwar auf demselben Schneidenpaar. Zur Messung der Schneidenabstände diente das Dreibein des älteren Apparates; es wurde mit einem neuen Maassstab versehen, da das Metallthermometer des älteren sich als unregelmässig veränderlich erwiesen hatte. In § 2 folgen die beobachteten Schwingungszeiten nebst Reduktionselementen für Halbsekunden- und Sekunden-Pendel, sowie die Längenmessungen.

Die § 3 bis 6 behandeln die Reduktionen der Schwingungszeiten für endliche Amplitude, Temperatur, Luftdichte und Ubrgang. Zur Reduktion wegen Temperaturverschiedenheit wurde mit Näherungswerthen der Koëffizienten gerechnet; eine genaue Bestimmung derselben durfte unterbleiben, da die Mitteltemperaturen der Pendel bei den Schwingungen noch nicht 1° von jenen der Längenmessungen abweichen.

Einem besonderen Studium wurde die Schneidenbeleuchtung beim Messen der Schneidenabstände unterworfen (§ 7); sie geschah hier bei den Schneiden wie beim Maassstab durch $3/4$ *m* entfernte Oellampen. Bei „dunkler Schneide" bildete beleuchtetes Pauspapier den hellen Hintergrund; um „helle Schneiden" zu haben, wurde die dem Mikroskope zugewandte Seite der Schneide durch einen kleinen, schräg gestellten Spiegel beleuchtet.

Durch mikroskopische Betrachtung wurde gefunden, dass die hier benutzten Schneiden durch drei Ebenenpaare gebildet wurden, die, von der eigentlichen Auflagerung ausgehend, Winkel von 120°, 100° und 80° mit einander einschliessen. Zwischen den 120°-Ebenen ist eine Abstumpfung von 0,018 *mm* Breite; die Ebenenpaare selbst haben die Breiten: $1/10$ *mm*, $1/3$ *mm* und 8,5 *mm*. Um wirklich die letzte, schmalste Begrenzungsfläche vorn beleuchtet zu haben, ist darauf zu achten, dass bei horizontaler Beleuchtung der kleine, für „helle Schneide" eingesetzte Spiegel dieselbe Neigung hat wie diese, was hier sehr angenähert der Fall war.

Als *das beste, auch von Irradiation freie Einstellungsobjekt* ist nach dem Verf. eine etwa 3 μ breite (in vertikalem Sinne im Mikroskope gesehen) graue Linie anzusehen, die entsteht, wenn bei hellem Grunde zugleich auch die dem Mikroskope zugewandte Seite der Schneide beleuchtet wird; sie rührt von der 0,018 *mm* (in horizontalem Sinne) breiten Abstumpfung her.

§ 8 enthält die Resultate von verschiedenen Maassstab-Vergleichungen und § 9 die Ergebnisse der aus den „Vorversuchen" folgenden absoluten Pendellängen für Potsdam.

Zunächst liefert jedes der beiden Pendel zwei Endwerthe, je einen für „schweres Gewicht unten" und „oben"; durch die Anordnung der Beobachtung ist es möglich, einen gewissen Fehler der Längenmessung, der Schneidenform, der elastischen Kräfte an der Auflagerungsstelle aus den Abweichungen der vier Werthe zu berechnen und zu eliminiren. Der Endwerth ist

absolute Pendellänge für Potsdam = 994,263 *mm*;

ihm misst Verf. eine mittlere Unsicherheit von ± 0,020 *mm* zu.

III. Theil. § 1 enthält einige Notizen geschichtlicher Art über mehrere in den folgenden Paragraphen besprochene Störungen, die bei absoluten Schweremessungen in Betracht kommen.

§ 2. Um den Einfluss der umgebenden Luft theoretisch einfach betrachten und eliminiren zu können, ist es nöthig, dass beide Schneiden parallele Gerade sind und dass beim Umhängen der Pendel an deren äusserer Figur nichts geändert wird. Massen- sowie Volumenschwerpunkt müssen dann in der Ebene durch die Schneiden liegen, und die Figur sowie die Oberflächenbeschaffenheit des auf einer der Schneiden hängenden Pendels muss symmetrisch zu einer durch den Volumenschwerpunkt gehenden Horizontalebene sein.

In § 3 werden die Forderungen der Theorie enger begrenzt. α'_1 und α'_2 seien die Ueberschüsse der Winkel zwischen einer der beiden Schneiden und der Vertikalachse über 90°, β'_1 und β'_2 dieselben Grössen für die Winkel der Schneiden mit der in der Schwingungsebene liegenden, zur Vertikalachse senkrechten Achse; ferner sei

$$\alpha'_2 - \alpha'_1 = \nu, \quad \beta'_2 - \beta'_1 = x, \quad \alpha'_1 + \alpha'_2 = 2\,\alpha'_m, \quad \beta'_1 + \beta'_2 = 2\,\beta'_m;$$

Verfasser erhielt dann für die beiden verwendeten Pendel folgende Zahlen:

	$\sin 2\,\alpha'_m$	ν	Grösstes zulässiges ν	$\sin \varkappa$	$\sin 2\,\beta'_m$	Grösstes zulässiges $2\,\beta'_m$
Viertelmeterpendel	$\frac{1}{250}$	40″	50″	$\frac{1}{170}$	einige 0,1°	1°
Meterpendel . .	$\frac{1}{500}$	40″	100″	$\frac{1}{250}$	„ 0,1°	1°

Demnach waren bei den benutzten Pendeln die erlaubten Grenzen in dieser Hinsicht nicht überschritten. Als „zulässig“ wird ein Fehler angesehen, dessen Einfluss auf das Resultat ein Milliontel nicht überschreitet.

Dieselbe Forderung wird nach § 4, der von dem Einfluss der Symmetrie der äusseren Form handelt, befriedigt, wenn der Abstand der unteren von einer Vertikalebene durch die obere Schneide nur zehntel Millimeter beträgt. Eine Unsymmetrie in der Figur verschwindet vollständig aus dem Resultat bei Wiederholung der Beobachtung nach Vertauschung der Gewichte, wenn diese nach dem Vorschlage von **Defforges** im Innern des Pendelmantels geschieht. Bei den hier benutzten Pendeln ist die Symmetrie so gut gewahrt, dass kein merklicher Einfluss zu befürchten ist. Sind indessen bei Pendeln mit Rohren Ungleichheiten der Rohrdurchmesser von 0,1 *mm* vorhanden, so können nach dem Verf. Fehler bis 5 Milliontel in den Pendellängen entstehen; Verfasser empfiehlt deshalb, *„neue Pendel immer mit vertauschbaren Gewichten auszurüsten“*.

§ 5 behandelt das Abrollen der Schneiden auf dem Lager. **Bessel** hat nachgewiesen, dass beim Reversionspendel der Einfluss der Schneidenform (mit gewissen Einschränkungen) verschwindet, wenn die Schwingungen um jede der beiden Schneiden sowohl bei „schwerem Gewicht unten“ als auch „oben“ bei der Ableitung der Resultate kombinirt werden. Verf. giebt einen neuen Beweis dafür, dass dies für irgend eine Schneidenform gilt, wenn sie nur stetig gekrümmt ist. Eine facettenartige Beschaffenheit ist allerdings bedenklich.

Eine Unebenheit der Lagerfläche, sowie Nichtparallelismus der Widerlagsfläche der beiden Schneidenhalter in der Querrichtung zu den Schneiden wird nicht nothwendiger Weise durch Reversion mit Schneidenvertauschung unschädlich gemacht.

In § 6 setzt Verf. die Differentialgleichungen für ein Pendel und seine Unterlage an, dessen Schneide und Lager sich in Folge der Schwingungen im Raume und gegeneinander verschieben; berücksichtigt sind dabei: die Abwickiung, das Gleiten, die elastische Bewegung der Unterlage, die umgebende Luft und die Eigenschaft der Schneiden, nicht eine Linie, sondern eine schmale Fläche zu sein. Die Gleichungen werden in § 7 unter erlaubten Voraussetzungen integrirt und die Störungen der Pendellänge für absolute Schweremessungen berechnet.

In § 8 wird eine primitive Methode zur Untersuchung des Mitschwingens der Unterlage, nämlich das im geodätischen Institute ausgebildete Verfahren, dem Pendelpfeiler mittels einer Federwaage eine Anzahl Stösse in Sekundentakt zu geben (ihn zu „wippen“) und dann den daraus folgenden Ausschlag zu beobachten, näher untersucht, und zwar besonders der Einfluss eines abweichenden Rhythmus und insbesondere des Taktes; dieser ist grösser als jener.

In § 9 wird das Gleiten der Schneide auf ihrem Lager und in § 10 der Einfluss des Schwingungsbogens auf die Schwingungsdauer näher betrachtet und versucht, die sich noch theilweise widersprechenden Ergebnisse verschiedener Beobachter (**Bessel**, **Thiesen**, **Wilsing**, **Sokoloff**) zu vereinen. Eine besondere Art des Gleitens, das *„glissement“* von **Defforges** wird in § 11 näher beleuchtet. Die Verschiedenheit der Theorien über das Gleiten ist indessen für absolute Pendelmessungen belanglos, sobald nach **Defforges**' Prinzip verfahren wird.

In § 12 wird auf den Einfluss von Bodenerschütterungen eingegangen, wie ihn Schiötz an seinen invariablen Pendeln nachgewiesen hatte. In § 13 giebt Verf. eine Zusammenstellung der Grundformeln zur Reduktion der Pendellänge, in § 14 die Formeln zur Reduktion der Schwingungsdauer für Luftdichte. In den drei letzten Paragraphen werden untergeordnete Fehlerquellen ihrer Einwirkung nach geschätzt, und zwar: die Verkürzung des stehenden Maassstabes und die Verlängerung der Pendel durch ihr Gewicht, sowie der Einfluss eines Höhengradienten der Temperatur; die Störungsbeträge können leicht unter 1 μ gehalten werden. *Sn.*

Instrumente der schwedischen Markscheider.

Nach *Engineering* **66.** *S. 469 u. S. 502. 1898.*

In einem Aufsatz über den schwedischen Eisenerz-Bergbau theilt G. Nordenström, Professor an der Montanschule in Stockholm, mit, dass nirgends magnetische Instrumente so lange und so allgemein zur Aufsuchung von Lagerstätten magnetischer Eisenerze und zur Untersuchung der genauern Lagerungsverhältnisse dieser Erzlager benutzt worden seien wie in Schweden, wobei allerdings nicht zu vergessen ist, dass eben gerade der Magnetit das wichtigste Eisenerz Schwedens ist. Zuerst wurden nur Deklinations-Bussolen in diesem Sinn verwendet, seit 1770 auch Inklinations-Bussolen. Noch später machte sich mehr und mehr das Bedürfniss grösserer Genauigkeit geltend; in den letzten Jahrzehnten sind fast ausschliesslich Thalén's Magnetometer (seit etwa 30 Jahren) und Tiberg's Inklinationswaage (seit bald 20 Jahren) gebraucht worden. Beide Instrumente werden jetzt in der Regel kombinirt. Da der Verf. mit Recht sagt, dass die schwedischen Gruben-Messinstrumente ausserhalb ihres Ursprungslands so gut wie unbekannt seien, so mögen auch deutsche Leser auf die Beschreibung und Abbildung der beiden Instrumente an bequem zugänglicher Stelle aufmerksam gemacht sein (vgl. auch des Verfassers *„L'industrie minière de la Suède en 1897, S. 23 bis 25 u. S. 26 bis 29*). Magnetische Karten, die nach Thalén's und Tiberg's Methode aufgenommen worden sind, existiren in Schweden von allen Eisenerzrevieren, wodurch die Einrichtungen des Abbaus u. s. f. in sehr werthvoller Weise vorbereitet werden; der Verf. empfiehlt dieses Verfahren auch für andere Lager magnetischer Eisenerze.

Im Abschnitt VIII seiner Arbeit beschreibt der Verf. die Methode der speziellen Grubenmessung, die als „Svenska Markscheidermethoden“ sehr allgemein im Gebrauch ist und für kleinere Felder den Grubentheodolit durch einen (abgebildeten und beschriebenen) kleinen runden Messtisch mit einfacher Kippregel mit Höhenkreis ersetzt. Zwei solcher Messtische (mindestens) werden zusammenwirkend verwendet; die Längen werden mit Stahlbändern gemessen. Nur bei grosser Ausdehnung des Grubengebiets bestimmt man die Hauptpunkte durch Theodolitmessung. Bei der Darstellung der Lagerstätten und der Einbaue ist noch zu erwähnen, dass (entgegen dem Gebrauch anderer Länder) auf jedem Blatt (in 1 : 800) immer nur ein Horizontalschnitt dargestellt wird. *Hammer.*

Das abgekürzte terrestrische Fernrohr.

Von Prof. Jadanza. *Rivista di Topografia e Catasto* **10.** *S. 188. 1898.*

Das Fernrohr enthält zwischen der Objektivlinse M und dem Okular O, das eines der gewöhnlich in astronomischen Fernrohren gebräuchlichen, z. B. das Ramsden'sche ist, ein bildaufrichtendes System, aus zwei Linsen N und P bestehend mit den Brennweiten φ_1 und φ_2 ($\varphi_1 > 4\,\varphi_2$), derart angeordnet, das P sich im zweiten Brennpunkt von N befindet. Dieses System (N, P) bildet mit M zusammen das Objektiv des Fernrohrs. Das als Beispiel abgebildete Fernrohr hat folgende Abmessungen: Brennweite von M 60 *cm*, von N 12 *cm*, von P 2 *cm*; die Entfernung MN ist 12 *cm*, NP ebenfalls 12 *cm*. Die Länge des ganzen Fernrohrs ist (bei Entfernung ∞ des Gegenstandes) nur 36 *cm*. Der Verf. schreibt seinem Fernrohr besondere Vortheile als distanzmessendem Fernrohr zu (entfernungsmessendes Fernrohr mit festem mikrometrischem Winkel, sog. Reichenbach'scher, besser Green'scher oder Watt'scher Distanzmesser). Ist k die Hauptkonstante (z. B. 100), l bei horizontaler Zielung das

Lattenstück zwischen den Distanzfäden, so ist die Horizontaldistanz E zwischen der Latte und dem Objektiv des Fernrohrs gegeben durch

$$E = k\,l + \frac{\varphi_0^2}{\varphi_1} + \varphi_0$$

(im Original steht irrthümlich $+ \varphi_1$), wo φ_1 (wie oben angegeben) die Brennweite von N und φ_0 die Brennweite der Objektivlinse ist. Bei den oben angegebenen Fernrohrabmessungen würde also der anallaktische Punkt des Fernrohrs um 3,60 *m* vor der Objektivlinse liegen.

Hammer.

Ein neuer Schichtensucher.

Von M. Lange. *Zeitschr. f. Vermess.* **27.** *S. 230. 1898.*

Das Instrument stellt noch eine Form des Proportionaltheilers dar; es ist von Hamann in Friedenau zu beziehen.

Hammer.

Ueber eine Fehlerquelle in der Andrews'schen Methode zur Bestimmung der spezifischen Wärme von Flüssigkeiten.

Von E. Gumlich und H. F. Wiebe. (Mittheilung aus der Phys.-Techn. Reichsanstalt.) *Wied. Ann.* **66.** *530. 1898.*

Eine von Andrews angegebene und von Pfaundler verbesserte, einfache Methode zur Bestimmung der spezifischen Wärme von Flüssigkeiten besteht bekanntlich darin, dass man der in einem Kalorimeter befindlichen Flüssigkeit mit Hülfe eines „Erwärmungskörpers" eine bestimmte Quantität Wärme zuführt und die hierdurch hervorgebrachte Temperaturerhöhung misst. Als Erwärmungskörper dient ein thermometerartiges Instrument, dessen Gefäss etwa 600 *g* Quecksilber fasst und dessen Kapillare in passendem Abstande zwei feine Strichmarken trägt. Man erwärmt nun den Körper, bis das Quecksilber über der oberen Marke steht, senkt ihn in die Flüssigkeit ein, wenn beim Abkühlen das Quecksilber gerade die obere Marke erreicht hat, und zieht ihn rasch heraus, wenn die untere Marke erreicht ist. Den absoluten Betrag der hierbei an die Flüssigkeit abgegebenen Wärmemenge ermittelt man durch einen entsprechenden Versuch in Wasser. Bezeichnen dann Δt und $\Delta t'$ die beobachteten Temperaturzunahmen von Wasser bzw. Flüssigkeit, p und p' die entsprechenden Gewichtsmengen, c die spezifische Wärme des Wassers, x diejenige der Flüssigkeit, so gilt, von kleinen Korrektionen abgesehen, die Formel

$$x = c\,\frac{p}{p'}\cdot\frac{\Delta t}{\Delta t'}.$$

Hierbei ist jedoch stillschweigend vorausgesetzt, dass die Temperatur der Flüssigkeit beim eigentlichen Versuch nahezu dieselbe ist wie diejenige des Wassers beim Kontrolversuch; andernfalls begeht man einen Fehler, denn die Endtemperatur des Glasgefässes wird beim Eintauchen in eine kältere Flüssigkeit niedriger und somit auch das Volumen desselben geringer sein, als beim Eintauchen in eine Flüssigkeit von höherer Temperatur. Damit also das Quecksilber im Kapillarrohr die untere Marke erreicht, muss es sich im ersten Falle stärker zusammenziehen, d. h. mehr Wärme abgeben als im zweiten Falle.

Diese bisher nicht berücksichtigte Fehlerquelle untersuchten die Verf. in der Weise, dass sie in mehreren fortlaufenden Reihen die Wärmeabgabe desselben Erwärmungskörpers an Wasser bestimmten, dessen Anfangstemperatur zwischen 2° und 30° lag. Die bei dem verwendeten Körper von mittlerem Ausdehnungskoëffizienten erhaltenen Differenzen sind recht beträchtlich; so betrug die Wärmeabgabe an Wasser von 2,6° 1734 *Kal.*, an Wasser von 30° nur 1679 *Kal.* Bei der Ausgleichung der Beobachtungen nach der Formel $x - y\,t = B$, wobei t die Anfangstemperatur des Wassers und B die beobachtete Wärmeabgabe in Kalorien bedeutet, ergab sich $y = 2{,}05$ *Kal.*, d. h. 0,12% der gesammten Wärmezufuhr. Würde man also die Bestimmung der spezifischen Wärme einer Flüssigkeit bei $-10°$, die Kontrolversuche mit Wasser aber bei Zimmertemperatur ausführen, so beginge man den erheb-

lichen Fehler von 3,6 %. Bei genaueren Messungen ist diese Fehlerquelle natürlich auch unter weniger ungünstigen Verhältnissen recht merklich und darf nicht unberücksichtigt bleiben. *Glch.*

Ueber das Arbeiten bei niederen Temperaturen.

Von W. Hempel. *Ber. d. Deutsch. chem. Ges.* **31.** *S. 2993. 1898.*

Der Verf. hat untersucht, inwieweit sich mit einfachen Hülfsmitteln ähnlich wie bei den Dewar'schen Röhren gute Isolationen gegen Wärmeausstrahlung erreichen lassen. Er gelangt dabei zu folgenden Resultaten.

Art der Isolirung	Temperatur im Innern des Gefässes etwa 5 Min. nach der Beschickung	Temperatur nach		
		32 Min.	58 Min.	88 Min.
	Grad C.	Grad C.	Grad C.	Grad C.
Trockne reine Schafwolle (bei 100° getrocknet) . .	—74	—63	—61	—50
Baumwolle	—76	—63	—56	—43
Seide	—76	—65	—58	—48
Schweisswolle	—76	—64	—54	—44
Reine Wolle, lufttrocken	—77	—74	—64	—55
Eiderdaunen	—78	—76	—67	—66
Dewar'sche Röhre, schlecht evakuirt	—70	—47	—23	—5
Dewar'sche Röhre, gut evakuirt	—78	—54	—31	—9
Dewar'sche Röhre von Bender & Hobein, München	—77	—65	—54	—38

Zur Herstellung tiefer Temperaturen, insbesondere zur Kondensation von Gasen, leistet nach Angabe des Verf. feste Kohlensäure mit Aether gute Dienste. Das zu kondensirende Gas befindet sich in einer U-förmig gebogenen Röhre im Innern eines mit dem Gemisch von Kohlensäure und Aether gefüllten Zinkkastens, welcher seinerseits durch trockne reine Wolle isolirt ist.

Der Verf. hat dann Versuche über die zweckmässigste Gewinnung der festen Kohlensäure aus der flüssigen angestellt, welche wesentlich darauf hinauslaufen, dass man die Kohlensäure bei der Expansion aus der Flasche in einem Leinensack auffängt. Weitere Versuche waren darauf gerichtet, die Ausbeute an Kohlensäure zu erhöhen. Zu diesem Zwecke wurde versucht, die ausströmende flüssige Kohlensäure vor der Expansion durch einen mit Eis und Kochsalz gefüllten Kühler gehen zu lassen; die Mehrausbeute war aber so gering, dass es nicht die Mühe lohnt, einen solchen Kühler in Gang zu bringen. Enthält die Flasche jedoch nur noch Kohlensäuregas unter hohem Druck, wie es bei hoher Sommertemperatur eintritt, sobald die Flasche des grössten Theils ihres Inhaltes beraubt ist, so kann man durch Anschrauben eines mit Eis und Kochsalz gefüllten Kühlers eine nicht unerhebliche Menge fester Kohlensäure gewinnen, wenn man das Gas im Innern des Kühlers in den flüssigen Zustand überführt und dann erst expandiren lässt. Doch räth der Verf., im Allgemeinen die Kohlensäure nur direkt aus der Flasche expandiren zu lassen und den Rest, der am Ende als Gas in der Flasche bleibt, verloren zu geben. *Schl.*

Ueber die Abhängigkeit der Kapazität eines Kondensators von der Frequenz der benutzten Wechselströme.

Von J. Hanauer. *Wied. Ann.* **65.** *S. 789. 1898.*

Schaltet man in Zweig 1 einer Wheatstone'schen Brücke einen Kondensator mit einem beliebigen festen oder flüssigen Dielektrikum, in Zweig 2 einen Luftkondensator, während die Zweige 3 und 4 aus einem gewöhnlichen Messdraht gebildet werden, und schickt durch das System einen Wechselstrom, so erhält man im Allgemeinen im Telephon kein Verschwinden des Tones, sondern nur ein Minimum. Diese Erscheinung kann verursacht sein

1. durch eine thatsächliche Verschiedenheit der Dielektrizitätskonstante mit der Schwingungszahl,
2. durch Energieverluste im Dielektrikum (Rückstandbildung, Polarisation, Leitfähigkeit).

Ein Kondensator, in dem Energieverluste auftreten, kann nach Oberbeek aufgefasst werden als ein „reiner“ Kondensator, dem ein Widerstand parallel geschaltet ist. Bestand das Dielektrikum im ersten Zweige aus einer merklich leitenden Flüssigkeit, so schaltet Hanauer zum Luftkondensator in Zweig 2 einen Widerstand parallel. Da dieser Widerstand für gute Isolatoren zu gross werden würde, so schaltet er in diesen Fällen Widerstand und Luftkondensator hintereinander. Stellt man die Bedingungen der Stromlosigkeit der Brücke für eine bestimmte Wechselzahl auf, so kann man daraus die Kapazität und den Widerstand berechnen, die den Kondensator im Zweig 1 „ersetzen“. Die zu den Versuchen nothwendigen induktions- und kapazitätsfreien Widerstände stellte sich Hanauer selbst her. Die grösseren Widerstände (100 bis 1000 *Ohm*) waren aus Kohlenfäden gebildet, die kleineren (unter 100 *Ohm*) aus Neusilberdraht, die nach Chaperon's Vorschrift gewickelt wurden. Weiter wurden zu den Messungen zwei bis auf die Plattenzahl ganz gleiche Luftkondensatoren aus Aluminiumplatten von 18 × 18 *cm* Fläche und 2 *mm* Dicke benutzt. Der eine bestand aus zwei Messingplatten und 40 Aluminiumplatten und besass eine Kapazität von 0,01004 *Mikrof.* Er blieb während der Versuche unverändert. Der andere Kondensator, aus 2 + 60 Platten bestehend, konnte durch Abheben von Platten stets etwas kleiner als der zu untersuchende Kondensator gemacht werden. Als Zusatz zu diesem letzten Kondensator diente ein kontinuirlich veränderlicher Kondensator. Derselbe bestand aus zwei Messingrohren, die in einander verschiebbar waren; das eine Rohr hatte einen äusseren Durchmesser von 3,2 *cm* und trug eine Zentimetertheilung; es konnte mit Trieb und Zahnrad in dem zweiten verschoben werden, dessen innerer Durchmesser 3,4 *cm* betrug. Alle drei Kondensatoren waren mit metallischen Schutzhüllen umgeben. Als Messinstrumente in der Brücke dienten drei optische Telephone nach M. Wien, die auf 128, 256 und 512 Schwingungen pro Sekunde abgestimmt waren; durch einen Umschalter konnte entweder eins dieser drei Instrumente oder ein Hörtelephon eingeschaltet werden. Den Strom lieferte die Sekundärwicklung eines Induktoriums, in dessen Primärkreis ein Saitenunterbrecher eingeschaltet war. Die Saitenunterbrecher werden durch Vergleich mit den Tönen von Stimmgabeln auf die erforderliche Schwingungszahl gebracht.

Zunächst werden nun Messungen an Kondensatoren mit festem Dielektrikum gemacht; es werden Glas, Glimmer, Hartgummi und Paraffinpapier untersucht. Alle Substanzen zeigen das gleiche Verhalten: die Kapazität nimmt mit der Schwingungsdauer zu, und zwar wächst diese Zunahme schnell mit der Schwingungsdauer; Hand in Hand damit geht eine mit der Schwingungsdauer stark zunehmende, wirksame Leitfähigkeit. Steigt die Schwingungszahl von 128 auf 512 in der Sekunde, so nimmt die Kapazität bei Glas- und Glimmerkondensatoren z. B. um rund 2,5 % ab. Die untersuchten festen Körper sind dieselben, bei denen Rückstandsbildung auftritt. Hanauer hält es für wahrscheinlich, dass beiden Erscheinungen dieselbe Ursache zu Grunde liegt. Als solche wird in Uebereinstimmung mit einer Anschauung Maxwell's eine Inhomogenität des Dielektrikums angesehen. Diese Ansicht wird durch eine theoretische Berechnung begründet.

Folgende Flüssigkeiten wurden untersucht: Petroleum, Benzin, Gemische von Benzin mit Aethylalkohol, Rizinusöl, Anilin und Wasser. Die Flüssigkeiten wurden in einen parallelepipedischen Messingkasten gebracht, der durch Messingplatten in acht Abtheilungen getheilt war; die Wände des Kastens und die Platten bildeten die eine Belegung des Kondensators; die andere bestand aus acht Zinkplatten, die an einer Achse befestigt waren und in die Abtheilungen des Kastens tauchten. Für Wasser war ein besonderer Kondensator aus Platinblechen vorgesehen. Von den untersuchten Flüssigkeiten zeigte Rizinusöl keine merkliche Leitfähigkeit; die Dielektrizitätskonstante ist konstant; es verhält sich demnach wie Luft. Die schlecht leitenden Flüssigkeiten: Petroleum, Benzin, Mischungen von Benzin

und Alkohol zeigen keine merkliche Aenderung der Dielektrizitätskonstanten und der Leitfähigkeit mit der Schwingungszahl. Bei den alkoholreichen Mischungen des Benzins macht sich bereits eine mit wachsender Leitfähigkeit steigende Aenderung der Dielektrizitätskonstanten mit der Schwingungszahl bemerkbar. Stärker wird diese Erscheinung bei Anilin, am stärksten bei Wasser. Durch Platiniren der Elektroden wurde die Aenderung wesentlich geringer, sodass die Erscheinung durch die Polarisationskapazität der Elektroden erklärt werden kann. *E. O.*

Neu erschienene Bücher.

W. de Fonvielle, *Les ballons-sondes et les ascensions internationales. Deuxième édition.* 8°. IX, 148 S. Paris, Gauthier-Villars. 1899. Preis 2,75 frcs.

Diese Darstellung der Versuche, die höchsten Luftschichten mit Hülfe von Pilotballons zu erforschen, wird Vielen willkommen sein. Soweit es sich um französische Experimente handelt, sind auch instrumentelle Einzelheiten ziemlich ausführlich besprochen: z. B. das von G. Hermite und Besançon benutzte Verfahren, die Ballons zu montiren, der Apparat von Cailletet zur Entnahme von Luftproben, der Dromograph von Hermite zur trigonometrischen Höhenbestimmung der Ballons.

Gegenüber der vor einem Jahre erschienenen ersten Auflage stellt die jetzige nur einen unveränderten Abdruck dar mit Hinzufügung eines Berichtes über die aëronautische Konferenz zu Strassburg im April 1898 und die dadurch veranlassten internationalen Unternehmungen. Es ist zu bedauern, dass der Verf. die Gelegenheit nicht benutzt hat, um zahlreiche Irrthümer zu verbessern, auf welche er durch Rezensionen der ersten Auflage aufmerksam gemacht ist. Besonders Zahlenangaben und Personalnotizen sind ganz unzuverlässig; die Darstellung der deutschen Versuche ist grösstentheils falsch. *Sg.*

A. Kerber, Beiträge zur Dioptrik. IV. Heft. 8°. 16 S. Leipzig, G. Fock. 1898.

Zunächst werden die früher gegebenen strengen Formeln für die sphärische und chromatische Abweichung etwas bequemer für die Berechnung eines Fraunhofer'schen Doppelobjektivs eingerichtet. Für die kleinen Korrektionsglieder hat der Verf. zur Abkürzung der Rechenarbeit Tafeln gegeben. Der Gang der Rechnung ist am Schluss des Heftes übersichtlich zusammengestellt, wobei die Genauigkeit, mit der die einzelnen Rechenoperationen auszuführen sind, angegeben wird. Ohne Probiren erhält man so unter Berücksichtigung der Linsendicken und des Abstandes die Radienwerthe, bei welchen die chromatische und sphärische Aberration für eine bestimmte Objektivzone und einen bestimmten Wellenlängenbezirk gehoben sind. *A. K.*

G. Salmon, Analytische Geometrie der Kegelschnitte m. besond. Berücksicht. der neueren Methoden. Nach S. frei bearb. v. Prof. Dr. W. Fiedler. 6. Aufl. 1. Thl. gr. 8°. XX, 441 S. m. Fig. Leipzig, B. G. Teubner. 9,00 M.

C. F. Naumann, Elemente der Mineralogie, begründet v. N. 13. Aufl. v. Prof. Dr. F. Zirkel. Mit 1003 Fig. im Text. 2. Hälfte: Spez. Thl. gr. 8°. XI, S. 385 bis 798. Leipzig, W. Engelmann. 7,00 M.

F. Rosenberger, Die moderne Entwickelung der elektrischen Prinzipien. 5 Vorträge. gr. 8°. V, 170 S. Leipzig, J. A. Barth. 3,00 M.

W. Weiler, Wörterbuch der Elektrizität u. des Magnetismus. Mit 816 Abbildgn. Lex.-8°. IV, 632 S. Leipzig, M. Schäfer. 12,00 M.

F. Kohlrausch u. L. Holborn, Das Leitvermögen der Elektrolyte, insbesondere der Lösungen. Methoden, Resultate u. chem. Anwendgn. gr. 8°. XVI, 211 S. m. 64 Fig. u. 1 Taf. Leipzig, B. G. Teubner. Geb. in Leinw. 5,00 M.

Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. H. Landolt, Vorsitzender, Prof. Dr. A. Westphal, geschäftsführendes Mitglied, Prof. Dr. E. Abbe, Dr. H. Krüss.

Redaktion: Dr. St. Lindeck in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang. **Februar 1899.** Zweites Heft.

Ueber die Reduktion der Quecksilberthermometer aus dem Jenaer Borosilikatglase 59^{III} auf das Luftthermometer in den Temperaturen zwischen 100° und 200°.

Von

Dr. **H. Lemke.**

(Mittheilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Im Jahre 1895 hat Hr. Grützmacher (*diese Zeitschr.* **15.** *S. 250. 1895*) eine Arbeit veröffentlicht, welche u. A. die Reduktionen von Quecksilberthermometern aus dem Jenaer Glase 59^{III} auf das Luftthermometer enthält. Die Reduktionen wurden in der Weise bestimmt, dass Normalthermometer aus dem Glase 16^{III}, für welche sämmtliche Korrektionen einschliesslich der Reduktionen auf das Luftthermometer bekannt waren, und Instrumente aus dem Glase 59^{III} miteinander verglichen wurden.

Vor einiger Zeit sind nun der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt eine Reihe ausgezeichneter Normale aus dem Glase 59^{III} zur Untersuchung eingereicht worden, welche für eine auswärtige Behörde bestimmt sind. Da dieselben sehr genaue Beobachtungsergebnisse gewährleisten, so lag es nahe, mit ihrer Hülfe die Versuche zu wiederholen, und zwar besonders für Temperaturen, welche 100° überschreiten. Von den Beobachtungsergebnissen werden im Folgenden diejenigen mitgetheilt werden, welche sich auf das Temperaturintervall von 100° bis 200° beziehen.

Untersuchung der Instrumente. Von den aus dem Glase 59^{III} angefertigten Normalen gelangten für die vorliegenden Zwecke im Ganzen 5 Instrumente zur Verwendung, eins in $^1/_5$, die übrigen in $^1/_{10}$ Grad getheilt. Die Skale des ersten Thermometers umfasste das Temperaturintervall 100° bis 200° vollständig, die der vier anderen das Intervall 100° bis 150° bezw. 150° bis 200°. Die Kaliberkorrektionen wurden von 5° zu 5° nach der Neumann-Thiesen'schen Methode[1]) und zwar in doppelter Anwendung ermittelt, ebenso durch zahlreiche Beobachtungen die Korrektionen für die Lage des Eispunktes, sowohl vor wie nach der Kalibrirung, nachdem zunächst die Instrumente längere Zeit bestimmten Temperaturen ausgesetzt waren. Auf diese Weise liess sich feststellen, dass der Anstieg der Eispunkte, trotzdem die Thermometer während der Prüfung wiederholt auf höhere Temperaturen erhitzt wurden, im Laufe von etwa 6 Monaten 0,02° nicht überschritt. Nachdem ferner der Fundamentalabstand und der Koëffizient β_e für den äusseren Druck bestimmt worden war, aus welchem sich der Koëffizient für den inneren Druck durch die bekannte Beziehung[2])

$$\beta_i = \beta_e + 0{,}000\,014$$

[1]) *Carl's Repertorium* **15.** *S. 285 u. 677.*

[2]) Guillaume, *Traité de Thermométrie.*

berechnen liess, wurde durch algebraische Addition der Korrektionen für Kaliber, Gradwerth und inneren Druck eine Gesammtkorrektion gefunden, der nach jeder Temperaturbestimmung die beobachtete zugehörige Eispunktskorrektion hinzugefügt werden musste. Für die drei zuerst genannten Korrektionen ergaben sich so kleine wahrscheinliche Fehler, dass die Unsicherheit der Gesammtkorrektion an allen Skalenstellen weniger als 0,01° beträgt. Die Vergleichung erfolgte mit Hülfe von fünf Normalthermometern aus dem Glase 16^{III}. Für diese Instrumente sind schon vor einer Reihe von Jahren sämmtliche Korrektionen, einschliesslich der Reduktionen auf das Luftthermometer, mit grosser Genauigkeit festgestellt worden. Für den Fall jedoch, dass im Laufe der Zeit Veränderungen eingetreten wären, wurden die Korrektionen für Kaliber, Gradwerth und inneren Druck einer Revision unterzogen.

Vergleichungen. In vielen Fällen werden für die Vergleichungen zwischen 100° und 200° die Dämpfe siedender organischer Flüssigkeiten benutzt. Von der Verwendung derselben musste jedoch im vorliegenden Falle Abstand genommen werden, da die Erfahrung gelehrt hat, dass viele unter ihnen nicht unzersetzt sieden und aus diesem Grunde kein konstantes Temperaturbad liefern. Die Erhitzung der Instrumente erfolgte deshalb im Oelbade, in einem zylindrischen Kessel von 60 *cm* Höhe und 25 *cm* Weite; ein Rührwerk bewirkte, dass die Temperatur in allen Theilen des Kessels die nämliche war. Für die herausragenden Fäden wurde die Korrektion mit Hülfe von Fadenthermometern nach Mahlke bestimmt.

Berechnung der Vergleichungen. Die korrigirten Temperaturangaben der Normale aus dem Jenaer Glase 16^{III} wie auch die der Instrumente aus dem Glase 59^{III} wurden zu Mitteln vereinigt und die Differenzen zwischen beiden Mitteln gebildet, welche also die unmittelbar beobachteten Reduktionen der Thermometer aus dem Glase 59^{III} auf das Luftthermometer darstellen. In der folgenden Tabelle sind in der ersten und zweiten Kolumne die Mittel aus den Ablesungen der Instrumente aus dem Glase 16^{III} bezw. 59^{III}, in der dritten Kolumne deren Differenzen enthalten.

Glas 16^{III}	Glas 59^{III}	Differenz	Gewichte
109,424	109,404	+ 0,020	3
120,815	120,825	− 0,010	3
120,363	120,353	+ 0,010	4
124,713	124,742	− 0,029	4
143,730	143,813	− 0,083	4
142,885	142,965	− 0,080	5
149,714	149,841	− 0,127	6
148,004	148,123	− 0,119	5
151,530	151,660	− 0,130	3
161,302	161,516	− 0,214	3
160,957	161,165	− 0,208	2
156,525	156,729	− 0,204	2
158,960	159,157	− 0,197	2
178,215	178,600	− 0,385	1
180,655	181,045	− 0,390	1
178,633	179,026	− 0,393	1
178,106	178,504	− 0,398	1
194,553	195,108	− 0,555	1
196,115	196,716	− 0,601	1
197,105	197,699	− 0,594	1

In der vierten Kolumne sind die Gewichte jeder Beobachtungsreihe zusammengestellt. Dieselben wurden unter Berücksichtignng der grösseren Beobachtnngsschwierigkeiten in höheren Temperaturen aus der Anzahl der Beobachtnngen für den einzelnen Punkt geschätzt.

Die Korrektionen liessen sich durch die Interpolationsformel

$$c = x\,t\,(100 - t) + y\,t\,(100 - t)^2$$

darstellen und die beiden Konstanten x und y nach der Methode der kleinsten Quadrate aus zwanzig Gleichungen unter Berücksichtigung ihrer Gewichte bestimmen:

$$x = +\,0{,}000\,000\,564$$
$$y = -\,0{,}000\,000\,3292\,.$$

Die hiermit berechneten Werthe des ersten Gliedes der Gleichung betragen im Allgemeinen nur wenige Tausendstel Grade und erreichen erst bei 200° den Betrag von 0,011°, der, wie weiter unten gezeigt werden soll, innerhalb der Fehlergrenzen liegt. Es würde also auch genügt haben, die Korrektionen durch die einfache Formel $c = y\,t\,(100 - t)^2$ auszudrücken.

Mit Hülfe der obigen Formel wurden die übrigbleibenden Fehler v berechnet und aus ihnen der mittlere Fehler der Konstanten x und y mittels der Gleichungen

$$M_x = \alpha \sqrt{\frac{\Sigma\,(p\,v\,v)}{n-2}}$$
$$M_y = \beta \sqrt{\frac{\Sigma\,(p\,v\,v)}{n-2}}$$

ermittelt, in welchen p das Gewicht und n die Anzahl der Bedingungsgleichungen bedeutet, während α und β sich aus den Formeln

$$\alpha^2 = \frac{\Sigma\,p\,t^2\,(100-t)^4}{[\Sigma\,p\,t^2\,(100-t)^2]\,[\Sigma\,p\,t^2\,(100-t)^4] - [\Sigma\,p\,t^2\,(100-t)^3]^2}\,,$$
$$\beta^2 = \frac{\Sigma\,p\,t^2\,(100-t)^2}{[\Sigma\,p\,t^2\,(100-t)^2]\,[\Sigma\,p\,t^2\,(100-t)^4] - [\Sigma\,p\,t^2\,(100-t)^3]^2}$$

ergeben. Die numerischen Werthe sind

$$M_x = \pm\,0{,}000\,000\,016$$
$$M_y = \pm\,0{,}000\,000\,0019\,.$$

Aus der zweigliedrigen Interpolationsformel wurden nunmehr die Reduktionen c_l auf das Luftthermometer von 5° zu 5° berechnet. M_c ist der zugehörige mittlere Fehler, c_g die von Hrn. Grützmacher[1]) für dieselbe Temperatur gefundene Korrektion.

Die Differenzen $c_l - c_g$ zwischen den von Hrn. Grützmacher gefundenen und meinen Reduktionen überschreiten im Allgemeinen nicht 0,02° (s. f. S.). Zum Schluss erreichen sie 0,04°, einen Betrag, welcher in der Umgebung der Skalenstelle 200° gleichfalls als klein zu bezeichnen ist.

Die mitgetheilten Zahlenwerthe für die Korrektionen c_l gründen sich, wie aus der ganzen Untersuchung unmittelbar hervorgeht, auf die Vergleichungen, welche die Hrn. Wiebe und Böttcher[2]) zum Zwecke der Ermittelung der Reduktionen von Thermometern aus dem Glase 16^{III} im Jahre 1890 ausgeführt haben. Sollten sich bei einer etwaigen Wiederholung der genannten Versuche Aenderungen der benutzten Werthe als nöthig erweisen, so würden dieselben auch in der zweiten und vierten Kolumne der letzten Zusammenstellung zu berücksichtigen sein. Ferner wird im

[1]) *Diese Zeitschr.* **15.** *S. 260. 1895.*
[2]) *Diese Zeitschr.* **10.** *S. 245. 1890.*

t	c_t	M_c	c_g	$c_t - c_g$
100	0,00	± 0,00	0,00	0,00
105	0,00	0,00	0,00	0,00
110	0,00	0,00	0,00	0,00
115	− 0,01	0,00	0,00	− 0,01
120	− 0,02	0,00	0,00	− 0,02
125	− 0,03	0,00	− 0,01	− 0,02
130	− 0,04	0,00	− 0,02	− 0,02
135	− 0,06	0,00	− 0,04	− 0,02
140	− 0,08	0,00	− 0,06	− 0,02
145	− 0,10	0,00	− 0,08	− 0,02
150	− 0,13	0,00	− 0,11	− 0,02
155	− 0,16	0,01	− 0,14	− 0,02
160	− 0,19	0,01	− 0,18	− 0,01
165	− 0,23	0,01	− 0,22	− 0,01
170	− 0,28	0,01	− 0,27	− 0,01
175	− 0,33	0,01	− 0,32	− 0,01
180	− 0,39	0,01	− 0,39	0,00
185	− 0,45	0,01	− 0,46	+ 0,01
190	− 0,52	0,01	− 0,53	+ 0,01
195	− 0,59	0,01	− 0,62	+ 0,03
200	− 0,67	0,02	− 0,71	+ 0,04

Allgemeinen auch der mittlere Fehler etwas grösser angenommen werden müssen, als es oben geschehen ist. Bezeichnet man nämlich mit m_{59} den in der dritten Kolumne angegebenen mittleren Fehler für eine bestimmte Temperatur und mit m_{16} den mittleren Fehler der von den Hrn. Wiebe und Böttcher bei derselben Temperatur gefundenen Reduktion der Instrumente aus dem Glase 16^{III} auf das Luftthermometer, so erhält der Gesammtbetrag des mittleren Fehlers für die Reduktion der Thermometer aus dem Borosilikatglase 59^{III} den Werth

$$m = \pm \sqrt{m_{16}^2 + m_{59}^2}\,.$$

Nun sind freilich genaue Zahlen für m_{16} nicht bekannt. Man kann sich jedoch eine ungefähre Vorstellung davon machen, von welcher Grössenordnung m ist, wenn man sowohl für die von den Hrn. Wiebe und Böttcher angestellte Beobachtungsreihe wie auch für die von mir angegebenen Zahlen den mittleren Fehler einer Bestimmung nach der Formel

$$M = \sqrt{\frac{\Sigma v v}{n - 2}}$$

berechnet. Man findet in beiden Fällen $M = \pm 0{,}04^0$ und wird daher annehmen können, dass in beiden Beobachtungsreihen die Genauigkeit der ausgeglichenen Reduktionen ungefähr dieselbe ist.

Für eine endgültige Zusammenstellung der Reduktionen zwischen 100° und 200° empfiehlt es sich zweifellos, nicht allein die von mir gefundenen Zahlenwerthe in Betracht zu ziehen, sondern auch die Korrektionen, welche Hr. Grützmacher angegeben hat, nach Maassgabe ihrer Gewichte zu berücksichtigen. Hr. Grützmacher findet für seine Beobachtungsreihe zwischen 100° und 300° unter Ausschluss einiger Werthe, deren Unsicherheit besonders deutlich hervortrat, den wahrscheinlichen Fehler ± 0,09°. Es verhalten sich daher die mittleren Fehler seiner Angaben und der meinigen wie 13 zu 4 und die Gewichte wie 1 zu 10. Daraus ergeben sich die

endgültigen Reduktionen, deren Werthe ich zur bequemeren Benutzung in der folgenden Zusammenstellung von Grad zu Grad mittheile.

t	*c*	*t*	*c*	*t*	*c*	*t*	*c*
100	0,00	125	— 0,03	150	— 0,13	175	— 0,33
101	0,00	126	— 0,03	151	— 0,13	176	— 0,34
102	0,00	127	— 0,03	152	— 0,14	177	— 0,35
103	0,00	128	— 0,04	153	— 0,15	178	— 0,37
104	0,00	129	— 0,04	154	— 0,16	179	— 0,38
105	0,00	130	— 0,04	155	— 0,16	180	— 0,39
106	0,00	131	— 0,04	156	— 0,16	181	— 0,40
107	0,00	132	— 0,05	157	— 0,17	182	— 0,41
108	0,00	133	— 0,05	158	— 0,18	183	— 0,43
109	0,00	134	— 0,06	159	— 0,19	184	— 0,44
110	0,00	135	— 0,06	160	— 0,19	185	— 0,45
111	0,00	136	— 0,06	161	— 0,20	186	— 0,46
112	0,00	137	— 0,07	162	— 0,21	187	— 0,48
113	— 0,01	138	— 0,07	163	— 0,21	188	— 0,49
114	— 0,01	139	— 0,08	164	— 0,22	189	— 0,51
115	— 0,01	140	— 0,08	165	— 0,23	190	— 0,52
116	— 0,01	141	— 0,08	166	— 0,24	191	— 0,53
117	— 0,01	142	— 0,09	167	— 0,25	192	— 0,55
118	— 0,02	143	— 0,09	168	— 0,26	193	— 0,56
119	— 0,02	144	0,10	169	— 0,27	194	— 0,57
120	— 0,02	145	— 0,10	170	— 0,28	195	— 0,59
121	— 0,02	146	— 0,11	171	— 0,29	196	— 0,60
122	— 0,02	147	— 0,11	172	— 0,30	197	— 0,62
123	— 0,02	148	— 0,12	173	— 0,31	198	— 0,64
124	— 0,03	149	— 0,12	174	— 0,32	199	— 0,66
125	— 0,03	150	— 0,13	175	— 0,33	200	— 0,67

Durch die im Vorhergehenden enthaltenen Untersuchungen dürften die Gaskorrektionen der Thermometer aus dem Jenaer Borosilikatglase 59^{III} zwischen 100° und 200° mit hinreichender Sicherheit ermittelt sein.

Zur Theorie der zweitheiligen verkitteten Fernrohrobjektive.

Von
Emil von Höegh in Berlin-Friedenau.
(Mittheilung aus der optischen Anstalt von C. P. Goerz.)

In *dieser Zeitschr.* ***18.*** *S. 357.* ***1898*** versucht es Hr. Dr. H. Harting, zur Bestimmung der drei Krümmungsradien eines verkitteten Fernrohrobjektives Bedingungsgleichungen abzuleiten unter Voraussetzung der gleichzeitigen Annullirung der sphärischen Bildfehler auf und in der Nähe der Achse für eine gegebene Brennweite und *eine* Linie des Spektrums. Er kommt indess bei dem Versuch, durch Elimination der Unbekannten bis auf eine, eine einzige Gleichung zu erhalten, auf derartig komplizirte Ausdrücke für die aus den bekannten Grössen zusammengesetzten Koëffizienten, dass er mit Recht von der Anwendung derselben für den praktischen Gebrauch abräth und ein Näherungsverfahren als zweckmässiger empfiehlt.

Ich habe mich vor längerer Zeit mit derselben Aufgabe befasst und habe gefunden, dass sich die Endgleichung auf einen verhältnissmässig recht einfachen Aus-

druck bringen lässt, wenn man nicht einen der Krümmungsradien, sondern eine der Brennweiten der Einzellinsen als Unbekannte übrig lässt. Bei dem allgemeinen Interesse, welches der vorliegende Gegenstand ohne Zweifel verdient, erlaube ich mir, die seiner Zeit gefundenen und praktisch verwertheten Formeln an dieser Stelle in Kürze wiederzugeben. Die Formeln gestatten nicht nur die Anwendung auf das Fernrohrobjektiv, sondern auch auf ein beliebiges Paar konjugirter Punkte und für positive oder negative Brennweite des Gesammtsystems.

Sind

$\varrho\ \varrho_1\ \varrho_2$ die reziproken Werthe der Krümmungshalbmesser,

$\left.\begin{array}{l} l_1 = (n_1 - 1)(\varrho - \varrho_1) \\ l_2 = (n_2 - 1)(\varrho_1 - \varrho_2) \end{array}\right\}$ die reziproken Werthe der Brennweiten der Einzellinsen,

$n_1\ n_2$ die Brechungsindizes,

$\pi_0\ \pi'''$ die reziproken Werthe für die Abstände der konjugirten Punkte vom Objektiv,

φ die Brennweite des Objektivs,

so ergeben sich für die zu erfüllenden Bedingungen folgende Gleichungen.

I. Brennweite:

$$l_1 + l_2 = \pi''' - \pi_0 = \varphi.$$

II. Sinusbedingung:

$$0 = l_1 \varrho_1 d_1 + l_1^2 d_2 + \varrho_1 d_3 + l_1 d_4 + d_5 - \pi_0 [l_1 e_1 + e_2].$$

III. Sphärische Gleichung:

$$0 = \varrho_1^2 l_1 a_1 + \varrho_1 l_1^2 a_2 + l_1^3 a_3 + \varrho_1^2 a_4 + \varrho_1 l_1 a_5 + l_1^2 a_6 + \varrho_1 a_7 + l_1 a_8 + a_9 - \pi_0 [\varrho_1 l_1 b_1 + l_1^2 b_2 + \varrho_1 b_3 + l_1 b_4 + b_5] + \pi_0^2 [l_1 c_1 + c_2].$$

Die Koëffizienten d, e, a, b, c haben hier folgende Bedeutung:

$$d_1 = \frac{n_2 - n_1}{n_1 n_2} \qquad a_1 = 2 d_1 \qquad b_1 = 2 a_1$$

$$d_2 = \frac{n_1 + 1 - n_1^2}{n_1 (n_1 - 1)} - \frac{n_2 + 1 - n_2^2}{n_2 (n_2 - 1)} \qquad a_2 = \frac{n_1 + 4 - 2 n_1^2}{n_1 (n_1 - 1)} - \frac{n_2 + 4 - 2 n_2^2}{n_2 (n_2 - 1)} \qquad b_2 = \frac{3 n_1 + 4 - 3 n_1^2}{n_1 (n_1 - 1)} - \frac{3 n_2 + 4 - 3 n_2^2}{n_2 (n_2 - 1)}$$

$$d_3 = \varphi \frac{n_2 + 1}{n_2} \qquad a_3 = \frac{n_1^3 - 2 n_1^2 + 2}{n_1 (n_1 - 1)^2} - \frac{n_2^3 - 2 n_2^2 + 2}{n_2 (n_2 - 1)^2} \qquad b_3 = 4 \varphi \frac{n_2 + 1}{n_2}$$

$$d_4 = \frac{d_3}{n_2 - 1} \qquad a_4 = \varphi \frac{n_2 + 2}{n_2} \qquad b_4 = \frac{b_3}{n_2 - 1}$$

$$d_5 = -\varphi^2 \frac{n_2}{n_2 - 1} \qquad a_5 = 2 \frac{a_4}{n_2 - 1} \qquad b_5 = -\varphi^2 \frac{3 n_2 + 1}{n_2}$$

$$a_6 = \frac{a_4}{(n_2 - 1)^2}$$

$$e_1 = d_1 \qquad a_7 = -\varphi^2 \frac{2 n_2 + 1}{n_2 - 1} \qquad c_1 = a_1$$

$$e_2 = \varphi \frac{2 n_2 + 1}{n_2} \qquad a_8 = \frac{a_7}{n_2 - 1} \qquad c_2 = \varphi \frac{3 n_2 + 2}{n_2}$$

$$a_9 = \varphi^3 \frac{n_2^2}{(n_2 - 1)^2}.$$

Die Verbindung von Gleichung II und III führt nach mannigfachen Reduktionen zur Bestimmung von l_1 auf die Endgleichung

$$0 = M l_1^5 + N_0 l_1^4 \varphi + O_0 l_1^3 \varphi^2 + P_0 l_1^2 \varphi^3 + Q_0 l_1 \varphi^4 + R_0 \varphi^5 + N_1 l_1^4 \pi_0 + O_1 l_1^3 \pi_0 \varphi + P_1 l_1^2 \pi_0 \varphi^2 + Q_1 l_1 \pi_0 \varphi^3 + R_1 \pi_0 \varphi^4 + R_2 \pi_0^2 \varphi^3.$$

Die Koëffizienten M, N.. u. s. w. sind Ausdrücke, in welchen nur die Brechungsindizes n_1 und n_2 vorkommen. Setzen wir zur Vereinfachung

$$s = \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} \qquad t = \frac{n_2 - n_1}{(n_2 - 1)(n_1 - 1)}$$

$$\alpha = \frac{n_2}{n_2 - 1} \qquad \varepsilon = \frac{2 n_2 - 1}{n_2 - 1}$$

$$\beta = \frac{2 n_2 + 1}{n_2 - 1} \qquad \zeta = \frac{1}{n_2 - 1}$$

$$\gamma = \frac{n_2 + 1}{n_2} \qquad \eta = -\frac{4 n_2^2 + 3 n_2 + 1}{(n_2 - 1)^2}$$

$$\delta = \frac{n_2 + 2}{n_2} \qquad \vartheta = + \frac{3 n_2^2 + 2 n_2 + 1}{n_2 (n_2 - 1)},$$

so ist

$$M = -\frac{s t^2}{n_1 n_2}$$

$$N_0 = \delta \alpha^2 s^2 + s t \left(1 + \frac{2 \gamma}{n_1 - 1}\right) - t^2 \frac{\beta}{\alpha} \qquad N_1 = - s^2 t$$

$$O_0 = - \alpha \beta s^2 + s t \alpha \gamma + \gamma^2 t^2 + 2 \alpha^2 \gamma^2 s - \gamma^2 \varepsilon t \qquad O_1 = - 2 \alpha s^2 - \delta s t$$

$$P_0 = \alpha^2 s^2 + \eta s + \vartheta t \qquad P_1 = \alpha s^2 - 2 \beta s + t \frac{\beta}{\alpha^2}$$

$$Q_0 = \beta \alpha s \qquad Q_1 = \beta s$$

$$R_0 = \alpha \zeta \qquad R_1 = R_2 = - 1.$$

Vorstehende Gleichung bietet nun, wie man leicht erkennt, für den praktischen Gebrauch ganz besondere Vortheile. Nur die Grössen s und t enthalten den Index n_1, alle übrigen sind Funktionen von n_2. Beim Uebergang zu einer anderen Brechungsexponentendifferenz sind daher nur diese beiden Grössen umzurechnen. Ferner erhält man ohne weiteres zwei verschiedene Objektivformen („Flint voraus" und „Crown voraus"), indem man für den das erste Mal in Rechnung gezogenen Werth von π_0 das zweite Mal den diesem entsprechenden Werth von π''' ($\pi''' = \varphi + \pi_0$) mit geändertem Vorzeichen einführt, bei Fernrohrobjektiven z. B., indem man für π_0 ein Mal Null, das andere Mal $-\varphi$ einsetzt.

Die hier mitgetheilten Formeln gestatten daher bei verhältnissmässig geringem Arbeitsaufwand eine umfassende und lehrreiche Uebersicht über alle möglichen Variationen ohne Beschränkung auf eine bestimmte Anwendungsweise.

Nach Bestimmung von l_1 ergeben sich die übrigen Bestimmungselemente des Objektives ohne Weiteres aus den in den Gleichungen I, II und III gegebenen Beziehungen, oder, da durch $l_1 + l_2 = \varphi$ auch l_2 direkt gegeben, bequemer aus den Formeln

$$\varrho_1 = \pi_0 + l_1 - \frac{\frac{l_1^2}{n_1 - 1} - \frac{l_2^2}{n_2 - 1} - \eta (l_2 + \pi_0)}{l_1 \frac{n_1 + 1}{n_1} + l_2 \frac{n_2 + 1}{n_2}}$$

$$\varrho = \varrho_1 + \frac{l_1}{n_1 - 1}$$

$$\varrho_2 = \varrho_1 - \frac{l_2}{n_2 - 1}.$$

Waage zur Bestimmung der mittleren Dichtigkeit der Erde[1]).

Von
Franz Richarz in Greifswald und **Otto Krigar-Menzel** in Berlin.

Die in einer Kasematte der Spandauer Zitadelle im Jahre 1884 auf Kosten der Königlichen Akademie der Wissenschaften in Berlin und mit Unterstützung des Königlich Preussischen Kriegsministeriums, welches die Bleimasse und den Beobachtungsraum zur Verfügung stellte, begonnene Bestimmung der Gravitationskonstante und der mittleren Dichtigkeit der Erde ist im Jahre 1896 beendigt worden. Die Resultate einer ersten Reihe von Wägungen, aus denen sich die Abnahme der Schwere mit der Höhe ergab, wurden der Akademie am 23. März 1893, das endgültige Resultat am 26. November 1896 mitgetheilt[2]). Die ausführliche Publikation der ganzen Arbeit ist im September 1898 in den Abhandlungen der Berliner Akademie erschienen.

I. Methode und Versuchsanordnung.

Es soll zuerst das Prinzip der bei den definitiven Messungen zur Ausführung gelangten Methode kurz angegeben werden.

Den zur Anwendung kommenden Messapparat haben wir „Doppelwaage“ genannt; er besteht aus einer gewöhnlichen Waage, an deren beiden Schalen mittels je einer Stange von 226 *cm* Länge noch eine zweite, untere Schale hängt.

Ist diese Doppelwaage zunächst frei aufgestellt, so kommt für das Gleichgewicht bei Belastung in Betracht, dass die Beschleunigung durch die Schwerkraft am Orte der oberen Waageschalen einen kleineren Werth hat als am Orte der unteren. An einem ersten Wägungstage befinden sich die beiden Kilogrammkugeln[3]) auf den Waageschalen links oben und rechts unten; es werden dann gewöhnliche Gauss'sche Doppelwägungen mit horizontaler Umsetzung der Massen von rechts nach links und umgekehrt angestellt. Die hieraus als Resultat folgende Gewichtsdifferenz rührt her von der Differenz der beiden Massen und von der Differenz der Schwerkraft oben und unten. Am Schluss eines solchen ersten Wägungstages wird die oben befindliche Masse nach unten, die unten befindliche nach oben gebracht, und man führt an einem zweiten Wägungstage wiederum Doppelwägungen mit Vertauschung im gleichen Niveau aus, deren Resultat von demjenigen des ersten Tages verschieden sein muss; denn während die Differenz der Massen unverändert geblieben ist, hat die Differenz der Schwere durch die vertikale Umsetzung der Massen ihr Zeichen gewechselt. Subtrahirt man also die Resultate der beiden Tage, so hebt sich die Massendifferenz heraus, und es bleibt übrig die doppelte Abnahme der Schwere zwischen beiden Niveaus.

Bei den *Gravitationsbestimmungen* befindet sich zwischen den oberen und unteren Schalen ein nahezu würfelförmiger Bleiklotz von fast 9 *cbm* Inhalt und mehr als 100 000 *kg* Masse, welcher den zwischen dem oberen und unteren Schalenpaar vorhandenen Platz bis auf einen kleinen Spielraum ausfüllt; die beiden erwähnten Verbindungsstangen der Waageschalen gehen durch röhrenförmige Aussparungen in der Mitte des Klotzes hindurch (Näheres folgt weiter unten). Durch die Anwesenheit

[1]) Auszug aus den *Abhandl. d. Berl. Akad. 1898.*

[2]) F. Richarz und O. Krigar-Menzel, *Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1893. S. 163; 1896. S. 1305; Wied. Ann.* **51.** *S. 559. 1894;* **66.** *S. 177. 1898.* Referat in *dieser Zeitschr.* **17.** *S. 119. 1897.*

[3]) Vgl. *a. a. O. Sitzungsber. 1893. S. 171; Wied. Ann.* **51.** *S. 568. 1894.*

dieser grossen anziehenden Masse erscheint die Schwere am Orte der oberen Waageschalen um die Attraktion der Bleimasse vermehrt, am Orte der unteren Waageschalen um dieselbe vermindert. Die Abnahme der Schwerebeschleunigung von unten nach oben erscheint daher um die doppelte Attraktion vermindert; die Kombination zweier Wägungstage mit ganz denselben Anfangsstellungen und Vertauschungen der Kilogrammkugeln, wie ohne Bleiklotz, ergiebt daher jetzt statt der doppelten Abnahme der Schwere mit der Höhe ein um die vierfache Attraktion des Bleiklotzes vermindertes Resultat. Aus der Vereinigung der Resultate ohne Bleiklotz und mit Bleiklotz findet man also die reine vierfache Attraktion des letzteren, befreit von den ungleichen Wirkungen der irdischen Schwere über und unter demselben.

Der *Auftrieb der Luft*, welcher am Orte der oberen Waageschalen einen erheblich anderen Werth haben kann als am Orte der unteren, wurde zum grössten Theil kompensirt durch zwei Hohlkugeln aus Platin von nahezu demselben Volumen wie die Kilogrammkugeln und einer Masse von je 53,318 *g*. Diese befanden sich bei den Wägungen immer auf den von den Vollkugeln unbesetzt gebliebenen Waageschalen und blieben während einer kombinirbaren Serie von Wägungstagen immer denselben Vollkugeln zugeordnet. Da die Volumina nicht vollkommen gleich waren, sondern Differenzen bis zu etwa 0,4 *ccm* übrig blieben, war dann noch eine Korrektion wegen des Auftriebes an dem aus zwei Wägungstagen gewonnenen Resultate anzubringen.

Dieses Resultat, wie es sich unmittelbar aus den Wägungen als eine Gewichtsdifferenz ergiebt, bedeutet den doppelten Werth der Gewichtszunahme, welche die Masse einer Vollkugel minus der einer Hohlkugel, befreit vom Auftriebe, beim Transport von oben nach unten erfährt. Dieser Begriff gilt auch bei Anwesenheit des Bleiklotzes, wenn unter Gewicht dabei die Superposition der irdischen Schwere und der Attraktionswirkung der Bleimasse verstanden wird. Diese doppelte Zunahme beträgt ohne Bleiklotz etwa + 1,25 *mg*, mit Bleiklotz dagegen − 0,12 *mg*, d. h. die Zunahme der irdischen Schwere wird durch die Anziehung der Bleimasse um ein weniges überkompensirt und in eine geringe Abnahme verwandelt.

Der *Bleiklotz* hatte die Gestalt einer quadratischen Säule von 200 *cm* Höhe und 210 *cm* horizontaler Kantenlänge und bestand aus einzelnen Stücken von der Form $10 \times 10 \times 30$ *cm*; diese waren in liegender Stellung unter Vermeidung durchlaufender Vertikalfugen zu einem schönen, glattwandigen und geradkantigen Bau zusammengefügt, dessen exakte Begrenzungen bei der genauen Ausmessung des Klotzes sehr zu statten kamen. Wegen der in Schutzröhren eingeschlossenen Verbindungsstangen der unteren mit den oberen Waageschalen mussten in der Mitte des Klotzes durchschnittene Stücke mit halbzylindrischen Aussparungen verwendet werden.

Um die grosse Last dieser Bleimasse zu tragen, wurde ein Fundament gemauert, welches anderthalb Meter tief in der Erde steckt und ein halbes Meter hoch herausragt. Die quadratische Oberfläche von 2,5 *m* Kantenlänge besteht aus einer eben und horizontal gearbeiteten Zementschicht, welche die Basis für den Bleiklotz bildet. Die unteren Schalen schweben in der Mitte eines im Fundamente dicht unter dessen Oberfläche ausgesparten Kanals, welcher zugleich den Verkehr der Gewichtskugeln bei den Vertauschungen ermöglicht. Uebrigens ist dieser Kanal zur Vermeidung von Luftströmungen durch eine Längsscheidewand getheilt und durch Fallthüren verschlossen.

Da eine Senkung des Fundamentes unter der grossen Belastung zu erwarten war, wurde bei der Aufstellung der Waage und des optischen Beobachtungsapparates

(Skalenablesung mit Fernrohr, Spiegel am Waagebalken) jeder direkte Zusammenhang der festen Stützpunkte mit dem Fundamente vermieden.

Die Waage und der ganze Raum für den Bleiklotz befinden sich in einem Kasten aus doppelten Zinkblechwänden, welcher auf dem zementirten, mit Blech bedeckten Fussboden aufsteht und bis zur Decke reicht. Sämmtliche Manipulationen an der Waage wurden vom Platze des Beobachters aus ohne Betreten dieses Zinkkastens vorgenommen. Die Uebertragung der dazu erforderlichen Bewegungen an Griffen, Kurbeln u. a., welche der Beobachter vornimmt, auf die Theile, welche direkt an Waage und Gewichten angreifen, geschieht durch Stangen, Ketten, Schnüre u. s. w., welche durch die Wand des Zinkkastens hindurch zur Waage führen. Die vorzunehmenden Manipulationen sind: Lösen und Arretiren der Waage, Aufsetzen und Abheben der kleinen Zulagegewichte zum Aequilibriren, und vor allem die Vertauschung der kugelförmigen Hauptgewichte. Diese lagen in flachen kleinen ausgesparten Kalotten auf den Waagschalen auf. Abgehoben wurden sie von diesen durch Gabeln, die an je einem kleinen Wagen befestigt waren, unter die Ränder der Kugeln geschoben und dann gehoben wurden. Sind die Gabeln mit den Kugeln von den Waageschalen bis vor den Raum für den Bleiklotz gefahren, so kann dort diejenige Vertauschung stattfinden, welche nach einer ursprünglich geplanten Methode allein nothwendig war, nämlich von oben nach unten. Der Mechanismus für diesen Transport ist ein Fahrstuhl, an einer vertikalen prismatischen Führungsstange auf- und niedergleitend, welcher sich die Kugeln von den Gabeln holt und sie auf die Gabeln im andern Niveau bringt. Da der Fahrstuhl sammt seiner prismatischen Führungsstange um deren vertikale Achse drehbar ist, konnten die Kugeln auch im selben Niveau von rechts nach links vertauscht werden, was für die Methode, wie sie wirklich zur Ausführung gelangte, erforderlich war. Alle Theile des Mechanismus, welche in direkte Berührung mit den Kugeln kamen, waren mit Rohseide überzogen.

Auf die Einzelheiten des Mechanismus soll nicht eingegangen werden. Nur einige allgemeine Erfahrungen wollen wir mittheilen, welche bei ähnlichen Konstruktionen von Nutzen sein dürften. Holztheile und Schnüre aus organischen Fasern müssen wegen der Veränderlichkeit ihrer Dimensionen ganz vermieden werden, Ketten ebenfalls wegen ihrer Dehnbarkeit; statt ihrer sind Stahlbänder oder Drahtseile zu verwenden. Aber auch diesen sind starre Stangen vorzuziehen. Alle Bewegungen sind unter möglichster Beschränkung von Spielraum zu führen, ihre Beendigung durch Anschläge festzulegen. Versehentliche Bewegungen, die zu Unglücksfällen führen könnten, müssen mechanisch unmöglich gemacht werden.

Die Stellung jedes der Theile des Mechanismus war am Platze des Beobachters jederzeit durch Marken an den Kurbeln u. s. w. erkennbar. Die Vornahme einer Vertauschung, sei es von rechts nach links, sei es von oben nach unten, erforderte immer eine ziemliche Anzahl von Einzelbewegungen, für welche „Fahrpläne“ die richtige Reihenfolge angaben.

Der ganze Mechanismus ist, wie die Waage selbst, von Hrn. P. Stückrath in Friedenau bei Berlin hergestellt.

II. Die Waage.

Je länger und leichter gearbeitet ein Waagebalken zum Zweck hoher Empfindlichkeit ist, um so stärker wird auch die Durchbiegung bei Belastung der Seitenschneiden sein. Diese Durchbiegung erreicht nach dem Lösen der vorher arretirten

Waage keineswegs sofort einen konstanten Werth, sondern nähert sich einem solchen in Folge der lang andauernden elastischen Nachwirkung erst ganz allmählich. Zu Gunsten erhöhter Konstanz verzichtet man daher auf die grösste erreichbare Empfindlichkeit und giebt den besten Waagen nur kurze Balken: die unserige besass einen solchen von 23,320 *cm* Abstand der Seitenschneiden von einander. Die Gewichtsdifferenzen, welche wir messen sollten, betrugen wie oben erwähnt etwa 1,3 *mg*. Wir steckten uns das Ziel, dass der wahrscheinliche Fehler eines Wägungssatzes, d. h. *einer* Bestimmung jener Gewichtsdifferenz, $\pm 0{,}01$ *mg* nicht übersteigen solle, was wir auch durchschnittlich erreicht haben. Sollte diese Konstanz der Angabe schon bei einer einzelnen Einstellung der Waage erreicht sein, so müsste der Hebelarm bis auf etwa ein *milliontel* Millimeter jedesmal derselbe sein; das ist eine unerfüllbare Forderung. Für das Mittel mehrerer Einstellungen wird aber diese Sicherheit, wie der Erfolg zeigt, thatsächlich erreicht.

Wir hatten meist unsere Waage auf eine Empfindlichkeit von etwa 30 Skalentheilen pro Milligramm eingestellt; hier und immer im Folgenden handelt es sich um die mit je 1 *kg* beiderseits belastete Waage, wenn nicht ausdrücklich anders angegeben. Die halbe Schwingung dauerte dann etwa $^3/_4$ Minute, und das Dekrement war so klein, dass die Ruhelage aus drei aufeinanderfolgenden Umkehrpunkten in der gewöhnlichen Weise durch arithmetische Mittelbildung berechnet für unsern Genauigkeitsgrad dasselbe Resultat ergab, wie bei exakter Berücksichtigung der Dämpfung. Da die einzelne Ruhelage bei wiederholter Bestimmung sich dabei keineswegs bis auf die Grenze sicherer Ablesung (etwa 0,2 Skalentheile) konstant ergab, hätte eine weitere Erhöhung der Empfindlichkeit nur Nachtheil durch den Zeitverlust in Folge der langsameren Schwingung gebracht.

Nach diesen allgemeinen Bemerkungen sollen nun die einzelnen Theile der Waage und bei ihnen auch diejenigen Fehlerquellen besprochen werden, deren Sitz sie sind. Die Fig. 1 und 2 zeigen zwei der von Hrn. Stückrath für die Werkstatt angefertigten Zeichnungen der Waage, und zwar eine Vorderansicht und die Seitenansicht eines Gehänges, beide auf $^1/_3$ nat. Gr. verkleinert. Bei der Wiedergabe dieser Zeichnungen haben wir die das Verständniss erschwerenden Theile weggelassen, damit das Wesentliche um so besser hervortritt.

A. Balken, Schneiden, Pfannen. Die Mittelsäule der Waage trägt die Chalcedonpfanne *p* für die Mittelschneide des Balkens. Die Form des Waagebalkens ist aus der Vorderansicht ersichtlich; er besteht aus wiederholt stark gehämmertem, vergoldeten Bronzeguss. Die mit *v* bezeichnete Versteifung wurde im Sommer 1891 angebracht; wegen ihrer Anbringung mussten die Schrauben zur Regulirung der Empfindlichkeit an eine ungewöhnliche Stelle, nämlich an die Zunge *z*, gesetzt werden. Um die Zeichnung nicht zu verwirren, sind diese Schrauben weggelassen. Jene Zunge — für die definitiven Wägungen überflüssig — diente zum Ablesen bei der ersten rohen Justirung. Der wichtigste Theil des Balkens sind die Schneiden. Unsere Mittelschneide hatte eine Länge von 36 *mm*, die Seitenschneiden von 21 *mm*. Als Material derselben war zuerst Chalcedon gewählt worden, weil er gegenüber dem sonst meist benutzten Stahl den Vortheil grösserer Härte sowie der Unzerstörbarkeit durch Nässe hat. Bei den Chalcedonschneiden aber beobachteten wir, dass bei fortgesetztem Gebrauch die Uebereinstimmung der Wägungen immer schlechter wurde, während gleichzeitig die Empfindlichkeit im Laufe eines Vierteljahres auf die Hälfte herunterging. Wir vermutheten, dass aus den spröden Chalcedonschneiden kleine Stückchen herausgesprungen seien, und das Fehlen solcher Scherben von musche-

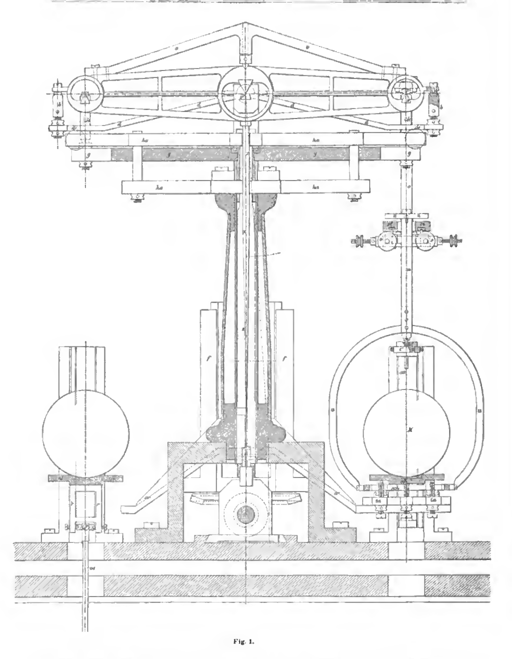
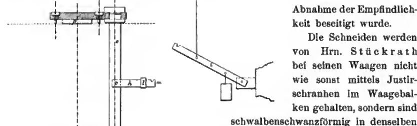


Fig. 1.

ligem Bruch liess sich in der That bei starker Vergrösserung direkt konstatiren. Bei dem sehr geringen Abstande des Schwerpunktes der Waage unter der Mittelschneide

muss ja ein solches Abbröckeln ausser der Inkonstanz der Einstellung eine starke Herabsetzung der Empfindlichkeit zur Folge haben. Im Frühjahr 1891 wurden daher die Chalcedonschneiden durch solche aus Stahl ersetzt, wodurch jene Unsicherheit und rasch fortschreitende Abnahme der Empfindlichkeit beseitigt wurde.



Die Schneiden werden von Hrn. Stückrath bei seinen Waagen nicht wie sonst mittels Justirschrauben im Waagebalken gehalten, sondern sind schwalbenschwanzförmig in denselben eingesetzt und durch Antreiben der beiden Backen unverrückbar in ihm befestigt. Dadurch wird eine nachträgliche Veränderung ihrer Lage in Folge des Ausgleichs von Spannungen in den scharf angezogenen Justirschrauben vermieden. Es ist eine besondere Fertigkeit von Hrn. Stückrath, die Parallelität der Schneiden in vollkommenster Weise durch blosses Schleifen derselben herstellen zu können. Die Kontrole wird dabei ausgeübt durch Aufsetzen von Gehängen mit sehr schmaler Pfanne. Wird diese Pfanne sammt belastetem Gehänge, unter Benutzung der noch zu beschreibenden Arretirung unserer Waage, einmal auf das eine, dann ganz auf das andere Ende derselben Seitenschneide aufgesetzt, so muss die Einstellung der Waage in beiden Fällen dieselbe sein, wenn die Schneide vollkommen der Mittelschneide parallel ist.

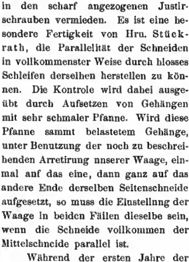


Fig. 2.

Während der ersten Jahre der Wägungen ging die Parallelität der Schneiden nach einiger Zeit immer wieder verloren. Wir konnten keine andere Erklärung dafür finden als die, dass im Waagebalken trotz wiederholten starken Hämmerns noch Spannungen von dem Guss desselben her sich nachträglich ausglichen. Das bei permanenten Magneten von den Hrn. Strouhal und Barus angewandte Verfahren zur Erzielung konstanten Momentes schien uns auch für unsern Zweck Aussicht auf Erfolg zu haben. In der That fand

die nachträgliche Lagenänderung der Schneiden nicht mehr statt, nachdem der Waagebalken 24 Stunden in einem Backofen in siedendem Wasser gelegen und sich dann mit dem Wasser und dem Backofen ganz langsam abgekühlt hatte. Wir empfehlen daher, diese Maassregel an Balken für Waagen, welche den höchsten Ansprüchen genügen sollen, von vornherein vorzunehmen.

Auf den Endschneiden ruhen bei gelöster Waage die Pfannen *p* der Gehänge, aus plan geschliffenen Chalcedonplatten bestehend. Durch die Wahl dieses Materials war eine Bedingung erfüllt, welche ebenso wie die folgende nach den Erfahrungen von Hrn. Thiesen eingehalten werden muss, dass nämlich das Material der Schneiden (bei uns Stahl) nicht härter sein darf als dasjenige der Pfannen, widrigenfalls letztere bei schwingender Waage Beschädigung erleiden. Die zweite jener Bedingungen ist, dass die Schneiden stets kürzer sein müssen als die Pfannen, wenn eine gleichmässige Zusammendrückung der ersteren möglich sein soll.

B. Gehänge, Zentrirung. Für die Konstruktion der Gehänge war maassgebend die Vermeidung folgender Fehlerquelle. Befindet sich der Schwerpunkt eines Gehänges sammt seiner Belastung vor dem Absetzen auf die betreffende Endscheide nicht in der durch diese gelegten Vertikalebene, so wird das Gehänge nach dem Lösen sich so weit neigen, bis jenes der Fall ist. Da nun die Schneide keine mathematische Linie ist, sondern eher als Zylinderfläche betrachtet werden kann, so wälzt sich die Pfanne bei jener Neigung des Gehänges auf der Endschneide; die Berührungslinie rückt nach aussen oder innen und der Hebelarm wird ein anderer. Nach der schon oben mitgetheilten Anforderung an die Konstanz sieht man, dass durch jenes Wälzen der Pfanne auf der Endschneide grosse Fehler verursacht werden müssen.

Dieses Wälzen wird zunächst dadurch vermieden, dass jedes Gehänge aus zwei getrennten Theilen, einem obern *o* und einem untern *u* besteht, deren jeder für sich ein starres System bildet und welche unter einander durch ein kardanisches Gelenk verbunden sind. Letzteres ist hergestellt durch ein Paar auf dem untersten Theile von *o* angebrachte Spitzen, welche den freien Ring *ri* tragen; auf diesem Ring ruhen wiederum zwei Spitzen, deren Verbindungslinie senkrecht zu derjenigen der beiden ersten Spitzen liegt. Dieses zweite Spitzenpaar gehört dem obersten Theil von *u* an. Denken wir uns statt des Gelenks einen „Drehpunkt" *P* (vgl. auch die schematische Darstellung in den *Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1893. S. 168* oder auch in *Wied. Ann. 51. S. 565. 1894*), so ist die Arretirung des obern Theiles des Gehänges so justirt, dass sein Schwerpunkt und der Drehpunkt *P* in arretirter Stellung sich in einer Vertikalen befinden, welche durch die betreffende Endschneide geht. Wird daher das ganze Gehänge auf letztere abgesetzt, so stellt sich auch der Schwerpunkt des untern Theiles *u*, einerlei, wo er sich vor dem Lösen befand, in jene *selbe* Vertikale ein, ohne dass der Theil *o* sich auf der Schneide wälzt. Wenn nun aber der Schwerpunkt von *u* vorher eine seitliche Lage hatte, so wird Pendeln von *u* eintreten, welches sich *o* mittheilt und die Schwingungen der Waage unregelmässig machen würde. Dies beseitigt Hr. Stückrath durch eine sinnreiche Vorrichtung, welche die „Zentrirung" genannt werden soll und bei beständig arretirten Theilen *o* folgende Prozeduren an *u* vornimmt.

Die selbständige Theilarretirung von *u* geschieht durch die „Zentrirungsspitze" *c*, welche den Bügel von *u* an seinem obern Ende anhebt, sodass der Ring *ri* entlastet wird. Die Führung der Zentrirungsspitze ist insbesondere in der Seitenansicht zu erkennen. Mit dem Bügel von *u* ist unten starr verbunden der Ring *sch*. Mit der Gewichtskugel *M* zusammen wird beim Arretiren und Lösen stets gleichzeitig von

dem Ring *sch* abgehoben bezw. auf ihn aufgesetzt der Aluminiumteller *al*. Der Schwerpunkt von *u* nebst *sch* befindet sich nun ebenfalls schon in arretirter Stellung vertikal unter der betreffenden Seitenschneide. Aber *M* nebst *al* kann ursprünglich eine seitliche Stellung haben. Das Prinzip des Zentrirens ist nun folgendes. Beim Lösen wird zuerst *M* mit *al* auf *sch* abgesetzt. Dann lässt die Spitze *c* den Theil *u* nebst *sch* langsam frei, sodass der Gesammtschwerpunkt von *u*, *sch*, *M*, *al* sich vertikal unter den gedachten Drehpunkt *P* des kardanischen Gelenks einstellt. Nun wird wieder arretirt, wobei zuerst *M* mit *al* vertikal in die Höhe gehoben wird. Theil *u* mit *sch*, die noch frei geblieben sind, pendeln dann um die Stellung, bei welcher ihr Schwerpunkt unter dem Drehpunkt *P* liegt, und werden bei weiterm Arretiren in dieser Gleichgewichtslage festgehalten. Bei nochmaligem Lösen wird zunächst *M* mit *al* vertikal abwärts auf *sch* gesetzt; die Stellung entspricht dann derjenigen, von welcher wir ausgingen, nur dass sich der Schwerpunkt von *M* mit *al* jetzt näher an der durch den Drehpunkt *P* gehenden Vertikalen befindet. Eine Wiederholung des Verfahrens giebt eine abermalige Annäherung an diese Vertikale.

Im Einzelnen ist die Ausführung dieses Prinzips die folgende. Die Arretirung *ta* des Aluminiumtellers *al* geschieht durch Hebung dreier rundköpfiger Säulen, die durch das Innere des Ringes *sch* von unten her durchgreifen. Vorder- und Seitenansicht geben *u* und *al* in arretirter Stellung. Die Tellerarretirung *ta* wird durch einen Arm *ar* von einer Führung *f* hinter der Mittelsäule der Waage her gehoben und gesenkt; *ta* nimmt durch seinen nach hinten sich erstreckenden Theil (s. die Seitenansicht) die Zentrirungsarretirung *ca* mit der Spitze *c* mit, aber mit Spielraum, sodass wie verlangt beim Senken zuerst *al* mit *M* abgesetzt, dann erst *c* gesenkt, beim Heben wieder zuerst *al* mit *M* abgehoben, dann erst *c* nach oben mitgenommen wird. Die ganze Einrichtung der Zentrirung würde unnöthig gewesen sein, wenn die Führung der Gewichte beim Absetzen auf die Schalen so angeordnet worden wäre, dass dieselben sich stets an dieselbe Stelle abgesetzt hätten. Der Vertauschungsmechanismus ergab aber kein solches identisches Absetzen; vielmehr schoben die Kilogrammkugeln beim Absetzen nach geschehener Vertauschung die Aluminiumteller unter sich zurecht, sodass nach jeder Vertauschung neues Zentriren erforderlich war. Die „Zentrirung" erreicht ihren Zweck um so schneller, je grösser die Masse *M* gegenüber der Masse *m* von Gehänge und Schale ist. Der Abstand zwischen Schwerpunkt von *M* und der Vertikalen durch die Schneide wird bei jedem Lösen und Arretiren des unteren Theiles der Gehänge im Verhältniss $m : M + m$ herabgesetzt. Zweimalige Wiederholung zentrirte bei unseren Verhältnissen die Masse *M* so weit, dass der oben auseinandergesetzte Fehler unmerklich klein wurde.

Den übrigen Theil des Gehänges sieht man zunächst auf der linken Seite der Vorderansicht; am Aluminiumteller *al* befindet sich ein Rahmen *r*, an dessen unterm Ende das oberste Glied der Verbindungsstange *vs* drehbar befestigt ist, an deren unterstem die unteren Waageschalen schweben.

C. Die Arretirung. Wir kommen nun zur *Arretirung*, insofern dieselbe nicht lediglich dem Zwecke der Zentrirung dient. Die Arretirung des Waagebalkens geschieht durch Anheben der beiden über einander liegenden horizontalen Arme *ha*. Die Zeichnung giebt die sogenannte Kreisarretirung von Arzberger wieder: auf zwei an den Enden des oberen der Arme *ha* befindlichen Rollen liegen die beiden Hebel *d* auf, jeder für sich drehbar um eine Achse, die mit der Lage der Mittelschneide bei freischwingender Waage übereinstimmt. Die Enden *de* von *d* tragen die Theile *b*, welche direkt den Balken angreifen, auf der rechten Seite eine Säule mit einem

konischen Lager von Chalcedon, auf der linken Seite zwei Säulen, die eine mit einem rinnenförmigen, die andere mit einem ebenen Lager von Chalcedon.

Diese drei Lager fassen beim Anheben drei Chalcedonspitzen des Waagebalkens; ihre besondere Anordnung gewährt Längenänderungen durch die Temperatur den erforderlichen Spielraum in jeder Richtung.

Die Arzberger'sche Kreisarretirung soll den Vortheil bieten, dass auch bei erheblichen Abweichungen des freien Balkens aus der Horizontalen die drei Spitzen desselben von der Arretirung stets in derselben Weise gefasst werden. Indessen pflegt man, um starke Stösse zu vermeiden, doch nur bei sehr geringen Abweichungen von der Horizontalen zu arretiren; ausserdem bietet Arzberger's Vorrichtung durch ihre Schlottrigkeit direkte Nachtheile. Deshalb haben wir alsbald nach Beginn der Wägungen von den Armen *d* nur die Enden *de* beibehalten und diese mit *ha* fest verschraubt.

Die *Arretirung der Gehänge*, welche diese insgesammt von den Endschneiden abhebt, besteht aus dem Arm *g*, welcher an jedem Ende zwei kleine Säulen *k* trägt, je eine mit einem konischen und einem rinnenförmigen Chalcedonlager. Diese Säulen sind in der Vorderansicht links ohne das Gehänge sichtbar; rechts bemerkt man über ihnen die Pfanne des Gehänges. Die beiden Chalcedonspitzen des Gehänges, welche von der Arretirung direkt angegriffen werden, sieht man in der Seitenansicht.

Es sollen nun die *Fehlerquellen* besprochen werden, welche mit der *Arretirung* zusammenhängen. Die Schneiden sind nicht nur keine mathematischen Linien; sie sind auch trotz sorgfältigsten Schleifens keine geometrisch regelmässigen Zylinderflächen und ebenso wenig sind die Pfannen Ebenen. Die Punkte einer Schneide, in welchen dieselbe von der Pfanne berührt wird, sind daher nur dann dieselben, wenn auch genau dieselbe Stelle der Pfanne ihr gegenüber steht. Die Gleichheit der Berührungspunkte von Schneiden und Pfannen bei mehrmaligem Lösen kann daher nur vorhanden sein, wenn das Lager der Mittelpfanne unverrückbar fest ist und wenn die Arretirung den Balken und die Gehänge stets in derselben Weise auf- und abführt. Bei unserer Waage war das Lager der Mittelpfanne konsolenartig an der Mittelsäule angebracht. Dass es sich beim Absetzen des belasteten Balkens durchbog, war an der Verschiebung des gespiegelten Skalenbildes zu erkennen; ebenso war zu konstatiren, dass unsere Arretirung sich bei Belastung durchbog. Endlich müsste die Arretirung in einer Zwangsführung (Schlitten durch Schraube bewegt) auf- und abgleiten. Ursprünglich entsprach die Konstruktion unserer Waage diesem Postulate keineswegs; die Arretirung fiel beim Lösen durch ihr eigenes Gewicht. Nachträglich ist die Führung durch Einsetzen seitlicher Stifte befestigt worden; aber von Zeit zu Zeit wurde dieselbe von neuem lose.

Mit dieser Fehlerquelle hängt auch die Frage zusammen, ob der Arretirungsmechanismus von Balken und Gehänge vortheilhafter in zwei Theile getrennt oder in einem Stück starr vereinigt wird. Letztere Vereinigung hat zur nothwendigen Folge, dass zuerst der Balken mit der Mittelschneide auf deren Pfanne abgesetzt wird und dann die Gehänge auf die Endschneiden des freien Balkens. Um diesen während seiner isolirten Lage an unregelmässigen Bewegungen zu hindern, kann man die Arretirung so justiren, dass ein Abheben der Gehänge von den Endschneiden überhaupt nicht stattfindet, sondern nur eine theilweise Entlastung der letzteren, indem die Arretirung, unmittelbar nachdem sie die Gehänge gefasst hat, auch bereits den Waagebalken selbst in die Höhe hebt. Wir haben eine Ueberlegenheit dieses Systems der vereinigten Arretirung, die durch einfache Verschraubung der beiden Führungen

bewirkt werden konnte, gegenüber der von uns bei den definitiven Wägungen ausschliesslich benutzten getrennten Arretirung nicht konstatiren können.

Bei letzterer werden znerst die Gehänge auf die Endschneiden abgesetzt, dann der Balken sammt den Gehängen mit der Mittelschneide auf deren Pfanne. Die feinere Jnstirung des Absetzens beider Theile geschieht durch die beiden Paare von kleinen Säulen, welche die Gehänge, und die drei kleinen Säulen, welche den Balken direkt angreifen und durch Schranben mikrometrisch gehoben und gesenkt werden können. Zunächst war daranf zu achten, dass beide Gehänge gleichzeitig auf ihre Endschneiden abgesetzt wurden, damit eine einseitige Durchbiegung der Balkenarretirung vermieden wurde; die Momente des Absetzens der Gehänge waren an den seitlichen Verschiebnngen des Skalenspiegelbildes zu erkennen. Sodann mnsste die Arretirnng jedes Gehänges so jnstirt sein, dass die Pfanne schon vor deren Absetzen der Schneide parallel war, damit ein Kippen vermieden wnrde; die Beseitigung solchen Kippens wurde kontrolirt vermittels eines kleinen Spiegels, der an das Gehänge angeklebt wurde, oder auch durch direktes Anvisiren einer Marke am Gehänge mit dem Mikroskop. Endlich musste auch die Mittelschneide schon vor dem Absetzen parallel ihrer Pfanne sein; dies konnte dnrch die Abwesenheit des Kippens im Bild des Waagebalkenspiegels kontrolirt werden.

D. Verschiedene kleinere Vorrichtungen. Das *Lösen der Waage* sowie das vorhergehende Zentriren geschah vom Platze des Beobachters aus durch eine einzige Kurbel. Für gute Uebereinstimmnng der Wägnngen kommt auf sanftes Absetzen von Gehängen und Balken sehr viel an; um dieses zn erleichtern, griff die Kurbel die Arretirung mit solcher Uebertragung an, dass eine schnelle und daher leicht gleichmässig zn bewirkende Drehung mit der Hand doch nur ein sehr langsames Absetzen erzeugte. Der Moment des Eintritts voller Freiheit der Waage wurde stets im Fernrohr beobachtet; war derselbe trotz aller Vorsicht mit einem Stoss verbnnden, so wurde wieder arretirt nnd von neuem gelöst. Als unschädlich hat sich dagegen bei geeigneter Behandlung eine andere Erscheinnng erwiesen, die wir „Kleben“ der Waage genannt haben: bei einer Stellung der Arretirung, die freies Schwingen erlanben würde, liegt die Waage doch, ohne zu schwingen, der einen Seite der Arretirnng an; giebt man dann, wenn genügender Spielraum vorhanden ist, durch Zurückdrehen der Arretirung einen leisen Stoss, so erhält man regelmässige Einstellungen.

Das Pendeln der unteren Waageschalen, welches beim Absetzen der Kilogramme auf dieselben nicht völlig vermieden werden konnte, wurde durch anzuhebende *Pinsel* bernhigt.

Die Anbringung der *Reitergewichte* ist aus der Seitenansicht des Gehänges ersichtlich. Der obere Theil *o* des letztern trägt einen Halter *h* mit einer horizontalen Leiste *l*. An dieser sind für jeden Reiter zwei vorspringende Blechstreifen *m* dicht neben einander befestigt, welche mit Kerben zum Anfsetzen des Reiters versehen sind. Zwischen zwei solchen Streifen *m* gleitet ein ebenfalls mit Kerbe versehener Hebel *i* hindurch; ist *i* durch die an ihm befestigte Schnur gehoben, so ruht der Reiter in der Kerbe von *i*; wird *i* gesenkt, so streift sich der Reiter auf die Kerbe von *m* ab. Die Reiter wirken also auf die Waage, mit ihrem ganzen Gewicht die Endschneide belastend.

E. Elastische Nachwirkung. Auf *S. 43* haben wir schon kurz den Einfluss der *elastischen Nachwirkung* auf die Wägungen erwähnt. Derselbe war für nns besonders schwerwiegend dnrch die Nothwendigkeit, während eines Wägungssatzes die Gewichte mehrere Male zn vertauschen und daher die Waage zu arretiren; die Durchbiegung

des Waagebalkens und die Zusammendrückung der Schneiden musste sich nach jeder erneuten Belastung von Neuem herstellen. Die dabei auftretenden Nachwirkungserscheinungen werden sich um so weniger störend geltend machen, je solider der Waagebalken und die Schneiden gearbeitet sind; aus den starken Nachwirkungserscheinungen, welche sich an unserer Waage zeigten, ist zu schliessen, dass eine massivere Konstruktion vortheilhafter sein würde. Im Sommer 1891 haben wir an dem Waagebalken die mit *v* bezeichnete Versteifung anbringen lassen; jene Erscheinungen waren dadurch wohl vermindert, blieben aber immer noch recht stark. Die elastische Beanspruchung der Schneiden würde man durch eine möglichst grosse Länge derselben herabsetzen können.

Eine der ersten Nachwirkungserscheinungen ist eine fortschreitende *Verminderung der Empfindlichkeit* der Waage während der Belastung. Dieselbe kann von der Durchbiegung des Balkens, aber auch von der Zusammendrückung der Schneiden herrühren. Die Empfindlichkeit wurde stets in der Weise bestimmt, dass nacheinander Ruhelage bei einer gewissen Belastung, Ruhelage nach Hinzufügen der Zulage, Ruhelage bei der ersten Belastung ermittelt und die 1. und 3. Ruhelage zum Mittel vereinigt wurden. Dabei konnte nach jeder Bestimmung einer Ruhelage die Waage arretirt und dann das Zulagegewicht aufgelegt bezw. abgehoben werden; dies konnte aber auch ohne zwischenliegendes Arretiren an der freischwingenden Waage ausgeführt werden. Da im letztern Falle die Belastung durch die Kilogramme während der Bestimmung dreier Ruhelagen ununterbrochen wirkte, so ist zu erwarten, dass die Verminderung der Empfindlichkeit sich dabei stärker geltend macht als bei der Bestimmung mit zwischenliegendem Arretiren. Am stärksten wird sie auftreten, wenn man ohne jegliches Arretiren nicht nur drei, sondern mehr Ruhelagen abwechselnd mit und ohne Zulagegewicht ermittelt. Hierfür und für die weiterhin erwähnten Erscheinungen sind in der ausführlichen Abhandlung typische Fälle zahlenmässig mitgetheilt.

Vor Anbringung der Versteifung am Waagebalken zeigte sich auch, dass die Wirkung der wiederholten vorübergehenden Belastungen während einer, mehrere Stunden dauernden Beobachtungsreihe sich summirte zu einer langsamen Abnahme der Empfindlichkeit. Jede einzelne Bestimmung derselben geschah dabei damals aus drei Ruhelagen ohne dazwischenliegendes Arretiren; zwischen je zwei Bestimmungen der Empfindlichkeit lag dann aber mindestens einmaliges, meist mehrfaches Arretiren, Vertauschung der Kilogramme u. s. w. Bei 44 solchen mehrstündigen Beobachtungsreihen in der Zeit von Februar 1888 bis Mai 1891 wurden wiederholte Bestimmungen der Empfindlichkeit gemacht; 36 Mal nahm sie während der Reihe ab, und zwar betrug die Abnahme bis zu $^1/_8$ des ursprünglichen Werthes (Anfangswerth für 0,8 *mg* 28,0 Skalentheile, Endwerth 24,8; Anfangswerth für 1 *mg* 93,5, Endwerth 81,0); bei drei Wägungsreihen blieb die Empfindlichkeit bis auf 0,1 Skalentheile konstant, und nur 5 Mal unter 44 nahm sie scheinbar ein wenig zu, höchstens um $^1/_{40}$ (Anfangswerth für 0,8 *mg* 24,6 Skalentheile, Endwerth 25,2). Dass diese Abnahme der Empfindlichkeit in der That durch die Belastung hervorgerufen wird, geht aus mehreren Reihen hervor, bei welchen zwischen den Wägungen mit den Kilogrammgewichten auch solche mit nur je 53 *g* beiderseitiger Belastung (den Hohlkugeln) gemacht wurden; die bei den Kilogramm-Wägungen stattfindende Abnahme der Empfindlichkeit war bei den Hohlkugelwägungen mindestens sehr verringert, zum Theil sogar in eine Zunahme verwandelt.

Andere Nachwirkungserscheinungen machten sich nicht oder wenigstens nicht unmittelbar an der Empfindlichkeit, sondern an der *Ruhelage* für eine gegebene Be-

lastung geltend; auch sie können in der Durchbiegung des Balkens oder der Zusammendrückung der Schneiden ihre Ursache haben. Solcher Erscheinungen sind zwei Arten beobachtet worden. Die *erste Art* fand sich in den ersten Jahren, ehe der Balken versteift war und als die Schneiden noch aus Chalcedon bestanden. Sie war folgende: ging die Waage von der arretirten Stellung aus nach rechts bezw. nach links, so wanderte die Ruhelage bei den ersten Schwingungen ebenfalls nach rechts bezw. nach links.

Infolgedessen erhielt man allgemein für ein und dieselbe Belastung aus den ersten drei Umkehrpunkten eine gegenüber der definitiven zu kleine bezw. zu grosse Ruhelage, wenn man ohne zwischenliegendes Arretiren vorher eine Einstellung bei kleineren bezw. grösseren Zahlen gehabt hatte.

Nach der Versteifung des Waagebalkens und Ersetzung der Chalcedonschneiden durch solche aus Stahl zeigte sich statt dieser ersten eine *zweite Art* von Nachwirkung in den Ruhelagen. Da sie nicht zu beseitigen war und daher in allen definitiven Wägungen auftrat, musste ihr Verlauf sorgfältigst studirt werden. Das Wesentliche derselben ist eine Wanderung der Ruhelage der belasteten Waage, stets im selben Sinne (zu den grossen Zahlen der Skale), einerlei ob die Ruhelage von der Stellung im Augenblicke des Lösens der Arretirung (ungefähr 500) aus nach rechts oder nach links liegt. Sie zeigt sich wieder am stärksten, wie zu erwarten, bei der frei schwingenden Waage; sie verläuft ferner meist mit grosser Regelmässigkeit, sodass die Ruhelage berechnet aus dem 1., 2., 3. Umkehrpunkte stets um 0,4 oder 0,5 Skalentheile kleiner war, als die aus dem 4., 5., 6. berechnete. Für die Bestimmung von Gewichtsdifferenzen wird es daher gleichgültig sein, ob man stets die Ruhelage aus dem 1., 2., 3. oder etwa stets aus dem 4., 5., 6. Umkehrpunkte nach dem Lösen bestimmt; nur darf man nicht einmal die einen, ein andermal die anderen nehmen; wir haben stets die 3 ersten genommen.

Dass diese Nachwirkung eine Folge der Belastung ist, zeigt ihre bedeutende Verkleinerung bei der unbelasteten Waage; bei lang andauerndem freien Schwingen nähert sich die Einstellung asymptotisch einer oberen Grenze; aber die mit einmaligem Arretiren und sofortigem Lösen der Waage verbundene kurze Entlastung genügt schon, um den Zustand zuerst wieder weit von dem Endzustande der dauernd belasteten Waage zu entfernen. Dieser Rückgang in der Wanderung zu den grossen Zahlen macht sich besonders stark geltend, wenn nach dem Arretiren eine Pause bis zum nächsten Lösen gemacht wird.

Bestimmt man wiederholt die Ruhelage, jedesmal nach den drei ersten Umkehrpunkten arretirend, so summirt sich die Wirkung der mehrfachen kurzen Belastungen zu einem stationären Zustande. Wenn die Waage einmal zu Anfang eines Wägungstages, etwa 20 Minuten lang, belastet frei ausgeschwungen hatte, so waren nach den späteren, für die Vertauschung der Kugeln u. a. erforderlichen Pausen von etwa 5 Minuten jedesmal nur die beiden, höchstens ausnahmsweise die drei ersten in dieser Weise bestimmten Ruhelagen gegen die folgenden zu klein; die weiter folgenden aber ergaben gute Uebereinstimmung untereinander.

Wir haben auch versucht, die Ursache der zuletzt auseinandergesetzten Nachwirkung zu ermitteln. Wenn die Versteifung des Waagebalkens wieder abgeschraubt war, war die Erscheinung nicht stärker; danach scheint es wahrscheinlicher, dass der Zusammendrückung der Schneiden die Schuld zu geben ist. Da die Wanderung einseitig verläuft, tauchte der Gedanke auf, unsymmetrische Belastung einer oder mehrerer Schneiden könne sie verursachen. Zur Kontrole dieser Vermuthung wurde die

4*

Arretirung einmal so justirt, dass der Waagebalken nur in stark nach links, ein andermal so, dass er nur in stark nach rechts geneigter Stellung freien Spielraum hatte. Dann hätte die Wanderung in beiden Fällen entgegengesetzt verlaufen müssen; sie verlief aber gleich, und nicht anders, als wenn der Balken nahe horizontal lag. Wir glauben daher unsymmetrische Elastizitätsverhältnisse in den Schneiden zur Erklärung annehmen zu sollen.

Nachdem die Eigenschaften der Nachwirkung so ermittelt waren, konnte ein feststehendes System der Behandlung und Ablesung der Waage aufgestellt werden, bei welchem die Nachwirkung immer im selben Zustande abgefasst wurde und ihr Einfluss daher aus dem Resultate herausfällt, da es sich bei diesem stets nur um Differenz der Einstellungen handelt. Dies System ist folgendes, wobei auch die zur Vermeidung der früher erwähnten Fehlerquellen nothwendigen Operationen nochmals angeführt werden sollen.

Zu Beginn der Wägungsreihe eines Tages wird zentrirt; die mit den Kilogrammen belastete Waage schwingt dann, sich selbst überlassen, etwa 20 Minuten lang. Nachdem arretirt ist, können die Wägungen für die vorhandene Stellung der Kilokugeln sogleich beginnen. Dagegen nach einer Vertauschung derselben, welche etwa in 5 Minuten ausgeführt werden kann und während welcher die Waage arretirt ist, wird zuerst zweimal „zentrirt“; vorher, zwischendurch und nachher jedesmal „Pinselberuhigung“ der unteren Waageschalen. Dann wird die Waage gelöst und die Zulagegewichte werden so kombinirt, dass die Ruhelage etwa bei Zahlen kleiner als die arretirte Stellung (500) liegt. Man lässt drei Umkehrpunkte passiren, arretirt, legt links ein solches Zulagegewicht zu, dass die neue Ruhelage möglichst symmetrisch zur ersten auf der anderen Seite der arretirten Stellung liegt. Durch diese symmetrische Lage sollen thunlichst alle Einflüsse der Neigung für beide Seiten in gleicher Weise zur Geltung kommen. Man löst wieder, lässt drei Umkehrpunkte passiren, arretirt und hebt das Zulagegewicht links wieder ab. Nun beginnen die Ablesungen, für welche ein bestimmtes Beispiel angeführt werden soll.

				Ruhelage	Mittel der Nachbarn	Empfindlichkeit
Gelöst, die ersten 3 Umkehrp.	468,3	503,5	472,3	486,90		
Arret., links 1 *mg* zugelegt; gelöst	535,0	503,0	533,9	518,73	486,56	32,17
„ „ „ abgehoben; „	467,0	503,9	470,1	486,22	518,76	32,54
„ „ „ zugelegt; „	532,0	506,0	531,2	518,80		
Arretirt.						

Nach jedem Arretiren wird auch wieder „Pinselberuhigung“ angewandt. Bei weniger gutem Zustande der Waage, wenn die Ruhelagen, die identisch sein sollten, eine schlechtere Uebereinstimmung zeigen, wird eine grössere Anzahl von Einzelbestimmungen als vier, wie in vorstehender Reihe, gemacht. Als Gesammtresultat derselben wird in die Rechnung eingeführt, dass das Mittel aller Ruhelagen, also 502,66 die Einstellung ist, welche $1/2$ *mg* links plus den anderen, nicht aufgeführten Zulagegewichten (nämlich denjenigen für die Einstellung bei 486,2 bis 486,9) entspricht. Ausserdem ergiebt der Satz zwei Werthe für die Empfindlichkeit in der oben angegebenen Weise.

Es werde noch darauf aufmerksam gemacht, dass die Wanderung der Einstellungen zu den grossen Zahlen nach jedem Lösen auch in vorstehendem Satz von Ablesungen darin erkennbar ist, dass das Dekrement scheinbar grösser ist, wenn der 1. und 3. Umkehrpunkt bei kleinen Zahlen, als wenn sie bei grossen liegen; die aufeinanderfolgenden Tripel ergeben

1. und 3. Umkehrp. bei	kleinen Zahlen,	Dekrement	4,0
" " "	grossen	"	"	1,1
" " "	kleinen	"	"	3,1
" " "	grossen	"	"	0,8.

Dieser scheinbare Dekrementunterschied in Folge der Nachwirkungserscheinung lässt sich fast bei allen definitiven Wägungen konstatiren.

Sowohl die aus der veränderlichen Nachwirkung als auch die aus der Unsicherheit der Arretirung herrührenden Fehler würden sich voraussichtlich bedeutend vermindern lassen, wenn man nach dem Vorschlag von Hrn. J. H. Poynting, den er in seiner ersten Reihe von Wägungen zur Bestimmung der Gravitationskonstante ausgeführt hat[1]), die Arretirung so vollzöge, dass Balken und Schneiden dabei nicht entlastet würden. Dies würde z. B. geschehen, wenn bei freischwingender belasteter Waage die Verbindungsstangen *vs* von der Seite her durch zwei Backen festgeklemmt würden. Nachdem dies geschehen, könnten die Gewichte abgenommen und vertauscht werden, während gleichzeitig Balken und Schneiden in der einmal gewonnenen Durchbiegung bezw. Zusammendrückung erhalten würden.

F. Verschiedene andere Einflüsse. Durch die Veränderung der Berührungspunkte der Schneiden wirkt auch der *Staub* schädlich, der sich nie völlig vermeiden lässt. Häufiges Putzen der Waage war nicht angängig, da die durch den Aufenthalt eines Menschen im Zinkkasten verursachten Temperaturdifferenzen sich erst nach mehreren Tagen hinreichend ausglichen. Dadurch, dass wir vor Beginn jeder Wägungsreihe die belastete Waage längere Zeit, mindestens 20 Minuten, frei schwingen liessen, wurde die Schädlichkeit des Staubes jedenfalls vermindert. Wiederholt blieb die Waage bei jahrelanger Benutzung in gutem Zustande, wenn nur jedesmal nach einigen Monaten Schneiden und Pfannen vom Staub gereinigt wurden.

Wir erwähnen weiter die Beseitigung einer Fehlerquelle, welche zwar nur in der Besonderheit unserer lokalen Verhältnisse begründet war, aber sich wie die bisherigen an der Waage selbst geltend machte. Bei den ersten Vorversuchen zeigte sich eine so starke Abnahme der Empfindlichkeit von Beginn einer Beobachtungsreihe an, dass vor Ablauf einiger Stunden an zuverlässige Wägungen nicht zu denken war. Nachdem wir konstatirt hatten, dass die Erscheinung ihre Ursache in den von der Skale ausgehenden Lichtstrahlen haben müsse, erklärten wir sie uns folgendermaassen. Jene Strahlen fallen nur auf die Oberseite des Waagebalkens und des an ihm befestigten Spiegels. Es wird sich daher allmählich nach Beginn der Strahlung ein stationärer Zustand ausbilden, bei welchem die Oberseite des Balkens ein wenig wärmer ist als die Unterseite. Die Folge hiervon muss eine Biegung des Waagebalkens sein in dem Sinne, dass der Schwerpunkt nach unten rückt, also die Empfindlichkeit kleiner wird. Die störende Erscheinung verschwand, nachdem dicht über dem Waagebalken ein Diaphragma angebracht war, welches die Lichtstrahlen nur auf den Spiegel fallen liess, und nachdem die Einrichtung getroffen war, dass das Licht der Skale für gewöhnlich vollkommen abgeblendet war durch eine Blechklappe, die nur beim Ablesen der Umkehrpunkte der schwingenden Waage jedesmal für einige Sekunden hochgezogen wurde.

Für den Einfluss von *Erschütterungen* auf die Waage haben wir eine Probe dadurch erhalten, dass das Verbot artilleristischer Schiessübungen auf unserm Bastion einmal in Folge Personenwechsels in den Kommandostellen in Vergessenheit gerathen

[1]) J. H. Poynting, *Proc. Roy. Soc.* **28**. *S. 3 bis 4 u. 7 bis 8. 1878.*

war, und solche eines Tages während freien Schwingens der Waage abgehalten wurden (8. II. 1892). Da doch schon mehrere Schüsse gefallen waren, ehe dieselbe arretirt werden konnte, wurde weiterhin der Einfluss der Schüsse auf die Einstellungen beobachtet; es zeigte sich, dass die Ruhelage, während sie in den Pausen bis auf 0,1 Skalentheile konstant blieb, nach einem Schuss bis zu 2 Skalentheilen sich veränderte. Nach diesem Vorfall zeigten dann weiterhin die vorher gut übereinstimmenden Wägungen schlechte Uebereinstimmung; die Mittelschneide erschien mit der Lupe betrachtet wie durch einen *leisen Schlag* angetrieben und musste neu geschliffen werden. Man braucht dabei nicht daran zu denken, dass die Mittelschneide geradezu durch die Stösse von ihrem Lager abgehoben worden wäre, sondern eine starke Druckschwankung mit Ueberschreiten der Elastizitätsgrenze der schon ohnehin so stark beanspruchten Schneide genügt zur Erklärung.

Bei der Zusammenstellung der Tageswerthe der *Empfindlichkeit* der Waage über längere Zeiträume hin hat sich eine ziemlich starke *Abhängigkeit* derselben von der *Temperatur* herausgestellt. Von längeren Perioden, während deren an den Schrauben zur Regulirung der Empfindlichkeit nicht gestellt und auch sonst an der Waage nichts verändert wurde, liegen drei vor, für welche im Folgenden die Temperaturen und die von uns mit ω bezeichnete Grösse, der Tageswerth eines Skalentheiles in Milligramm, also das Reziproke der Empfindlichkeit, angegeben sind. Dabei sind die einzelnen Tageswerthe von ω gruppenweise zu Mitteln zusammengefasst und die Gruppen in erster Linie nach den Temperaturen, bei gleichmässig sich verändernden Temperaturen für möglichst gleiche Anzahl von Einzeltagen abgetheilt.

Zeit	Zahl der Tage	Temperatur	Mittelwerth von ω in 10^{-5} *mg*
I. Periode.			
11.—13. X. 92.	3	11,7°	3483
24. I.—18. II. 93.	7	5,0—6,3	3278
21. II.—14. III. 93.	6	6,5—6,7	3325
II. Periode.			
18.—25. V. 93.	4	7,4°—7,8°	3229
26.—31. V. 93.	3	7,9	3245
6.—23. VI. 93.	4	8,0—8,5	3318
28. IX.—5. X. 93.	4	10,9—11,0	3618
7. u. 9. X. 93.	2	11,1	3650
10.—19. X. 93.	5	11,2	3714
24. u. 29. XI. 93.	2	9,8—9,7	3622
17. I.—14. II. 94.	3	7,3—7,7	3396
21.—28. II. 94.	4	7,3—7,2	3320
2. III.—11. IV. 94.	11	7,3—7,5	3389
21. VI.—23. VII. 94.	4	8,7—9,8	3503
4.—25. VIII. 94.	6	10,3—10,8	3582
4.—19. IX. 94.	7	11,0	3665
5.—22. XI. 94.	4	10,4°—10,2°	3707
3.—15. XII. 94.	3	9,8—9,2	3682
15.—26. I. 95.	6	8,1	3567
29. I.—9. II. 95.	5	7,6—6,6	3505
20. II.—7. III. 95.	7	6,1—6,3	3431
III. Periode.			
21. u. 24. VI. 95.	2	8,5°—8,6°	3597
2. u. 4. VII. 95.	2	9,1	3630
6. u. 10. VII. 95.	2	9,2	3645
15. u. 16. VII. 95.	2	9,4	3615
20. u. 22. VII. 95.	2	9,5—9,6	3682
25. u. 27. VII. 95.	2	9,7—9,8	3700
30. VII. u. 1. VIII. 95.	2	10,0	3740
14.—28. X. 95.	5	11,1—10,0	3775
29. X.—7. XII. 95.	5	9,9—9,1	3599
12. XII.—24. I. 96.	4	9,0—7,4	3534
28. I.—10. II. 96.	5	7,3—7,1	3508

Man erkennt sogleich die Zunahme von ω, also Abnahme der Empfindlichkeit $1/\omega$ mit steigender Temperatur; sie beträgt für das Temperaturintervall von 5° bis 12° etwa $^1/_{10}$ vom Ganzen. Die Erklärung dieses Verhaltens finden wir in der Annahme, dass die Oberseite des Waagebalkens einen grösseren thermischen Ausdehnungskoëffizienten hat als die Unterseite.

Eine Ueberschlagsrechnung zeigt, dass dadurch in der That eine Wirkung von der beobachteten Grösse erzeugt werden kann. Die Entfernung zwischen Spiegel und Skale betrug rund 5 *m*, der Ausschlag für 1 *mg* etwa 30 *mm*, die halbe Balkenlänge

117 *mm*, die Gesammtmasse von Balken, Gehängen und Gewichten rund 4000 *g*; daraus folgt der Abstand des Schwerpunktes unter der Mittelschneide zu etwa 0,01 *mm*.

Eine Balkenhälfte bilde ein Dreieck von der vertikal stehenden Basis d, der oberen Seite l_1 und der unteren l_2. Dann beträgt die Senkung s der Spitze unter den Mittelpunkt der Basis $s = \frac{1}{2}(l^2_1 - l^2_2)/d$, und es wird, mit Rücksicht darauf, dass l_1 und l_2 nahe gleich $= l$, die Aenderung von s auf eine Temperaturerhöhung Δt gefunden: $\Delta s = (l^2/d)(\alpha_1 - \alpha_2)\Delta t$, wenn α_1 und α_2 die beiderseitigen Temperaturkoëffizienten sind. Nun müsste für $\Delta t = 7^0$ nach den obigen Beobachtungen $\Delta s = 0{,}001/10 = 0{,}0001$ *cm* betragen. In die Formel ist einzusetzen $l = 11{,}7$ und $d =$ etwa 4 *cm*. Hieraus würde folgen $\alpha_1 - \alpha_2 = 4 \,.\, 10^{-7}$.

Nach Lavoisier und Laplace beträgt $\alpha_1 - \alpha_2$ für gehämmertes gegen gegossenes Messing $2{,}3 . 10^{-7}$, nach Smeaton für gezogenes gegen gegossenes Messing $5{,}8 \,.\, 10^{-7}$. Der Werth $4 \,.\, 10^{-7}$ liegt zwischen diesen Zahlen. Die beobachtete Veränderung der Empfindlichkeit mit der Temperatur liesse sich also wohl in dieser Weise erklären. Freilich ist eine sehr extreme Differenz der Ausdehnungen dabei angenommen worden, dagegen aber auch ein anderer Umstand unbeachtet gelassen, welcher $\alpha_1 - \alpha_2$ vergrössert. Der Obergurt wird durch die Belastung auf Zug, der Untergurt auf Druck beansprucht, der Ausdehnungskoëffizient nimmt aber mit wachsender Spannung zu.

Unsere im Vorstehenden mitgetheilten Erfahrungen hat Hr. Stückrath inzwischen schon zum Theil bei der Neukonstruktion anderer Waagen mit gutem Erfolge benutzt.

III. Resultate.

Die einzelnen aus je zwei Tagen kombinirten Wägungsresultate zeigen, sowohl ohne wie mit Bleiklotz, einen deutlichen Einfluss der verschiedenen, jeweilig herrschenden Temperaturverhältnisse, dessen Vernachlässigung bei nicht gleichmässiger Vertheilung der Beobachtungen über alle Jahreszeiten den wahren Werth des Resultates verschieben muss (systematischer Fehler), aber auch bei gleichmässiger Vertheilung die Streuung der Einzelwerthe und damit den wahrscheinlichen Fehler des Resultates vergrössert. Dieser Einfluss rührt her theils von der Differenz der Temperatur bei den oberen und unteren Waagschalen, theils von der zeitlichen Veränderung der Temperatur; er kommt in der Weise zu Stande, dass um eine wärmere Masse in kälterer umgebender Luft ein aufsteigender Luftstrom entsteht, welcher sie zu leicht erscheinen lässt; umgekehrt erscheint eine kältere Masse in wärmerer Luft durch den absteigenden Luftstrom, welchen sie um sich erzeugt, zu schwer[1]). Diese Störungen durch die thermischen Einflüsse wurden zwar nach Möglichkeit vermindert, liessen sich aber nicht ganz beseitigen. Durch ein rechnerisches Ausgleichsverfahren nach der Methode der kleinsten Quadrate wurden die Resultate von der ihnen dadurch anhaftenden Trübung gereinigt. Auf diese Weise ergab sich als Gesammtmittel aus 52 besseren und 21 minderwerthigen Resultaten für die doppelte Gewichtszunahme einer Masse von rund 950 Gramm beim Transport von oben nach unten bei Abwesenheit des Bleiklotzes

$$+ (1{,}2453 \pm 0{,}0016)\ mg$$

und bei Anwesenheit des Bleiklotzes aus 69 besseren und 12 minderwerthigen Resultaten

$$- (0{,}1211 \pm 0{,}0014)\ mg.$$

---

[1]) Helmholtz bemerkte gelegentlich in Anknüpfung an diese Beobachtung: „Es war gut für die älteren Physiker, dass sie so genaue Waagen nicht hatten; sonst hätten sie ihrem Wärmestoff vermuthlich auch noch negative Schwere zugeschrieben".

Die Güte der Methode wird am richtigsten beurtheilt aus dem wahrscheinlichen Fehler der Einzelbestimmung, welcher bei den besseren Wägungen nur $\pm 0{,}0115$ *mg* betrug, also 1 Hundertmilliontel der jederseitigen Gesammtbelastung der Waage.

Die doppelte Gravitation des Bleiklotzes ergiebt sich als absolute Summe der soeben angegebenen Gruppenmittel gleich

$$1{,}3664 \pm 0{,}0021$$

und daraus nach dem Newton'schen Gesetz die Gravitationskonstante, d. h. die Anziehung von 1 *g* auf ein anderes in 1 *cm* Entfernung.

Um endlich von der Gravitationskonstante auf die mittlere Dichtigkeit der Erde Δ zu kommen, benutzt man die Verbindung, in welcher diese beiden Grössen durch den theoretischen Ausdruck der irdischen Schwerebeschleunigung g stehen. Es folgt

$$\Delta = 5{,}505 \pm 0{,}009\,.$$

Die durch prinzipiell einwandsfreie Methoden gefundenen Resultate früherer Beobachter sind bereits in dem eingangs zitirten Referat in *dieser Zeitschr.* ***17.*** *S. 119. 1897* mitgetheilt. Nachzutragen sind noch die mittels einer Drehwaage im Vakuum ausgeführten Messungen von C. Braun (*Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss., Wien. Math.-naturw. Klasse 1896. S. 187*), die als Erddichte den Werth

$$5{,}5276$$

ergaben[1]). Die besten nunmehr vorliegenden Bestimmungen sind daher ausser der Spandauer diejenigen von Wilsing, Poynting, Boys und Braun. Der wahrscheinliche Fehler der drei letzten Bestimmungen wird bei kritischer Betrachtung etwa gleich demjenigen unserer Arbeit zu schätzen sein.

Referate.

Ein selbstregistrirender Apparat zur Messung der Sonnenstrahlung.

Von G. S. Isham. *Amer. Journ. of Science.* ***6.*** *S. 160. 1898.*

Der nach den Angaben von Isham konstruirte Aktinograph zur relativen Messung der Wärme der Sonnenstrahlen ist ganz ähnlich dem Laufgewichtsbarographen von Sprung-Fuess gebaut. Ein langer, gerader Waagebalken balancirt in seiner Mitte auf einer Schneide, die auf einer festen Unterlage ruht. An jedem Ende des Waagebalkens hängt eine Glasröhre, welche an ihrem unteren Ende in mit Quecksilber gefüllte Schalen tauchen, die wiederum durch einen horizontalen Glastubus mit einander kommuniziren und mittels besonderer Schrauben nach Belieben höher und tiefer gestellt werden können. Die Röhren sind mit reinem Quecksilber gefüllt, in gleicher Weise und ganz unter denselben Vorsichtsmaassregeln eingesetzt, wie man es mit den gewöhnlichen Barometerröhren zu thun pflegt; überdies ist die obere Kammer des einen am Waagebalken hängenden Quecksilbertubus mit Lampenruss sorgfältig geschwärzt. Nachdem die horizontale Verbindungsröhre ebenso gefüllt und eingesetzt worden ist, spritzt man genügend absoluten Alkohol in jede der beiden vertikalen Barometerröhren, damit letztere unter allen Druck- und Temperaturverhältnissen in ihren obern Kammern gesättigten Alkoholdampf enthalten.

Das ganze System ist in einem besonderen Wetterhäuschen so aufgestellt, dass die geschwärzte Kammer von der einfallenden Sonnenstrahlung ohne Hinderniss erreicht werden kann. Wenn die Sonne nicht scheint, so besitzen beide seitlich angebrachten Quecksilber-

[1]) In seiner populären Darstellung in „Natur und Offenbarung" ***43.*** *1897.* (Münster i. W.) giebt Pater Braun als Resultat 5,527 310 an.

röhren die gleiche Spannung und Temperatur des Alkoholdampfes, beide sind gleich schwer und der Apparat folglich im Gleichgewicht. Wirkt jedoch die Sonne (oder irgend eine andere Wärmequelle) auf die eine geschwärzte Kammer, so wird die Spannung des Alkoholdampfes gesteigert, dadurch etwas Quecksilber aus der Röhre gepresst und ihr Gewicht verringert; es entsteht ein elektrischer Kontakt, der wie beim Sprung-Fuess'schen Registrirbarographen ein Laufgewicht auf dem Waagebalken so lange in Bewegung setzt, bis das Gleichgewicht wieder hergestellt ist, worauf der Kontakt unterbrochen wird und der Motor ausser Thätigkeit tritt. Wenn die Wärmequelle entfernt oder ihre Intensität verringert wird, so kühlt sich die Röhre mit der schwarzen Kammer ab, die Spannung des Dampfes lässt nach, die Quecksilbermenge wird wieder vermehrt, das Gleichgewicht ist gestört und elektrischer Kontakt wird an einer zweiten Stelle hergestellt, welcher die Bewegung der Waage umkehrt und so lange unterhält, bis das Gleichgewicht aufs Neue hergestellt ist. Die Bewegungen des Laufgewichtes werden mittels Farbschreibers auf einer durch Uhrwerk proportional der Zeit bewegten Tafel oder Trommel aufgezeichnet. Nach den Erfahrungen des Hrn. Isham giebt eine Länge des Waagebalkens von etwa 76 *cm*, ein innerer Durchmesser der Quecksilberröhren von 20 *mm* bei einer Länge von 82,5 *cm* recht gute Resultate. Für die übrigen Details des Apparates müssen wir auf den Originalbericht verweisen. *J. M.*

Die Uebergangstemperatur von Natriumsulfat als ein neuer Fixpunkt der Thermometrie.

Von Th. W. Richards. *Amer. Journ. of Science (4)* **6.** *S. 201. 1898.*

Ein neuer Fixpunkt für Thermometer.

Von W. Meyerhofer und A. P. Saunders. *Zeitschr. f. phys. Chem.* **27.** *S. 367. 1898.*

Der Verf. der ersten Notiz schlägt die Umwandlungstemperatur des Glaubersalzes als thermometrischen Fixpunkt vor und bestimmt denselben mittels Thermometer von Tonnelot aus *verre dur* zu 32,48° in der Skale dieser Thermometer (diese Zahl wäre durch Subtraktion von 0,10° noch auf das Wasserstoffthermometer zu reduziren).

Die Verf. der zweiten Notiz haben ebenfalls die Umwandlungstemperatur des Glaubersalzes untersucht, doch finden sie den etwas abweichenden Werth 32,35°. Eingehender studirten sie die Umwandlung von Glaubersalz bei Anwesenheit von Chlornatrium, deren Temperatur nach einer vorläufigen Ermittlung bei 17,9° liegt. Sie schlagen diese Temperatur als eine „Normalzimmertemperatur" vor, indem sie darauf hinweisen, dass die übliche Angabe „Zimmertemperatur" schlechtweg Unsicherheiten von 6° bis 8° umfassen kann. Es ist erfreulich, dass sich wieder einmal eine Stimme gegen den Unfug erhebt, welcher mit dem Begriff „Zimmertemperatur" getrieben wird. Indessen scheint dem Ref. auch eine „Normalzimmertemperatur" nicht ganz unbedenklich. Es wäre weit mehr zu wünschen, wenn sich alle Betheiligten daran gewöhnten, bei Mittheilung von Resultaten statt der allgemeinen Bezeichnung „Zimmertemperatur" die wirklich herrschende und zu beobachtende Temperatur anzugeben. *Schl.*

Ueber eine einfache Interpolationsformel für das prismatische Spektrum.

Von J. Hartmann. *Publ. d. Astrophys. Observ. z. Potsdam Nr. 42 (Anhang z. 12. Band). 1898.*

Wenn sich auch auf Grund umfassender Beobachtungen seitens einer grossen Zahl von Physikern die Thatsache ergeben hat, dass die bekannten Ketteler-Helmholtz'schen Dispersionsformeln alle Erscheinungen der normalen und der anomalen Dispersion im ganzen bis jetzt untersuchten Spektralbereiche darstellen, so sind diese Formeln doch so komplizirt, dass sie für praktische Zwecke kaum in Betracht kommen. Die zahlreichen Versuche, diese Formeln unbeschadet ihrer Genauigkeit wesentlich zu vereinfachen, haben bis jetzt zu keinem befriedigenden Resultate geführt, sodass man z. B. bei Anwendung der viel benutzten Cauchy'schen Interpolationsformel $n = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4}$ das zu untersuchende Spektralgebiet

sehr klein wählen muss, wenn man nicht Fehler begehen will, welche die Beobachtungsfehler um mehr als das Zehnfache übersteigen. Ein weiterer wesentlicher Nachtheil dieser Dispersionsformeln besteht darin, dass sie nach der Wellenlänge λ entweder gar nicht auflösbar sind oder doch zu praktisch wenig brauchbaren Ausdrücken führen. Es ist deshalb mit Freude zu begrüssen, dass es dem Verfasser gelungen ist, eine höchst einfache Dispersionsformel zu finden, welche nicht nur für ein grosses Spektralgebiet die Beobachtungen mit einer den Beobachtungsfehlern gleichkommenden Genauigkeit darstellt, sondern auch ohne Weiteres eine Auflösung nach λ gestattet; diese Formel lautet: $n - n_0 = \frac{c}{(\lambda - \lambda_0)^\alpha}$; hierin bedeutet n den Brechungsexponent, λ die Wellenlänge, n_0, c und λ_0 die durch den Versuch zu ermittelnden Konstanten, α eine vierte Konstante, die aber nicht wesentlich von 1 verschieden ist. Meistens wird es daher schon genügen, $\alpha = 1$ zu setzen, andernfalls reicht der Werth $\alpha = 1{,}2$ nach den Versuchen des Verfassers für die verschiedensten Glassorten zu einer sehr guten Darstellung der Brechungsexponenten aus. Zur Bestimmung der drei noch übrigen Konstanten hat man dann nur den Brechungsexponenten n für drei möglichst verschiedene Wellenlängen λ_1, λ_2 und λ_3 zu messen und drei aus der obigen vereinfachten Formel ($\alpha = 1$) hervorgehende Gleichungen von der Form $n\lambda = c_1 + \lambda n_0 + n\lambda_0$ aufzulösen; hierbei ist $c_1 = c - n_0\lambda_0$ gesetzt worden. Die praktische Ausführung dieses Verfahrens wird noch wesentlich vereinfacht durch den Umstand, dass der Werth von λ_0 nur geringen Schwankungen unterliegt; er beträgt für Flintgläser etwa 0,19 bis 0,21 μ, für Crowngläser etwa 0,17 bis 0,19 μ und braucht zur Interpolation von Brechungsexponenten nie auf mehr als 4 Dezimalen berechnet zu werden. In Folge dessen führt man die Rechnung am einfachsten zunächst für einen angenommenen Werth von λ_0, etwa $\lambda_0 = 0{,}180\ \mu$ durch, indem man für zwei beobachtete Werthe n_1 und n_2 die oben angegebene, vereinfachte Gleichung in der Form schreibt $n_1 = n_0 + \beta_1 c$; $n_3 = n_0 + \beta_3 c$, wo $\beta_1 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_0}$; $\beta_3 = \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_0}$, und findet so durch Subtraktion $c = \frac{n_3 - n_1}{\beta_3 - \beta_1}$. Setzt man diesen Werth von c in die drei Gleichungen $n_0 = n_1 - \beta_1 c$; $n_0 = n_2 - \beta_2 c$; $n_0 = n_3 - \beta_3 c$ ein, so wird sich im Allgemeinen für die zweite Gleichung ein von den beiden anderen etwas abweichender Werth von n_0 ergeben, weil ja λ_0 nur willkürlich angenommen war; die Grösse dieser Abweichung sei r_1. Dieselbe Rechnung führt man für einen zweiten Werth von λ_0, z. B. $\lambda_0 = 0{,}190\ \mu$, durch und findet nun für den zweiten Werth von n_0 eine Abweichung $= r_2$; dann ergiebt sich aus r_1 und r_2 der definitive Werth von λ_0, z. B. $\lambda_0 = 0{,}1838\ \mu$, durch einfache Interpolation nach der regula falsi.

Um die Konstanten der Formel mit $\alpha = 1{,}2$ zu finden, hat man nur für β den Werth $\frac{1}{(\lambda - \lambda_0)^{1,2}}$ zu setzen, im Uebrigen bleibt das Verfahren genau dasselbe, wie bei der einfachen Formel ($\alpha = 1$). Zur Erleichterung der Anwendung hat der Verf. noch eine Tafel für den Anschluss der Konstanten an die drei Linien C, F, h berechnet, sodass der noch verbleibende Rest der Rechnungen in wenigen Minuten zu erledigen ist.

Der Verf. prüfte nun die Brauchbarkeit seiner eigenen und der bisher verwendeten Dispersionsformeln an den Messungen, welche Prof. Müller mit drei Flintglas- und zwei Crownglas-Prismen ausgeführt hat und deren wahrscheinliche Fehler einige Einheiten der 6. Dezimale nicht übersteigen. Die zum Vergleich herangezogenen Formeln sind

1. Cauchy: $\frac{1}{n^2} = a + \frac{b}{l^2} + \frac{c}{l^4}$ $\left(l = \frac{\lambda}{n}\right)$

2. Cauchy: $n = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4}$

3. Helmholtz: $(n^2 - 1) = n\lambda^2 + \frac{b\lambda^4}{\lambda^2 - c}$

4. Ketteler: $\frac{1}{n^2} = a + b\,l^2 + \frac{c}{l^2} + \frac{d}{l^4}$

5. Ketteler: $n^2 = a + b\lambda^2 + \frac{c}{\lambda^2 - d}$

6. Schmidt: $n = a + \frac{b}{\lambda} + \frac{c}{\lambda^4}$.

Für diese sämmtlichen Formeln bestimmte der Verf. die Konstanten durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate, während er zur Ermittelung der Konstanten seiner eigenen Formeln ein vereinfachtes Verfahren verwendete. Es ergab sich dabei, dass nur die relativ komplizirte zweite Ketteler'sche Formel, deren Brauchbarkeit bereits feststand, einigermaassen befriedigende Werthe lieferte; von den anderen Formeln genügte am besten die Schmidt'sche, deren Fehler nicht über 25 Einheiten der 6. Dezimale stiegen. Ganz innerhalb der Messungsfehler jedoch blieb für alle Glassorten nur die Formel des Verf. ($\alpha = 1,2$ gesetzt), die fast nirgends eine systematische Abweichung von den Beobachtungen zeigte.

Weiter ergaben die Rechnungen des Verf., dass die zunächst nur für die Brechungsexponenten selbst aufgestellte Formel $n = n_0 + \frac{c}{\lambda - \lambda_0}$ in gleicher Weise auch auf die von n abhängigen Grössen anwendbar ist, also namentlich auf die bei feststehendem Prisma gemessenen Ablenkungen und ihre Projektionen auf die photographische Platte; die Formel lässt sich also schreiben $\lambda = \lambda_0 + \frac{c}{s - s_0}$, wobei unter s das direkte Messungsergebniss, also Kreisablesung, Skalentheile, Schraubentheile des Okularmikrometers oder lineare, auf der photographischen Platte gemessene Grössen zu verstehen sind. Hierbei erhalten die Konstanten λ_0, s_0 und c eine einfache Bedeutung: Misst man z. B. ein Spektrogramm mittels einer Mikrometerschraube aus, so ist s_0 bestimmt durch die Art der Einlagerung der Platte in den Messapparat; diese Konstante ist also stets neu zu ermitteln. Dagegen bedeutet c den Schraubenwerth des Mikrometers und λ_0 eine Konstante des Spektrographen allein, beide Konstanten brauchen also bei Anwendung derselben Instrumente nur einmal bestimmt zu werden, wodurch sich die Handhabung der Formel natürlich noch wesentlich vereinfacht. Als Probe für die Brauchbarkeit der Formel berechnete Verf. für mehrere auf dem Potsdamer Observatorium aufgenommene, von $\lambda = 370$ bis $\lambda = 518$ $\mu\mu$ reichende Sonnenspektra die Wellenlängen der auf der Theilmaschine ausgemessenen Fraunhofer'schen Linien, indem er drei nahezu äquidistante Linien als bekannt ansah und die berechneten Werthe der übrigen mit den aus Rowland's photographischem Sonnenspektrum genommenen Werthen von λ verglich. Die Uebereinstimmung ist eine ganz vorzügliche, denn die Abweichungen betragen nur wenige Hundertel $\mu\mu$ und können, wie der Verf. zeigt, durch ein geeignetes Rechnungsverfahren noch verringert werden. *Glch.*

Ueber Grobgoniometer.

Von V. Goldschmidt. *Zeitschr. f. Krystallogr. u. Miner.* **29.** *S. 589. 1898.*

Verf. hat die Vortheile der zweikreisigen Goniometer auf die Grobgoniometer zu übertragen gesucht. Nachdem zuerst ein Anlegegoniometer nach diesem Prinzip kurze Erwähnung gefunden hat, wird ein Schattengoniometer beschrieben. Ein Metallplättchen mit dazu senkrechter Nadel wird auf die Krystallfläche aufgesetzt und auf das Verschwinden des Schattens der Nadel bei Beleuchtung mit parallelem Licht eingestellt. Statt des Nadelplättchens wird bei dem Grobgoniometer mit Spiegeln und Autokollimation ein kleiner Spiegel auf die Fläche gelegt und diese senkrecht zur Achse eines Fernrohrs mit Autokollimation eingestellt. *A. K.*

Eine einfache Vorrichtung zum Nachweis des Brechungsgesetzes der Lichtstrahlen.

Von F. Pfuhl. *Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr.* **11.** *S. 159. 1898.*

Ein Glaswürfel G (Fig. 1), dessen Kante 5 *cm* lang ist, und der mit Ausnahme zweier gegenüberliegenden Seiten zur Abblendung des Nebenlichts mit undurchlässigem Papier be-

klebt ist, steht in einem aus starkem Metallblech hergestellten Gehäuse *M*, das ihn eng umschliesst und innen mattschwarz gefärbt ist. Die vordere Seite der Metallhülle, die der einen durchsichtigen Seite anliegt, überragt die obere Würfelfläche um 5 *cm* und zeigt in ihrer Mitte einen von oben nach unten verlaufenden 1,5 *mm* breiten Spalt *p*. Eine matte Glasscheibe *F* ist an die hintere durchsichtige und von der Metallhülle nicht bedeckte Seite des Würfels mit Fischleim angeklebt und überragt sie um 5 *cm*. Wird vor dem Spalt *p* eine Lichtquelle aufgestellt, so geht der untere Theil der Strahlen durch das Glas und der obere Theil durch die Luft. Beide erzeugen auf *F* zwei helle Lichtstreifen, die im Allgemeinen einen Winkel miteinander einschliessen, in dem Falle aber, dass die Strahlen senkrecht auf die Fläche fallen, eine Gerade bilden. Um das Brechungsgesetz nachzuweisen, setzt man auf die obere Kante der den Spalt zeigenden Metallwand mittels einer etwas federnden 6 *cm* langen und 1 *cm* breiten Hülse *H* einen Aufsatz (Fig. 2) auf, der aus drei Messingstäben

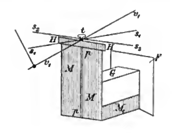


Fig. 1.

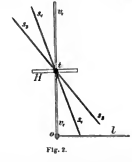


Fig. 2.

von 28 *cm* Länge besteht. Der eine v_1 ist vierkantig und mit seinem Mittelpunkt in der Mitte der oberen Kante von *H* senkrecht dazu angelöthet. Unmittelbar über diesem Stabe sind an einem Stift *t*, der mit einem feinen Schraubengewinde und einer Mutter versehen ist, zwei stielrunde Stäbe s_1 und s_2 drehbar über dem Mittelpunkt des kantigen befestigt. Der eine stellt den durch die Luft, der andere den durch das Glas gehenden Lichtstrahl und der kantige festgelöthete Stab das auf der Trennungsebene beider Mittel errichtete Loth dar. Zur Darstellung und Messung der Sinus dient das Messingstäbchen *l*, das an einem Ende eine viereckige Oeffnung *o* hat, mit der es fest anschliessend auf dem kantigen Stabe in der Ebene der stielrunden verschoben und durch eine feine Schraube festgestellt werden kann. Um die Lichtbrechung in Flüssigkeiten zu untersuchen, ersetzt man den Glaswürfel durch ein ähnlich hergerichtetes Glaskästchen, das mit den Flüssigkeiten gefüllt wird. Ferner kann man durch eine sinngemässe Benutzung der Vorrichtung auch die Brechung in dem Falle untersuchen, dass der Lichtstrahl aus dem optisch dichteren in das dünnere Mittel übergeht. *H. H.-M.*

Die Beweglichkeiten elektrischer Ionen in verdünnten wässerigen Lösungen bis zu 1/10-normaler Konzentration bei 18°.

Von F. Kohlrausch. *Wied. Ann.* ***66****, S. 785. 1898.*

In dieser Arbeit wird der Versuch durchgeführt, das Gesetz von der unabhängigen Wanderung der Ionen auf grössere Konzentrationen auszudehnen und auf Grund dessen Tabellen der Ionenbeweglichkeiten aufzustellen, aus denen das Leitvermögen der Lösungen sich durch Addition ergiebt. Bis zu Konzentrationen von etwa $^1/_{20}$ oder $^1/_{10}$ Gramm-Molekül im Liter gelingt es zunächst bei einwerthigen Ionen, Zahlen für die Beweglichkeiten derart aufzustellen, dass die Leitvermögen wie auch die Hittorf'schen Ueberführzahlen mit hinreichender Genauigkeit daraus hervorgehen. Zugleich tritt dabei als bisher unbeachtetes Gesetz hervor, dass die Abnahme der Beweglichkeiten bei steigender Konzentration für alle

Anionen sowohl als Kationen ungefähr gleich gross ist, mit Ausnahme von OH und H, die den doppelten bis dreifachen Abfall besitzen.

Für einige Konzentrationen m ersieht man die Grösse dieser Abnahme Δ aus folgender kleinen Tafel.

m	Δ				
0	0	K	65,3	Cl	65,9
0,0001	0,60	Na	44,4	J	66,7
0,001	1,53	Li	35,5	F	46,1
0,01	3,95	Rb	67,3	NO_3	60,8
0,1	9,42	NH_4	64,2	ClO_3	55,3
		Ag	55,7	$C_2H_3O_2$	34,5

Einige Beweglichkeiten in unendlicher Verdünnung sind ebenfalls hinzugesetzt. Will man nun z. B. das Leitvermögen von $^1/_{100}$-normaler Kochsalzlösung berechnen, so hat man

$Na_{0,01}$: Beweglichkeit $= 44,4 - 3,95 = 40,45$

$Cl_{0,01}$: Beweglichkeit $= 65,9 - 3,95 = 61,95$

$NaCl_{0,01}$: Aequivalent-Leitvermögen $= 102,4$

beobachtet $102,8$.

Die Einheit ist bei diesen Zahlen auf Ohm und Zentimeter bezogen (vgl. *diese Zeitschr.* ***18.*** *S. 125. 1898*).

Auf diese Weise lässt sich auch ein bisher nicht beobachtetes Leitvermögen mit einiger Sicherheit angeben, was z. B. von Wichtigkeit sein kann, wenn dasselbe zur chemischen Analyse verdünnter Lösungen benutzt wird.

Bei zweiwerthigen Ionen wird ein ähnliches Verfahren eingeschlagen, das aber nicht mehr die gleiche Einfachheit noch Sicherheit besitzt und darum hier nicht näher erörtert werden soll. Erwähnt mag noch werden, dass die Arbeit eine Zusammenstellung aller bekannten Ueberführzahlen enthält, sowie neu beobachtete Leitvermögen der Lösungen von KF, NaF und $RbCl$. *Dst.*

Ueber den Energieverbrauch bei der Magnetisirung.

Von Ch. Maurain. *Journ. de phys.* (3) ***7.*** *S. 461. 1898.*

Hat man die vollständige Magnetisirungskurve einer Eisenprobe aufgenommen, so ist bekanntlich der Flächeninhalt der Hysteresisschleife der bei dem Zyklus verbrauchten Energie proportional. Schon öfters ist die Frage behandelt worden, ob dieser Energieverlust im Eisen derselbe bleibt, wenn man das Eisen einem schnell oszillirenden Felde aussetzt. Namentlich kalorimetrische Methoden scheinen darauf hinzuweisen, dass bei raschen Wechseln der Energieverlust abnimmt. Maurain hat nach einer zuerst von Hopkinson angegebenen Methode neue Versuche über diesen Gegenstand angestellt.

Ein Eisenring ist von einer Spule umgeben, die von Wechselströmen durchflossen ist. Mittels eines Augenblickkontaktes kann man in jeder einzelnen Phase die Potentialdifferenz an den Enden eines in den Wechselstromkreis eingeschalteten induktionslosen Widerstandes R und ebenso diejenige an den Enden der Magnetisirungsspule messen. Die erstere ist gleich Ri und die zweite gleich $ri + \frac{d\varphi}{dt}$, wo r den Widerstand der Spule bedeutet und φ die gesammte Zahl der Kraftlinien im Eisen zur Zeit t. Man kann also $\frac{d\varphi}{dt}$ als Funktion der Zeit durch eine Kurve darstellen. Durch Integration (Planimeter) erhält man die Werthe von φ als Funktion von t und kann daher φ als Funktion von i in einer Kurve darstellen. Maurain wählt diese Form der Magnetisirungskurven und nicht die absolute, weil es ihm nur auf relative Messungen ankommt, d. h. er beobachtet nur, in welcher Weise sich die Kurven verändern, wenn er die Wechselzahl steigert.

Im Ganzen wurden fünf Eisenkerne untersucht, von denen der eine aus einem massiven Zylinder bestand; die andern waren aus Eisendrähten von bezw. 2,68 *mm*, 1,57 *mm*, 0,5 *mm*

und 0,2 *mm* Durchmesser zusammengesetzt. Die Wechselzahlen wurden von 18 bis 60 Perioden pro Sekunde gesteigert.

Bei dem massiven Eisenkern hat die Magnetisirungskurve eine ovale Form; durch Wachsen der Periode wird die Hysteresis und maximale Induktion verkleinert. Bei dem Kern aus dünnstem Draht dagegen erhält man die gewöhnliche Form der Magnetisirungskurve, deren Form von der Periodenzahl unabhängig ist; die anderen drei Eisenkerne geben Zwischenstufen. Maurain führt die an dem massiven Eisenkern beobachtete Erscheinung auf Foucault'sche Ströme zurück, die im Eisen entstehen und in den inneren Theilen des Eisens das Feld schwächen und Joule'sche Wärme erzeugen. *E. O.*

Neu erschienene Bücher.

Laussedat, A., *Recherches sur les Instruments, les Méthodes et le Dessin topographiques.*

Diese sehr wichtigen Beiträge zur Geschichte der Instrumente der niedern Geodäsie, die der ausserhalb Frankreichs besonders durch seine Verdienste um die Photogrammetrie bekannte Oberst Laussedat in den Bänden VIII, IX, X und VII (über diese Ordnung s. u.) der *Annales du Conservatoire des Arts et Métiers* in den letzten Jahren veröffentlicht hat, scheinen in Deutschland merkwürdigerweise ganz unbeachtet geblieben zu sein. Ich möchte deshalb hier schon jetzt auf sie hinweisen, obgleich eine selbständige und in vielen Einzelheiten berichtigte Ausgabe bevorsteht, die, wie mir der Verf. mitzutheilen die Güte hat, in zwei Bänden veröffentlicht werden wird; der erste Band soll demnächst erscheinen[1]), der zweite Ende dieses Jahres. Ich darf schon hier den Wunsch und die Hoffnung aussprechen, dass es dem bejahrten Verfasser vergönnt sein möge, seine Absicht durchzuführen und besonders weitere Schätze des ihm unterstellten *Conservatoire des Arts et Métiers* zugänglich zu machen.

Das zweite, zuerst (im Band VII der „*Annales*") erschienene, bis jetzt aber nicht beendigte Kapitel der vorliegenden Arbeit (es soll erst im zweiten Band der Gesammtausgabe zu Ende geführt werden) beschäftigt sich mit der Darstellungsweise der Pläne und topographischen Karten von den ältesten Zeiten an: der Plan auf dem Reissbrett (oder Messtisch?) des Priesterkönigs Gudea wird reproduzirt, ebenso Fragmente des Stadtplans von Rom aus der Zeit des Septimius Severus und eine Anzahl von *malerischen* Stadtplänen des Mittelalters. Auch die bekannte Geschichte der Höhenkurven wird dargestellt, über die Geschichte der Bergschraffen werden aber nur noch einige wenige Notizen gegeben. Der erste, in den Bänden VIII bis X der „*Annales*" enthaltene Theil, im Wesentlichen eine Geschichte der topographischen Instrumente vorstellend, ist jedenfalls der wichtigere, nicht nur im Sinn der Zeitschrift für Instrumentenkunde.

In diesem 1. Kapitel wird als Hauptinstrument der Griechen die Heron'sche Dioptra ausführlich dargestellt und nach einer Abschweifung über die astronomischen Instrumente der Alten die Thätigkeit der Araber besprochen. Sodann kommen die Stab-Instrumente und die sonstigen Instrumente an die Reihe, die ihren Ursprung in der Nautik haben, und besonders beim geometrischen Quadranten wird die Darstellung ausführlich. Die Vereinigung des Astrolabiums mit der Bussole bezeichnet einen mächtigen Schritt vorwärts. In der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts kommt der Graphometer (getheilter Halbkreis mit zwei Absehlinien) auf. Ferner ist der sog. holländische Kreis der bekannten beiden Dou aus dem Ende des 16. Jahrhunderts von grosser Wichtigkeit. Die „*planchette*" *circulaire* trägt ihren Namen mit Unrecht; es ist gar kein Messtisch, sondern ein „Scheibeninstrument" in der Art des frühern Schickhart'schen Instruments und der spätern Zollmann'schen Scheibe u. s. f. Bei Messung von Thurm-

[1]) Seit der Einsendung dieser Notiz ist der erste Band der selbständigen Ausgabe erschienen. Der Haupttitel ist wie oben angegeben, der Untertitel lautet für diesen Band 1: *Aperçu historique sur les instruments et les méthodes. La Topographie dans tous les temps.* gr. 8°. XI, 450 S. m. Fig. und 14 Taf. Paris, Gauthier-Villars 1898.

höhen nach Fig. 16 u. ähnl. wäre vielleicht die Notiz nicht ohne Interesse gewesen, dass man sich hier schon frühe des „künstlichen Horizonts" in der Form eines horizontal gelegten Spiegels zu bedienen suchte (vgl. z. B. die bekannte Schrift von Köbel aus der Mitte des 16. Jahrhunderts: Geometrei. Vom künstlichen Feldmessen . . . ., im Anhang des Jakobsstabs). Interessant ist die Wiedergabe der beiden Trophäen von Perrault an der Südfassade des Pariser Observatoriums, die alle geodätischen Messinstrumente in sich vereinigen, die zur Zeit der Gründung der Sternwarte im Gebrauch waren.

Der Prätorianische Messtisch, so wichtig diese Erfindung war, ist im Ganzen doch nicht zum Vortheil der deutschen Geodäsie ausgeschlagen; er wurde in Deutschland bald (neben der Bussole) zum Universalinstrument der niedern Geodäsie, während die Ausbildung des Theodolits den Engländern überlassen wurde. Digges (d. ä.) steht an der Spitze dieser schönen Entwicklung; nachdem (seit dem Anfang des 17. Jahrhunderts) die Möglichkeit vorhanden war, die Messinstrumente zu teleskopiren und nachdem einige Jahrzehnte später Thévenot die Libelle erfunden hatte, waren die wesentlichen Theile beisammen; unter den Händen ausgezeichneter englischer Mechaniker hat der Theodolit seine moderne Form angenommen; man vermisst hier beim Verfasser eine Würdigung der Verdienste von Sisson und von Ramsden.

Gut und ziemlich ausführlich giebt der Verf. die Geschichte der Tachymetrie, wobei auch die Bestrebungen des vortrefflichen Brander (distanzmessendes Kippregelfernrohr, gleichzeitig mit Watt und Green in England; logarithmische Rechenstäbe) ins rechte Licht gestellt werden (der „Mechaniker Georg Friedrich" in Augsburg des Verf. ist der gleich darauf von ihm erwähnte Brander selbst). Ohne den speziell an die Adresse der Deutschen gerichteten Vorwurf, wir hätten in unserer „agglutinirenden Sprache" *„des mots interminables"* gerade in die Tachymetrie eingeführt, im Allgemeinen für begründet zu halten (vgl. übrigens z. B. das Oesterreichische Okularfilarschraubenmikrometer, das allerdings zu den *sesquipedalia verba* gehört) kann man dem Tadel des Verf., dass die Worterfindungssucht *„a fait de notre vocabulaire topographique une sorte d'argot à peine intelligible pour les initiés"* nur beipflichten, und diese Bemerkung gilt besonders für Frankreich. Man kann diesen Tadel auch auf andere Gebiete der Geodäsie ausdehnen, in der einmal eine gründliche Sprachrevision angezeigt wäre; weniger im Sinn der grossen Puristen, die sich für besonders berufen halten, aber die Sache bereits z. Th. verschlimmbessert haben, sondern im Sinn wirklicher sachlicher Erwägung. Gut dargestellt sind besonders die neuern französischen selbstrechnenden Tachymeter (Sauguet, Champigny, Peaucellier und Wagner, Schrader), die sicher eine Zukunft haben. Auch die Messtisch-Tachymetrie und die Fragen Messtisch contra Theodolit sind ziemlich ausführlich behandelt.

Das Ende dieses langen „1. Kapitels" bildet die Geschichte der Reflexionsinstrumente und der zum Höhenmessen dienenden Barometer, sowie einiger kleinern Hülfsinstrumente. Aus der Geschichte der Barometer sei angeführt, dass das erste Metallbarometer (in Form einer Taschenuhr) von Conté herstammt (Fig. 120) 1798; der Erfinder der wichtigsten Form unserer heutigen Instrumente (Naudet war zuerst Arbeiter bei ihm) wird in Deutschland mit Unrecht meist zum Engländer gemacht und sein Name wird in *allen* unsern Geodäsie-Lehrbüchern (Bauernfeind, Jordan, Hartner-Wastler u. A.) unrichtig geschrieben: es war Lucien Vidie aus Nantes (1805 bis 1866), dessen Erfindung allerdings zuerst in England (in der Marine) gewürdigt wurde. Die Form der gebogenen Röhre für die luftleere Büchse wurde ziemlich gleichzeitig von dem deutschen Ingenieur Schinz (nicht Schnitz wie beim Verf.) und (wenig später) von Bourdon bei Manometerkonstruktionen ohne Quecksilber gewählt; erst der grosse Erfolg des Bourdon'schen Manometers hat die allgemeine Aufmerksamkeit auf das Vidie'sche Federbarometer gelenkt (während das Bourdon'sche Metallbarometer sich bekanntlich nie recht einführen konnte); zu spät für den Erfinder, dessen Werk erst seinen Nachfolgern Naudet und Hulot grosse Erfolge brachte. (Einzelheiten der Geschichte Vidie's giebt das Buch von Laurant, *Histoire des baromètres et des manomètres anéroïdes et la biographie de Lucien Vidie.* Paris 1867.)

Vom zweiten (bisher nicht beendigten) Abschnitt der Laussedat'schen Arbeit war schon oben die Rede.

Der Ref. kann diese Anzeige, die freilich von dem reichen Inhalt der „*Recherches*" des Verf. keine Vorstellung geben kann, nicht schliessen, ohne den im Eingang ausgesprochenen Wunsch rascher Beendigung des Werkes in der Neu-Ausgabe zu wiederholen.

Hammer.

W. Nernst, Theoretische Chemie vom Standpunkte der Avogadroschen Regel u. der Thermodynamik. 2. Aufl. gr. 8°. XVI, 703 S. m. 36 Abbildgn. Stuttgart, F. Enke. 16,00 M.

Th. Reye, Die Geometrie der Lage. Vorträge. 1. Abth. 4. Aufl. gr. 8°. XVI, 296 S. m. 90 Abbildgn. Leipzig, Baumgärtner. 8,00 M.

W. Müller-Erzbach, Physikalische Aufgaben. 2. umgearbeitete u. vermehrte Aufl. gr. 8°. VIII, 167 S. Berlin, J. Springer 1898. 2,40 M.

Nivellements-Ergebnisse der Trigonometrischen Abtheilg. der Kgl. Preuss. Landesaufnahme. In 13 Heften. Heft IX: Provinz Hannover u. Grossherzogthum Oldenburg. 8°. V, 111 S. m. 3 Karten. Berlin 1898. kart. das Heft 1,00 M.

A. Föppl, Vorlesungen über technische Mechanik. In 4 Bänden. 1. Bd., Einführung in die Mechanik. 8°. XV, 412 S. m. 78 Holzschn. Leipzig 1898. Geb. in Leinw. 10,00 M. 2. Bd., Festigkeitslehre. 488 S. m. 70 Holzschn. 1897. Geb. in Leinw. 12,00 M.

Notiz.

In *dieser Zeitschr.* ***17.*** *S. 242. 1897* hat Hr. Stadtgeometer Lehrke in Mülheim am Rhein eine „Nivellirlatte mit Nonienvorrichtung" beschrieben.

Durch diese Latte soll es möglich gemacht werden, „beim Nivelliren vier Stellen scharf zu ermitteln und eine fünfte zu schätzen". Die Latte hat zwei Theilungen, welchen als Einheiten die Dimensionen von 1,8 und 2,2 *m* zu Grunde gelegt sind. Jede solche Einheit ist direkt in 1000 Theile getheilt, sodass die kleinsten aufgetragenen Theile 1,8 und 2,2 *mm* betragen. Zehntel dieser Intervalle werden geschätzt.

Da bekanntlich die Unsicherheit einer Zehntelschätzung im Intervalle von der Grösse i durch $\pm 0,05\,i$ gegeben ist, so wird die theoretische Unsicherheit einer Ablesung an den zwei Theilungen der Lehrke'schen Latte sehr nahe $\pm$ 0,1 *mm* betragen, d. h. man erhält vier Dezimalstellen des Meter, die vierte schon ist das Resultat einer Zehntelschätzung. Hr. Lehrke ist demnach im Irrthum, wenn er von vier scharf ermittelten und einer fünften durch Schätzung erhaltenen Dezimalstelle des Meter spricht, und dieser Irrthum ist hervorgerufen durch die Illusion, dass die Reduktion der Ablesung auf Metermaass die Genauigkeit des Resultates zu erhöhen im Stande sei. Diese Reduktion erfolgt durch Multiplikation der Ablesungen mit 1,8 und 2,2, wodurch allerdings das *Rechnungsresultat* mit 5 Dezimalstellen erscheint. *Die faktische Unsicherheit desselben beträgt jedoch nach dem Gesagten unbedingt* $\pm$ *0,0001 m, genau ebensoviel, als hätte man die Ablesung an einer mit der Einheit von 1 m in Doppelmillimeter getheilten Latte vorgenommen.*

Im Sinne der Lehrke'schen Erfindung kann die *illusorische* Genauigkeit sofort noch um eine oder zwei Dezimalstellen erhöht werden lediglich dadurch, dass man die Latteneinheit etwa 1,83 oder 1,837 sein lässt, wodurch ein *Rechnungsresultat* mit 6 oder 7 Dezimalstellen des Meter zum Vorschein kommt. Die Unsicherheit der Ablesung bleibt aber stets beim Werthe $\pm$ 0,0001 *m* stehen.

Die Latte des Hrn. Lehrke ist weder „bei wissenschaftlichen Arbeiten grundlegender Art" noch überhaupt mit Erfolg zu verwenden, weshalb auch die vorgeschlagene Theilung auf keinem Gebiete von irgend welchem Nutzen sein kann.

Wien IV, Karlsgasse 11, 4. November 1898. *G. Starke.*

Zu vorstehender Notiz theilt Hr. Stadtgeometer Lehrke der Redaktion mit, dass „der Vortheil der Lattenkonstruktion in den erzielten gegenseitigen Ablesekontrolen und der mit jeder unabhängigen Doppelablesung überhaupt verbundenen grösseren Ablesungsgenauigkeit liege".

Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. **H. Landolt**, Vorsitzender, Prof. Dr. **A. Westphal**, geschäftsführendes Mitglied,
Prof. Dr. **E. Abbe**, Dr. **H. Krüss**.

Redaktion: Dr. **St. Lindeck** in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang. **März 1899.** Drittes Heft.

Neues Refraktometer mit Erhitzungseinrichtung nach Eykman.

Von
C. Leiss.
(Mittheilung aus der R. Fuess'schen Werkstaette in Steglitz bei Berlin.)

Von den zur Zeit hauptsächlich benutzten, für den Gebrauch des Chemikers bestimmten Flüssigkeitsrefraktometern dürften die von Pulfrich[1]) konstruirten Apparate, welche auf der Anwendung eines Prismas von 90° aus Glas von höherer Brechbarkeit als diejenige der zu untersuchenden Substanzen beruhen, wohl die meiste Verbreitung haben.

Bei dem nachstehend beschriebenen Instrument erfolgt die Bestimmung der Brechungsexponenten nach einer von Prof. J. F. Eykman in Groningen angegebenen Methode durch Messung der Einfalls- und Reflexionswinkel bei konstanter Stellung des Fernrohres zum Kollimator. Dass im vorliegenden Falle dieser Methode der Vorzug gegenüber der von Pulfrich angewandten gegeben wurde, hat verschiedene Gründe. In erster Linie scheint der von Eykman eingeschlagene Weg geeigneter, dem Erhitzungsbad eine Gestalt zu geben, die es nicht nur ermöglicht, die Temperaturen der zu untersuchenden Substanzen mit grosser Genauigkeit konstant zu erhalten, sondern vor Allem auch die zu untersuchende, in einem kleinen Hohlprisma aus Glas eingeschlossene Flüssigkeit nahezu bis auf die Temperatur der benutzten Siedeflüssigkeit zu bringen[2]). Weiterhin ist die hier zur Anwendung gelangende Methode von jenem Nachtheil frei, welcher den sonst hinsichtlich ihrer Handhabung so bequemen vorerwähnten Apparaten anhaftet, dass die mit den Flüssigkeiten in Berührung stehende obere Prismafläche oder Halbkugel in Folge der Empfindlichkeit der nur verwendbaren Flintgläser bald Beschädigungen ausgesetzt ist, die insbesondere durch die Einwirkung ätzender Flüssigkeiten und auch leicht durch das Reinigen der Flächen hervorgerufen werden. Schliesslich ist bei der Eykman'schen Methode in Folge der Anwendung von Hohlprismen aus dem widerstandsfähigsten Crownglas weniger zu befürchten, dass die zu untersuchenden Flüssigkeiten Verunreinigungen erfahren, wie dies unter gewissen Umständen leicht der Fall sein kann, wenn man die Flüssigkeit mit den aus Metall (wohl meist Silber) gefertigten Theilen der Erwärmungsvorrichtung in Verbindung bringt.

---

[1]) C. Pulfrich, *diese Zeitschr.* ***8.*** *S. 47. 1888;* ***15.*** *S. 389. 1895;* ***18.*** *S. 107. 1898.*

[2]) Dass diese beiden, besonders bei der Untersuchung von Flüssigkeiten wichtigen Bedingungen bei allen denjenigen Instrumenten, bei denen die Erwärmung einseitig erfolgt, nicht vollauf erfüllt sind, bedarf wohl keiner besonderen Erwähnung, denn die Temperatur der Flüssigkeit bezw. des Glaskörpers wird in der nächsten Umgebung der Erwärmungsvorrichtung am höchsten sein und nach unten hin mehr und mehr abnehmen.

Das erste von Eykman seit 1892 benutzte Instrument war nicht speziell zu vorliegenden Zwecken konstruirt. Es war ein gewöhnliches Fuess'sches Reflexions-Goniometer, Modell II[1]), an dem ein Erhitzungsapparat ähnlicher Art wie derjenige des nachfolgend beschriebenen Instrumentes angebracht wurde. Obgleich dieses für refraktometrische Arbeiten vervollständigte Goniometer, wie die zahlreichen damit von Eykman ausgeführten sorgfältigen Bestimmungen[2]) beweisen, vollauf den gestellten Ansprüchen gerecht wurde, so war es doch erwünscht, dem Chemiker und Physiker ein Instrument zugänglich zu machen, welches lediglich diejenigen Einrichtungen besitzt, die es zur genauen Bestimmung der Brechungsexponenten und der Dispersion bedarf.

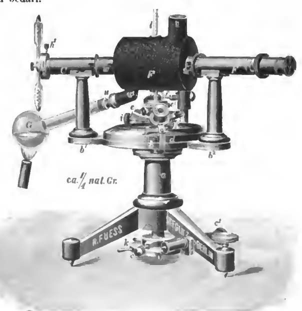


Fig. 1.

Auf Anregung des Hrn. Eykman und in Gemeinschaft mit diesem wurde daher das in Fig. 1 abgebildete neue Refraktometer, welches in zwei Ausführungsformen angefertigt wird, konstruirt.

Kleineres Modell[3]).

Beschreibung des Apparates. Mit dem oberen Ende der von dem Dreifuss getragenen Säule *a* ist die kräftige Scheibe *b* fest verbunden, an welcher sich die beiden Fortsätze b^1 und b^2 als Träger der beiden Fernrohre *C* und *F* befinden. In der

[1]) Vgl. J. F. Eykman, *Recueil de trav. chimiques des Pays Bas.* **13.** *S. 13. 1894.*

[2]) *A. a. O.* **13.** *S. 13;* **13.** *S. 157 u. 268;* **14.** *S. 185;* **15.** *S. 52.*

[3]) Dieses Modell dürfte für die weitaus meisten Untersuchungen ausreichend sein, da es hinsichtlich der damit zu erzielenden Genauigkeit den Anforderungen entspricht, die man gewöhnlich an refraktometrische Bestimmungen zu stellen gewohnt ist: Ermittlung der *Werthe für den Brechungsindex* bis auf 1 Einheit der 4. Dezimale und für *Dispersionsbestimmungen* bis auf 1 bis 2 Einheiten der 5. Dezimale.

konischen Anshohrung der Säule *a* dreht sich genau passend die den Theilkreis *K* (von etwa 140 *mm*) tragende lange konische Achse, deren Drehung durch das unter dem Dreifuss befindliche Speichenrad *k* erfolgt. Die feine Einstellung des in 15' eingetheilten Kreises geschieht nach vorheriger Klemmung der Schraube *c* mit der Mikrometerschraube c^1, welch letztere für gewisse Zwecke (s. *S. 74*) auch mit einer Theiltrommel versehen werden kann. Zwei nm 180° von einander entfernte, auf dem erhöhten Rande von *b* befestigte Nonien erlauben direkt 30" abzulesen nnd die Hälfte hiervon noch zu schätzen. Der nach hinten liegende Nonius wird für gewöhnlich nicht benutzt; er dient lediglich zur Kontrole des Theilkreises bezw. zur Prüfung etwaiger Exzentrizität der Theilung. Die Theilungen des Kreises und der Nonien sind auf Silber aufgetragen nnd durch die Kappe *d* mit zwei Durchblicksöffnungen vor Beschädigung geschützt. Zwei aplanatische Lupen *L* (nur eine in Fig. 1 sichtbar), deren Arme ein Drehgelenk besitzen, erleichtern die Ablesnng.

Der auf der Kreisachse aufgeschraubte *Prismaträger* besteht in der Hauptsache aus zwei zu einander gekreuzten Zylinderschlitten $e\,e^1$, deren Bewegung durch die beiden Griffschrauben *i* und i^1 erfolgt. Damit bei der Justirnng mit Hülfe dieser beiden Schlittenbewegnngen das Prisma keine merkliche örtliche Veränderung erfährt, liegen die Mittelpunkte der Schlitten angenähert im Schnittpunkt der Umdrehungsachse nnd der Sehlinien der Fernrohre. Zur grösseren Beqnemlichkeit bei der Justirung sind den Schraubenköpfen *i* und i^1 der beiden Schlitten verschiedene Formen gegeben; man hat dann, ohne das Auge vom Oknlar entfernen zu müssen, schon im Gefühl, an welcher Schraube die Bewegung auszuführen ist. Für den Fall, dass durch irgend welche Ursache einmal ein Flüssigkeitsprisma schadhaft werden sollte, ist zum Schutz des Prismaträgers auf der Fläche des oberen Justirschlittens eine tellerförmige Platte befestigt, die zum Auffangen der Flüssigkeit dient.



Fig. 2.

Das bei der Untersuchung von Flüssigkeiten zu benutzende *Hohlprisma* bildet, wie aus Fig. 2 ersichtlich, mit seinem hohlen Stiel und der zum Einfüllen der Flüssigkeit nnd zum Einhängen der Thermometer dienenden Röhre ein aus Glas geblasenes Ganzes. In den Stiel ist ein dreiseitiges kleines aus Messing gefertigtes Prisma mit Gyps oder dergl. eingekittet, dessen vorstehendes Ende sich in eine entsprechende Bohrung im oberen Theil des Schlittens e^1 einstecken und mit der Schraube *f* befestigen lässt. Die brechenden Flächen des Prismas werden von zwei etwa 12 bis 13 *mm* grossen runden planparallelen Glasplättchen von 1 *mm* Dicke gebildet, die mit einem besonderen, gegen hohe Temperatur und gegen die Einwirkung der verschiedenartigsten organischen Flüssigkeiten widerstandsfähigen Kitt an die zuvor gut plangeschliffenen Kanten des Hohlprismas gekittet sind. Die Prismen, welche etwa $^3/_4$ bis 1 *ccm* Flüssigkeit aufnehmen, werden gewöhnlich mit Winkeln von 40°, 50° und 60° angefertigt. Jedem Instrument werden einige solcher Prismen beigegeben.

Ueber die Art der *Stellung der brechenden Flächen des Prismas* zu den Schrauben der Justirschlitten ist das Nähere aus Fig. 3 ersichtlich. Der leichteren Justirung

halber ist die Anordnung so getroffen, dass eine der Schrauben i und i^1 und damit die Bewegungsrichtung des einen Schlittens senkrecht zu der einen brechenden Fläche des Prismas steht. Natürlich muss beim Einkitten des dreikantigen Stiftes in den Stiel des Prismas schon Bedacht hierauf genommen sein. Prismen aus festen Körpern werden auf ein besonderes Tischchen mit Klemme aufgesetzt, dessen Stiel in gleicher Weise wie der des Hohlprismas im oberen Schlitten der Justirvorrichtung zu befestigen ist. Das Thermometer wird dann mittels eines durchbohrten Korkes so weit in den Hohlraum des Erhitzungsbades eingehängt, dass sein Gefäss sich in unmittelbarer Nähe des zu untersuchenden Prismas befindet.

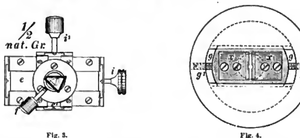


Fig. 3. Fig. 4.

Das *Fernrohr* F und der *Kollimator* C sind unveränderlich fest auf ihren Trägern b^2 und b^1 befestigt. Die optischen Achsen oder richtiger die Sehlinien beider schliessen miteinander einen Winkel von genau 140° ein. Das Okular besitzt einen besonderen, in F gut passend einschiebbaren Tubus, welcher das mittels zweier vertikal wirkenden Schrauben justirbare Fadenkreuz und das gegen letzteres noch für sich einstellbare Ramsden'sche Okular trägt. Die Einrichtung des Spaltes, welcher behufs Einstellung auf Unendlich an einer in C einsteckbaren Röhre befestigt ist, wird durch Fig. 4 erläutert. Beide um etwa 0,2 *mm* von einander abstehende Spaltschneiden tragen in der Mitte eine sehr kleine halbrunde Oeffnung, welche die Sehlinie des Kollimators andeutet. Die Spaltbacken $x\,x^1$ sind gemeinsam auf dem horizontalen Schlitten g befestigt, der durch die beiden Schrauben g^1 und g^2 verstellt werden kann. Mit Hülfe dieses Schlittens wird die letzte genaue Justirung des Winkels (140°), den die beiden Visirlinien des Fernrohres und des Kollimators mit einander bilden müssen, ausgeführt[1]).

Spaltbeleuchtung. Hierzu wird man sich meist einer Geissler'schen Wasserstoffröhre bedienen, welche mittels einer besonderen über den Spalt geklemmten Kappe (Schraube h^1) vor den Spalt gebracht wird. Diese H-Röhre selbst wird auf der ebenen Fläche von h durch eine geeignete Metallplatte und zwei Schrauben gehalten. Vor dem endgültigen Festklemmen der H-Röhre durch die erwähnte Metallplatte muss man sich durch einen Versuch überzeugen, ob die leuchtende Kapillare auch gut in der verlängerten Sehlinie von C liegt. Dies ist der Fall, wenn die intensivste Beleuchtung eingetreten ist. Alsdann klemmt man erst die H-Röhre fest. Um nun aber auch die Beleuchtung mit einer *seitlich* aufgestellten Na-Flamme, ohne die H-Röhre entfernen zu müssen, ausführen zu können, kann an Stelle der Kappe h eine ähnliche gebracht werden, die ausser der H-Röhre noch ein aus- und einschaltbares Prisma von 90° trägt.

[1]) Eine eingehende Erläuterung der Art der *Justirung* und *Prüfung* des Instrumentes ist in der im Verlag von W. Engelmann in Leipzig erschienenen Schrift des Verf. „Die optischen Instrumente der Firma R. Fuess, deren Beschreibung, Justirung und Anwendung" gegeben.

Die Beleuchtung mit der H-Röhre, wobei die *Untersuchungen im erleuchteten Zimmer* geschehen können, dürfte die zweckmässigste sein, zumal man bisher fast allgemein die Bestimmung der Brechungsexponenten flüssiger organischer Verbindungen für die drei Wasserstofflinien H_α, H_β und H_γ und allenfalls für die Natriumlinie D ausgeführt hat[1]). Es steht natürlich nichts im Wege, sich zur Beleuchtung auch des Sonnenlichtes, homogener Leuchtflammen oder des in *dieser Zeitschr.* **18.** *S. 209. 1898* von mir beschriebenen Spektralapparates zur Beleuchtung mit Licht verschiedener Wellenlänge zu bedienen.

Ein Induktorium von 1,5 bis 2 *cm* Funkenlänge reicht für diese Entladungsröhren völlig aus. Den Primärstrom wird man am besten einem oder zwei kleineren Akkumulatoren entnehmen.

Das aus Kupfer verfertigte *Erhitzungsbad* (Fig. 1 u. 5)[2]) besteht in der Hauptsache aus dem zu beiden Seiten verschlossenen fast zylindrischen Behälter E. In seiner Mitte ist E von einer etwa 18 *mm* weiten Röhre l durchsetzt, die den eigentlichen Erhitzungsraum — das Luftbad — bildet. Unter einem Winkel von 140° dringen von beiden Seiten zwei ovale Röhren, deren lichte Weite etwa 10 × 20 *mm* beträgt, derart in E ein, dass sie mit der verlängert gedachten Sehlinie von C und F zusammenfallen. Das gesammte Erwärmungsbad ist an seinem Trägerarm t (Fig. 5) gut isolirt befestigt. Mit diesem Träger kann das Bad an dem mit Geradführung versehenen zylindrischen Stab p verstellt werden, wobei die auf ihrer Stirnseite gerieften Knöpfe q zum Anfassen und die Schraube r zum Festklemmen dienen. Der die gesammte Einrichtung des Erwärmungsbades tragende Arm lässt sich um eine zentrale Achse so weit drehen, dass man auch mit freiem Auge in die Oeffnungen des Bades zu blicken und so die Flüssigkeit im Prisma direkt zu beobachten vermag. Beide für das Bad erforderlichen Stellungen sind durch Anschläge gekennzeichnet.

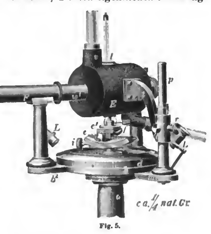


Fig. 5.

Die *Erwärmung des Bades* erfolgt durch siedende Flüssigkeiten. Diese befinden sich in dem etwa 100 *ccm* haltenden Glaskolben G, der mittels eines durchbohrten Korkes auf einen konischen, mit grobem Gewinde versehenen Zapfen u des Zubezw. Ausflussrohres u^1 (Fig. 1) geschraubt ist. Um das Sieden der Flüssigkeit zu erleichtern, kann man nöthigenfalls in den Kolben einige Platinstückchen bringen.

Der röhrenartige Fortsatz v des Bades E dient zur Aufnahme einer *Kondensationsröhre* (Glasrohr von etwa 1,5 *m* Länge und 10 bis 15 *mm* Weite) für die Siedeflüssigkeit. Damit auch alle kondensirte Flüssigkeit aus E gut in den Kolben wieder zurückzufliessen vermag, ist E nach der Kolbenseite zu schwach konisch gehalten.

[1]) Vgl. Landolt und Börnstein, Phys. chem. Tabellen. Berlin 1894.

[2]) Da für gewöhnlich bei der Untersuchung flüssiger organischer Verbindungen keine höhere Temperatur als 140° erforderlich ist, sind die einzelnen Theile des Bades durch Löthung mit Zinn zusammengefügt. Soll das Bad auch zur Untersuchung fester Körper bei höheren Temperaturen Verwendung finden, so muss die Löthung mit Silber geschehen.

Ausserdem befindet sich in dem der Zu- und Abflussröhre u^1 gegenüber liegenden Fuss des Statives eine Stellschraube, mit der man erforderlichen Falles das ganze Instrument zur besseren Entleerung des Bades um die beiden anderen Füsse neigen kann.

Der dichte Abschluss der verschiedenen Oeffnungen des Bades wird wie folgt erzielt. Das eigentliche Luftbad l wird oben und unten durch runde Glimmer- oder besser Asbestscheiben verschlossen, deren zentrale Löcher gerade so gross sind, dass der Stiel und die obere Röhre des Prismas hindurchgehen. Die untere Asbestscheibe wird durch drei schwache, auf dem Schutzteller des Justirapparates befestigte Federn gegen den vorstehenden Rand des Luftbades gedrückt. Um die Durchblicksöffnungen der Objektive verschliessen zu können, sind über die Fernrohre C und F die leicht beweglichen Hülsen w und w^1 gesteckt, die man nur an die mit Plüsch bekleidete Wandung des Bades heranzuschieben hat. Zum Schutz gegen Wärmeausstrahlung ist das ganze Bad mit einer dicken Plüschlage umkleidet.

Zur *Messung der Temperaturen* wird dem Instrument, wenn dasselbe speziell als Flüssigkeitsrefraktometer benutzt werden soll, eine Kollektion von vier Thermometern beigegeben, für die Temperaturintervalle — 5° bis + 40°, + 35° bis 80°, + 75° bis 110°, 105° bis 145°. Diese Eintheilung der Thermometer entspricht den für gewöhnlich zu benutzenden Siedeflüssigkeiten nämlich: Aethyläther (Siedepunkt etwa 35°), Schwefelkohlenstoff (46° bis 47°), (Benzol 80° bis 81°), Toluol (109° bis 112°), Xylol (137° bis 141°).

Das Gefäss und die Kapillare der Thermometer ist thunlichst klein, um das Thermometer möglichst empfindlich zu machen. Die Schätzung der Zehntelgrade ist mit voller Sicherheit möglich.

Hinsichtlich der im Luftbad bezw. im Hohlprisma erreichbaren Temperatur sei erwähnt, dass z. B. bei Versuchen des Verf. unter Benutzung von Xylol, dessen Siedetemperatur genau 140° betrug, ohne sonderliche Vorsichtsmaassregeln die Temperatur der Flüssigkeit im Prisma auf 137,5°, bei der Benutzung von Wasser auf 98,8° anstieg und sich hier dann absolut konstant erhielt. Umgiebt man das ganze Bad noch mit Watte, sodass der äusseren kälteren Luft jeglicher Zutritt zum Bad versperrt ist, so gelingt es, die Temperatur der Flüssigkeit im Prisma unter sonst gleichen Verhältnissen noch etwas höher zu bringen.

Einrichtung des Apparates zur Untersuchung fester Körper. Zur Bestimmung der Brechungsindizes fester Körper bei höheren Temperaturen (bis zu 400° C.) in einem hart gelötheten Erhitzungsbad[1]) können als Siedeflüssigkeiten Verwendung finden[2]): Putzöl (120° bis 170°), Photogen (170° bis 245°), Solaröl (245° bis 310°), Schmieröl (310° bis 350°), weiches Paraffin (350° bis 390°), hartes Paraffin (390° bis 430°).

Zur Messung dieser hohen Temperaturen werden dem Instrument je nach Wunsch ein oder mehrere geeignete Thermometer beigegeben.

Handelt es sich um die *Bestimmung der Hauptbrechungsindizes doppeltbrechender Krystalle*[3]), so muss das Okular des Beobachtungsfernrohres noch mit einem Nicol'schen Prisma versehen werden, welches leicht vor der Augenlinse des Okulares gedreht werden kann.

[1]) Ein derartiges Erhitzungsbad lässt sich auch ohne Schwierigkeiten bei Apparaten zur Messung der optischen Achsen bei konstanten Temperaturen zweckmässig verwenden.

[2]) Vgl. auch Landolt und Börnstein, Phys. chem. Tabellen. Berlin 1894.

[3]) Ueber die Messung der Hauptbrechungsindizes doppeltbrechender Krystalle bei hohen Temperaturen siehe u. A. die Arbeiten von A. Offret, *Bull. de la soc. franç. de min.* **13.** *1890.* Offret hat dort über Messungen an folgenden Krystallen berichtet: Beryll, Phenakit, Kalkspath, Aragonit, Baryt, Topas, Cordierit, Sanidin, Oligoklas.

In Betreff der Maximalgrösse der bei dem vorbeschriebenen Erhitzungsbad noch anwendbaren *Prismen* sei erwähnt, dass die brechenden Flächen derselben etwa 15×15 *mm* betragen können.

Methode der Messung. Da für die Bestimmung der Brechungsindizes bei hohen Temperaturen nach der gebräuchlichen Methode aus dem Minimum der Ablenkung grosse technische Schwierigkeiten in der Herstellung einer geeigneten Erhitzungseinrichtung, welche die Temperaturen konstant zu halten vermag, unvermeidlich wären, hat Eykman von der Anwendung dieser Methode abgesehen und dem Fernrohr die durch Fig. 1 veranschaulichte feste Stellung mit einem Abweichungswinkel von 40° gegeben. Dadurch ist es zunächst möglich geworden, den Erhitzungsapparat mit nur sehr engen Durchblicksröhren zu versehen, und man vermeidet auch ferner bei dieser Anordnung die bei der Methode des Minimums der Ablenkung erforderliche Ablesung der Nullpunktsstellung des Fernrohres. Die Formel zur Berechnung der Indizes wird allerdings bei der neuen Methode etwas komplizirter als im anderen Falle.

Der gewählte Abweichungswinkel von 40° ist für eine Substanz von dem Brechungsindex 1,6732 (ungefähr der Maximalwerth organischer Körper) berechnet, wobei ein Prisma von 50° erforderlich ist, um ein Minimum der Ablenkung von 40° zu erhalten. Obgleich man mit einem Prisma von 50° auch alle Substanzen bis zu denen mit kleinstem Brechungsvermögen messen kann, empfiehlt Eykman doch, für die schwächer brechenden Substanzen (etwa bis zu 1,5) sich eines Prismas von grösserem brechenden Winkel (etwa 60°) zu bedienen.

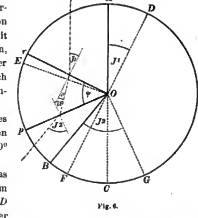


Fig. 6.

Es seien (Fig. 6) $p\,O\,r$ die Stellung des Prismas und DF und OG die Normalen zu den Flächen rO und pO, also $\measuredangle\, AOB = 180^0 - 40^0 = 140^0$, folglich $\measuredangle\, BOE = \measuredangle\, EOA = 70^0$.

Indem man das Prisma dreht, sodass das aus der Fläche $r\,O$ reflektirte Bild mit dem Fadenkreuz des Okulars koïnzidirt, wird OD auf EO fallen. Misst man die Differenz dieser beiden Stellungen, so ergiebt sich der Werth des $\measuredangle\, EOD$ und indem man $\measuredangle\, EOA = 70^0$ abzieht, findet man einen der beiden Einfallswinkel:

$\measuredangle\, AOD = \measuredangle\, FOC = J_1$, während der andere $J_2 = \measuredangle\, BOG = \measuredangle\, BOC + \measuredangle\, FOG - \measuredangle\, FOC = 40^0 + \varphi - J_1$ ist.

Es ist nun $n = \frac{\sin J_1}{\sin i_1}$; i_1 erhalten wir aus der durch Ableitung[1]) gefundenen Formel

$$\operatorname{tang} i_1 = \frac{\sin\varphi}{\frac{\sin J_2}{\sin J_1} + \cos\varphi} = \frac{\sin\varphi}{\frac{\sin(40^0 + \varphi - J_1)}{\sin J_1} + \cos\varphi}.$$

Daraus folgt, dass man zur Ermittelung des Einfalls- und Brechungswinkels, um daraus den Brechungsindex zu berechnen, nur den brechenden Winkel φ des Prismas und einen der Einfallswinkel J zu wissen braucht, d. h. zwei Messungen für φ und eine für J vorzunehmen hat.

[1]) J. F. Eykman, *a. a. O.* **13.** *S. 16. 1894.*

Anstatt das Prisma in dem durch die Fig. 6 veranschaulichten Sinne zu drehen, kann dasselbe auch entgegengesetzt (im Uhrzeiger-Sinne) gedreht werden, und man findet dann eine andere Lage, in der das Lichtbild des Kollimators in das Fernrohr eintritt. Es ist dies jene Lage, wo wir anstatt i_1 und J_1, i_2 und J_2 erhalten. Es ist zu empfehlen, die Messung des Winkels J_2 in der zweiten Stellung bei allen genaueren Messungen zur Kontrole auszuführen.

Das Spektrum oder Spaltbild, welches man in der ersten Stellung des Prismas beobachtet, bildet, da die Strahlen unter viel grösserem Winkel als im zweiten Fall aus dem Prisma austreten, ein viel länger gezogenes Band als in der zweiten Stellung. In dem Maasse wie der Brechungsindex des Prismas oder der Substanz in dem Prisma zunimmt, differiren die beiden Stellungen weniger von der Minimumablenkung und die beiden Spektralbilder fallen zusammen, wenn die Substanz einen Brechungsindex besitzt, der mit dem Minimum der Ablenkung von 40° übereinstimmt und wofür, wie bereits erwähnt, $n = 1{,}6732$ für ein Prisma von 50° beträgt.

Nachfolgend ein Beispiel einer mit *Na*-Licht ausgeführten Messung:

	a	φ
1. Stellung	350° 01′	86° 15′ + 180°
2. „	302° 30′	206° 16′
		$\varphi = 59°\,59'$

Die Subtraktion der Werthe von φ von denen von a liefert den $\measuredangle\, DOE = 70° + J$.

1.	2.
86° 15′ + 360°	302° 30′
350° 01′	206° 16′
96° 14′	96° 14′

Indem man also 70° abzieht, hat man in den beiden Stellungen die identischen Werthe für J (Einfallswinkel), im vorliegenden Falle also 26° 14′.

Mit Hülfe der vorgenannten Formel erhält man alsdann den Brechungsindex $n_D = 1{,}43398$[1]).

Im Folgenden mögen die Resultate einiger mit dem vorbeschriebenen Modell ausgeführten Messungen mitgetheilt werden.

Baryumquecksilberjodidlösung, spez. Gew. 3,4
aus der chem. Fabrik von C. A. F. Kahlbaum in Berlin.

Benutzte Siedeflüssigkeit	Temperatur	Lichtart H_α (C)	Lichtart *Na* (D)	Lichtart H_β (F)	Mittlere Dispersion C – F
—	20°	1,73570	1,75160	1,80050	0,06490
Aethyläther (Siedetemperatur etwa 35°)	34,2°	1,72874	1,74435	1,79270	0,06396
Benzol (Siedetemperatur etwa 80°)	78,8°	1,71196	1,72761	—	
Wasser	98,8°	1,70679	1,72247	—	

Abnahme des Brechungsexponenten für eine Temperaturerhöhung von 1° C.

Temperatur-Intervall	Lichtart H_α (C)	Lichtart *Na* (D)	Lichtart H_β (F)
20° bis 34,2°	0,000 489	0,000 515	0,000 549
34,2° bis 78,8°	0,000 375	0,000 375	
78,8° bis 98,8°	0,000 258	0,000 257	

[1]) In der in der Anmerkung auf *S. 68* erwähnten Schrift des Verf. ist eine *Tabelle zur direkten*

Infolge der starken Absorption, die die brechbareren Strahlen durch die Baryumquecksilberjodidlösung erfahren, lassen sich Messungen für die Wasserstofflinie γ oder für die Fraunhofer'sche Linie G' nicht mehr ausführen. Mit zunehmender Temperatur steigert sich sogar die Absorption so sehr, dass bei Temperaturen über etwa 55° auch die Wasserstofflinie β (Fraunhofer'sche Linie F) zu verschwinden beginnt und daher auch für diese keine oder nur unzuverlässige Bestimmungen gemacht werden können.

Methylenjodid, spez. Gew. 3,334
aus der chem. Fabrik von C. A. F. Kahlbaum in Berlin.

Benutzte Siedeflüssigkeit	Temperatur	Lichtart			Mittlere Dispersion
		H_α (C)	D (Na)	H_β (F)	C — F
—	21°	1,73136	1,74129	1,76849	0,03713
Aethyläther	36°	1,72169	1,73155	1,75849	0,03680
Benzol	77,4°	1,69316	1,70306	1,72855	0,03722
Wasser	98,7°	1,67998	1,68911	1,71439	0,03441

Abnahme des Brechungsexponenten für eine Temperaturerhöhung von 1° C.

Temperatur-Intervall	Lichtart		
	H_α (C)	D (Na)	H_β (F)
21° bis 36°	0,000 644	0,000 643	0,000 666
36° bis 77,4°	0,000 687	0,000 685	0,000 723
77,4° bis 98,7°	0,000 609	0,000 640	0,000 660

α-Bromnaphtalin
aus der chem. Fabrik von C. A. F. Kahlbaum in Berlin.

Benutzte Siedeflüssigkeit	Temperatur	Lichtart				Mittlere Dispersion
		H_α (C)	Na (D)	H_β (F)	H_γ (G')	C — F
—	23°	1,64798	1,65667	1,68030	1,70215	0,03232
Aethyläther[1])	36°	1,64202	1,65059	1,67407	1,69582	0,03205
Benzol	77°	1,62319	1,63169	1,65420	1,67537	0,03101
Wasser	98,8°	1,61361	1,62200	1,64421	1,66622	0,03060

Abnahme des Brechungsexponenten für eine Temperaturerhöhung von 1° C.

Temperatur-Intervall	Lichtart			
	H_α (C)	Na (D)	H_β (F)	H_γ (G')
23° bis 36°	0,000 458	0,000 468	0,000 480	0,000 487
36° bis 77°	0,000 459	0,000 461	0,000 509	0,000 499
77° bis 98,8°	0,000 436	0,000 441	0,000 455	0,000 412

Ermittelung der Brechungsindizes aus den Theilkreisablesungen gegeben. Die Tabelle berücksichtigt dabei eine grössere Anzahl von Prismenwinkeln.

[1]) Diese beim Kochen mit genannter Siedeflüssigkeit, deren Siedetemperatur bei etwa 35° liegt, erhaltene höhere Temperatur dürfte ihre Ursache in Verunreinigungen des benutzten Aethyläthers gehabt haben.

Grosses Modell.

Der Durchmesser des verdeckten von 10′ zu 10′ getheilten Kreises beträgt etwa 170 *mm*. Die Ablesung erfolgt durch zwei Skalenmikroskope, wie solche auch bei den Spektrometern Anwendung finden. Durch direkte Ablesung erhält man 1 Minute, während der zehnte Theil, also 6″, noch mit Sicherheit zu schätzen ist. Das hinter dem Erhitzungsapparat befindliche Mikroskop, welches für gewöhnlich nicht benutzt wird, sondern mehr zur Kontrole einer etwaigen Exzentrizität des Kreises und zur Prüfung der Theilung dient, ist leicht abnehmbar. Um dasselbe aber nach dem Ansetzen wieder bequem dem ersteren Mikroskop genau gegenüber (180°) stellen zu können, besitzt der Trägerarm dieses Mikroskopes zwei Justirschrauben.

Für die Ausführung feinerer *Dispersionsbestimmungen* besitzt die Feinstellschraube des Theilkreises eine grosse getheilte Trommel, deren Intervalle direkt 3″ anzeigen. Eine volle Schraubenumdrehung entspricht einem Intervall der Kreistheilung, also 10′. Zur Ablesung der ganzen Schraubenumdrehungen dient eine kurze Längsskale. Entsprechend der Feinheit der Ablesungen bei diesem Instrument besitzen die Fernrohre stärkere Vergrösserung als die des kleineren Modelles.

Der *Träger des Erhitzungsbades*, welcher wie bei dem vorbeschriebenen Modell innerhalb der erforderlichen geringen Grenzen um die zentrale Achse gedreht werden kann, besitzt an Stelle der freihändigen vertikalen Verschiebung eine Zahn- und Triebbewegung, mit Hülfe derer man das Bad bei dem Auswechseln des Prismas in bequemer Weise heben und senken kann.

Die sonstigen Einrichtungen dieses Modelles sind analog denen des vorbeschriebenen, nur sind die einzelnen Theile den Verhältnissen entsprechend grösser und kräftiger gehalten.

Die Farbenkorrektion des Fraunhofer'schen Heliometer-Objektivs in Königsberg.

Von
Dr. **Hugo Krüss** in Hamburg.

Durch die von S. v. Merz kürzlich erfolgten Mittheilungen über das Fraunhofer-Objektiv[1]) ist nunmehr, 75 Jahre nach Herstellung des Heliometer-Objektivs für die Königsberger Sternwarte, volles Licht über die Konstruktion desselben geschaffen, während bisher die mancherlei Erörterungen über das Prinzip, welches Fraunhofer bei Herstellung seiner Objektive benutzte, auf die dürftigen Angaben angewiesen waren, welche Bessel damals von Utzschneider erhalten hatte. So war man in Bezug auf eine Reihe von Punkten auf mehr oder minder willkürliche Annahmen angewiesen.

Wenn nun auch heute die konstruktive Optik durch Einführung neuer Glasarten mit neuen Eigenschaften über Fraunhofer's Methoden hinausgewachsen ist, so verbleibt den jetzigen Mittheilungen von S. v. Merz doch ein hohes historisches Interesse und Mancher, welcher sich seither mit dem Fraunhofer'schen Objektiv theoretisch beschäftigt hat, wird nachsehen, wie weit die von ihm gemachten Angaben zutreffend gewesen sind.

[1]) *Sitzungsber. d. Münch. Akad. 1898. S. 75;* Referat in *dieser Zeitschr.* **18.** *S. 288. 1898.*

In einer Untersuchung über die Farbenabweichung der Fernrohrobjektive von Gauss und Fraunhofer[1]) habe ich auch das Fraunhofer'sche Heliometer-Objektiv in Königsberg mit betrachtet und in Ermangelung von Einzelangaben über die Eigenschaften der dazu verwendeten Glasarten aus den durch Bessel bekannt gewordenen Zahlen für die Brechungsverhältnisse eines mittleren Strahles und das Zerstreuungsverhältniss die Brechungsverhältnisse für die verschiedenen Stellen des Spektrums künstlich konstruirt.

Nunmehr giebt S. v. Merz die Brechungsverhältnisse der für jenes Objektiv benutzten Glasarten — Flintglas Nr. 43 und Crownglas Nr. 32 — ausführlich an und ich sehe, dass meine Annahmen über diese Zahlen falsche gewesen sind, und zwar in Folge der Unrichtigkeit der von mir gemachten Voraussetzungen für die Lage des sogenannten mittleren Strahles und die Art der Berechnung des Zerstrenungsverhältnisses.

Ich setzte nämlich in Uebereinstimmung mit Seidel und Steinheil, Hansen, Scheibner u. A. voraus, dass der mittlere Brechungsexponent Fraunhofer's der hellsten Stelle des Spektrums entspreche; als hellste Stelle bezeichnet Fraunhofer selbst[2]) den Ort im Spektrum, welcher ungefähr $^1/_3$ oder $^1/_4$ der Länge DE von D nach E zu liege. Deshalb nahm ich für diese Stelle $D\,30\,E$ an.

Nach den jetzt gewordenen Aufschlüssen entnahm aber Fraunhofer den mittleren Brechungsindex aus der Formel

$$n = \frac{n_C + n_D + n_E + n_F}{4}.$$

Das ergiebt für das benutzte Flint Nr. 43 als Stelle im Spektrum $D\,53{,}8\,E$, für das Crownglas Nr. 32 dagegen $D\,52{,}6\,E$, also im Mittel etwa $D\,53\,E$. In Folge dessen mussten meine hypothetischen Glasarten Flint K und Crown K, bei denen die von Bessel mitgetheilten Zahlen für das mittlere Brechungsverhältniss als für $D\,30\,E$ geltend angenommen waren, durchweg ein zu hohes Brechungsverhältniss erhalten.

Was das Zerstreuungsverhältniss anbetrifft, so hatte ich angenommen, dass die von Bessel dafür angegebene Zahl (2,025) gewonnen worden sei nach dem von Fraunhofer selbst angegebenen Prinzip[3]), dass bei einem Objektiv die Abweichungen der hellen Strahlen mehr schaden als diejenigen der weniger hellen, und dass man deshalb das Zerstrenungsverhältniss nicht einfach als Mittel aus den verschiedenen partiellen Zerstreuungsverhältnissen, sondern unter Berücksichtigung der den betreffenden Theilen des Spektrums zukommenden Helligkeiten berechnen muss. Ich fühlte mich dazu umsomehr veranlasst, als Seidel und Steinheil zeigten, dass bei richtiger Auffassung dieser Vorschrift das zu errechnende Resultat genau mit dem von Fraunhofer empirisch festgestellten Werthe des Zerstreuungsverhältnisses übereinstimme.

Nach der jetzt gewonnenen Erkenntniss ist Fraunhofer bei der Konstruktion des Heliometer-Objektives aber nicht so verfahren, sondern er hat zur Bildung des Zerstrenungsverhältnisses zwischen den beiden Glasarten einfach das Verhältniss der Dispersion zwischen den beiden Linien C und F benutzt, also gesetzt

$$\frac{dn'}{dn} = \frac{n'_F - n'_C}{n_F - n_C}.$$

Bildet man diesen Werth für meine beiden hypothetischen Glasarten Flint K und Crown K, so erhält man 2,004, also einen zu niedrigen Werth.

[1]) *Diese Zeitschr. 8. S. 7. 1888.*
[2]) Gesammelte Schriften *S. 20.*
[3]) Gesammelte Schriften *S. 21.*

Da nun die in meiner damaligen Untersuchung aus den nicht zutreffenden Annahmen über die Glasarten gefolgerten Grössenangaben über die Farbenkorrektion des Heliometer-Objektivs als nicht mehr richtig erscheinen, so habe ich mit den von v. Merz mitgetheilten Brechungsexponenten dieses Objektiv nochmals durchgerechnet.

Der Vollständigkeit halber führe ich die richtigen Brechungsverhältnisse hier auf; sie sind

	Crown Nr. 32	Flint Nr. 43
	n	n'
B	1,523 746	1,628 463
C	1,524 738	1,630 307
D	1,527 357	1,635 451
(M)	(1,529 130)	(1,639 121)
E	1,530 726	1,642 271
F	1,533 699	1,648 455
G	1,539 271	1,660 623
H	1,543 985	1,671 168.

Mit diesen Brechungsverhältnissen ergaben sich folgende Vereinigungs- und Brennweiten für die verschiedenfarbigen Strahlen

	B	C	D	(M)	E
p	1128,166	1127,764	1127,436	(1127,712)	1127,554
P	1131,921	1131,518	1131,183	(1131,454)	1131,287

	F	G	H
p	1128,097	1130,654	1133,498
P	1131,829	1134,374	1137,205.

Es zeigt sich hier, dass der sogenannte mittlere Strahl M nicht in Uebereinstimmung mit den benachbarten ist. Der Grund dafür ist darin gegeben, dass die für den Strahl M von Fraunhofer dem Crown- und Flintglas zugetheilten Brechungsexponenten in Folge der Art ihrer Berechnung nicht derselben Stelle des Spektrums entsprechen, wie oben schon gezeigt worden ist. Für das Flintglas ist ein etwas stärker brechbarer Strahl von Fraunhofer angenommen worden als für das Crownglas. Die negative Flintglaslinse bricht also etwas zu stark, sodass für den Strahl M, für welchen Fraunhofer bekanntlich den Kugelgestaltfehler hob, die Vereinigungs- und die Brennweite zu gross werden.

Durch graphische Interpolation ergiebt sich für M die Vereinigungsweite von etwa 1127,46. Nehmen wir diese Zahl an bei Feststellung der Abweichungen in den Vereinigungsweiten der verschiedenfarbigen Strahlen von derjenigen eines etwa in der Mitte zwischen D und E liegenden mittleren Strahles M', so erhält man

	dp	
B	+ 0,70	(+ 0,96)
C	+ 0,30	(+ 0,72)
D	− 0,02	(+ 0,09)
M	± 0,00	(± 0,00)
E	+ 0,09	(+ 0,04)
F	+ 0,64	(+ 0,54)
G	+ 3,19	(+ 2,61)
H	+ 6,03	(+ 5,55).

Diese Abweichungen stimmen, was den Gang der Kurve betrifft, wenn man die Unsicherheit über den Strahl M mit berücksichtigt, gut mit den von mir damals errechneten Abweichungen überein. Zum Vergleich habe ich die früheren Zahlen in Klammern daneben gesetzt. Die Kurve erscheint im Ganzen etwas seitlich verschoben.

Ich hatte damals meine Resultate über das Königsberger Objektiv mit Zahlen über einige andere Fraunhofer'sche Objektive zusammengestellt. Es waren dieses ein von J. A. Fr. Arnold untersuchtes Objektiv[1]), dessen Untersuchungen Merz jetzt als besonders klassische bezeichnet, ein von G. Lorenzoni berechnetes Fraunhofer'sches Objektiv[2]) und das von H. C. Vogel untersuchte Objektiv[3]), welches nach einem Brief Bessel's an Encke[4]) wahrscheinlich noch von Fraunhofer selbst herstammt. Der Vollständigkeit halber gebe ich hier diese Zusammenstellung nochmals nach Einsetzung der nunmehr erhaltenen Werthe über das Fraunhofer'sche Objektiv unter Reduzirung der Fehler auf eine Brennweite von 1000 für alle vier Objektive.

	Königsberg	Arnold	Lorenzoni	H. C. Vogel
B	+ 0,62		+ 0,64	+ 0,39
C	+ 0,27	+ 0,34	+ 0,52	+ 0,28
D	− 0,02	+ 0,02	+ 0,02	− 0,07
M	0	0	0	0
E	+ 0,08	+ 0,03	+ 0,15	—
b	—	—	+ 0,25	+ 0,30
F	+ 0,57	+ 0,11	+ 0,72	+ 0,58
f	—	—	+ 2,14	—
(H_γ)	—	—	+ 2,71	+ 1,50
G	+ 2,85	+ 2,06	+ 2,89	—
h	—	—	+ 4,52	+ 2,54
H	+ 5,37	—	+ 5,82	+ 4,20.

Die Uebereinstimmung zwischen diesen vier Objektiven Fraunhofer's ist eine bemerkenswerthe.

Bemerkung zu der Abhandlung des Hrn. Dr. C. Pulfrich „Ueber die Anwendbarkeit der Methode der Totalreflexion auf kleine und mangelhafte Krystallflächen".

Von

C. Leiss in Steglitz.

In *dieser Zeitschr.* ***19.*** *S. 4. 1899* theilt Hr. Dr. Pulfrich mit, dass es hauptsächlich in Folge der Anwendung zu stark vergrössernder Fernrohre bisher nicht möglich gewesen sei, an kleinen und mangelhaften Krystallflächen die Erscheinungen der Totalreflexion zu beobachten und diese somit der Messung zugänglich zu machen. Wenn Hr. Dr. Pulfrich erwähnt, dass es *ihm* nun durch Anwendung eines bildverkleinernden Fernrohres, das ausserdem mit einer besonderen Blendeinrichtung in der Austrittspupille des Okulares versehen ist, gelungen sei, „diesen Missstand zu beseitigen", so möchte ich mir gestatten, darauf aufmerksam zu machen, dass das beschriebene verkleinernde Fernrohr keineswegs als eine von Hrn. Dr. Pulfrich ausgehende Neuerung betrachtet werden kann. So bediente sich M. Websky (vgl. *Zeitschr. f. Krystallogr. u. Miner.* ***4.*** *S. 545. 1880*) bereits vor nahezu zwanzig Jahren bei dem nach seinen Angaben von R. Fuess verfertigten Goniometer zur Messung licht-

[1]) Ueber die Theorie der achromatischen Objektive, besonders des Fraunhofer'schen. Quedlinburg-Leipzig 1833.

[2]) *Astron. Nachrichten* ***98.*** *S. 389. 1871.*

[3]) *Berl. Monatsber. 1880. S. 433; Carl's Repertorium 1881. S. 1.*

[4]) Bessel's Abhandlungen ***3.***

schwacher und kleiner Krystallflächen eines bildverkleinernden Fernrohres. *S. 550* der angegebenen Abhandlung sagt Websky in Betreff dieses verkleinernden Fernrohres wörtlich: „Die Kombination lässt im dunklen Raume und bei guter Abblendung die Reflexe der *allerkleinsten, nur noch mit der Lupe bemerkbaren Flächen erkennen,* jedoch nur dann, wenn sie sehr wenig exzentrisch liegen."

Dieses verkleinernde Fernrohr, bei dem sich übrigens seit seiner Einführung in der Austrittspupille des Okulares eine mit zwei verschieden grossen Oeffnungen versehene Blendeinrichtung vorfindet, bildet denn auch seit genannter Zeit ein ständiges Attribut der weit verbreiteten Goniometer, und dieses Fernrohr wurde später fast allgemein auch in Verbindung mit dem Liebisch-Fuess'schen Totalreflektometer, das gleichfalls ein Attribut der Fuess'schen Goniometer bildet, angewandt. Auf die besondere Wichtigkeit dieses vielfach benutzten Fernrohres ist indess erst in den letzteren Jahren häufiger aufmerksam gemacht worden. Ich verweise hier z. B. auf die im Jahre 1896 — also bereits ein Jahr vor der von Hrn. Dr. Pulfrich auf der Naturforscherversammlung gemachten ersten Mittheilung — erschienene Arbeit von A. J. Moses und E. Weinschenk, Ueber eine einfache Vorrichtung zur Messung der Brechungsexponenten kleiner Krystalle mittels Totalreflexion, *a. a. O. 26. S. 150. 1896.* Auf *S. 153* steht wörtlich: „4. Die zu untersuchenden Flächen dürfen eine sehr geringe Ausdehnung besitzen, ohne dass deshalb die Genauigkeit der Messung leidet, da man, zumal mit dem verkleinernden Fernrohr, welches den Fuess'schen Goniometern beigegeben ist, noch *sehr lichtschwache Grenzen beobachtet* und *alle störenden Nebenreflexe vermieden* werden können". Am Schlusse ihres Aufsatzes geben Moses und Weinschenk dann auch als Beispiel das Resultat einer Messung, die sie an einem $^1/_2$ *mm* breiten Kryställchen angestellt und mit Genauigkeit ausgeführt haben.

Schliesslich wurde auch in letzter Zeit ohne Kenntniss der Pulfrich'schen Konstruktion bei der Beschreibung von Totalreflexionsapparaten auf die Wichtigkeit verkleinernder Fernrohre bei derartigen Instrumenten deutlich hingewiesen. Zum Beweis hierfür erwähne ich folgende Veröffentlichungen:

1. C. Klein, Die Anwendung der Methode der Totalreflexion in der Petrographie, *Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1898.* Auf *S. 323* heisst es: „Man hat verschiedene Okulare, so mit 3-facher Vergrösserung, mit keiner Vergrösserung und mit 2-facher Verkleinerung". Auf *S. 326* steht: „Dem Fernrohr können 2-malige Vergrösserung, keine Vergrösserung und $1^1/_2$-fache Verkleinerung durch Aenderung beigegeben werden. Letztgenannte Abhandlung von C. Klein zitirt allerdings Hr. Dr. Pulfrich, jedoch ohne einen Hinweis auf das Vorhandensein verkleinernder Fernrohre bei den beschriebenen Apparaten.

2. C. Leiss, *Neues Jahrb. f. Mineral. 1898. S. 67.* Auf *S. 67* heisst es hier: „Objektiv O und Korrektionslinse wurden nicht zu einer einzigen Linse vereinigt, weil dadurch die Brennweite des Objektives eine beträchtlich längere geworden wäre, und somit das Fernrohr nicht so leicht[1]) zu einem *bildverkleinernden* hätte eingerichtet werden können, *wie dies für ein Instrument zur Bestimmung der Brechungsindizes von Mineralien erforderlich ist.*"

3. C. Leiss[2]), *Zeitschr. f. Krystallogr. u. Miner. 30. S. 368. 1898. S. 368* steht: Das auf Unendlich akkommodirte *Fernrohr wirkt verkleinernd.*

[1]) bei beschriebener Konstruktion.

[2]) Anderer Arbeiten wegen erfolgte die Beschreibung dieses zuerst im Jahre 1897 für das Mineralogische Institut zu Berlin (Geh.-Rath Prof. Dr. C. Klein) ausgeführten Apparates erst im vorigen Jahre.

Zum Schlusse möchte ich auch noch erwähnen, dass eine dem gleichen Zweck wie das in der Pulfrich'schen Abhandlung beschriebene Objektiv O_3 dieneude und zweifellos vollkommenere Einrichtung auch bereits an dem in den *Sitzungsber. a. a. O. S. 325* von C. Klein beschriebenen nenen Totalreflektometer vorhanden ist. Denn diese Einrichtnng gestattet, den Krystall ganz wie bei den modernen Polarisationsmikroskopen im *durchfallenden*, *gewöhnlichen* und *polarisirten* Lichte zu betrachten nnd messend zu verfolgen, während bei der Pulfrich'schen Einrichtnng dies nicht der Fall ist.

Erwiderung auf die vorstehende Bemerkung.

Von
Dr. C. Pulfrich in Jena.

In den vorstehenden Bemerknngen giebt Hr. Leiss eine, wie ich glaube, vollständige Zusammenstellung von Arbeiten, welche vor dem Erscheinen meines Aufsatzes veröffentlicht wurden nnd in denen bereits auf die Verwendnng des bildverkleinernden Fernrohres für krystallgoniometrische und krystallrefraktometrische Untersuchungen aufmerksam gemacht worden ist. Er glaubt damit den Beweis erbracht zu haben, dass das von mir beschriebene bildverkleinernde Fernrohr gar nicht von mir herrühre.

Demgegenüber erkläre ich hiermit, dass die sämmtlichen von Hrn. C. Leiss angeführten Arbeiten mir *in keiner Weise* Veranlassung zu der Anwendung des bildverkleinernden Fernrohres gegeben haben und werde dies im Folgenden näher begründen.

Der Gedankengang, anf dem ich zu dem verkleinernden Fernrohr gelangt bin, ist aus meiner Arbeit klar ersichtlich: Znerst Anwendung der Blendenvorrichtung in der Ebene des vor dem Oknlar liegenden Krystallbildes (Czapski), alsdann Vergrösserung des Krystallbildes zum Zwecke einer beqnemeren Abblendnng durch Verminderung der Fernrohrvergrösserung und endlich Anwendung eines Fernrohres, dessen Vergrösserungsziffer kleiner ist als eins (bildverkleinerndes Fernrohr).

Wie ich bereits in meinem Aufsatz erwähnt habe, ist das erste mit dem neuen Fernrohr ausgerüstete Instrument bereits im Jahre 1895 zur Ausführung gelangt. Dass damals schon die Firma R. Fuess ein nach den Angaben von Websky konstruirtes bildverkleinerndes Fernrohr verfertigte, war mir nnd Anderen, ebenso wie die „fast allgemeine" Anwendung dieses Fernrohres in Verbindung mit dem Fuess-Liebisch'schen Totalreflektometer völlig unbekannt. Auch die Hrn. Moses und Weinschenk heben in dem von Hrn. Leiss zitirten Aufsatz *S. 150* ausdrücklich als einen Nachtheil der bisherigen Apparate hervor, dass man mit denselben nur sehr grosse nnd vollkommen spiegelnde Flächen untersuchen könne. Ich habe von dem Vorhandensein des bildverkleinernden Fernrohrs an dem Fuess'chen Goniometer erst durch die vorgenannte Arbeit Kenntniss erhalten. Uebrigens sagt Hr. Leiss ja selbst, dass auf die Wichtigkeit dieses Fernrohres erst in den letzten Jahren durch die Hrn. Moses und Weinschenk, Klein und ihn selbst aufmerksam gemacht worden sei.

Dass die Arbeit der Herren Moses und Weinschenk für mich keinen Anlass zur Anwendnng des Fernrohres gegeben hat, beweist einfach der Umstand, dass Hr. Dr. Weinschenk *bereits vor der Veröffentlichung seines Aufsatzes* mit einem von Seiten der Firma C. Zeiss dem Mineralogischen Museum in München anf Wunsch des

Hrn. Prof. Groth zur Verfügung gestellten und *mit der neuen Fernrohreinrichtung versehenen* Abbe'schen Krystallrefraktometer gearbeitet und über dessen Handhabung mehrere Briefe, ebenfalls vor der Veröffentlichung seines Aufsatzes, mit mir gewechselt hat.

Ebensowenig ist die Arbeit des Hrn. Prof. C. Klein für mich vorbildlich gewesen, denn ich habe, veranlasst durch eine geschäftliche Korrespondenz, Hrn. Klein am 21. Mai vorigen Jahres, *also ebenfalls vor der Veröffentlichung seines Aufsatzes*, von der Neueinrichtung des Krystallrefraktometers brieflich Mittheilung gemacht. Dieser meiner Mittheilung thut Hr. Klein selbst in verschiedenen Fussnoten Erwähnung.

Auf die beiden späteren Arbeiten des Hrn. Leiss brauche ich hiernach wohl nicht näher einzugehen.

Im Uebrigen möchte ich nicht unterlassen, ausdrücklich hervorzuheben, dass ich nicht ausschliesslich und nicht einmal, wie Hr. Leiss sagt, hauptsächlich der Anwendung des bildverkleinernden Fernrohres das Wort geredet habe. Ich bin der Ansicht, dass im Allgemeinen sogar ein schwach vergrösserndes Fernrohr *mit* Blendeinrichtung in der Ebene des Krystallbildes dem verkleinernden Fernrohr *ohne* eine solche vorzuziehen sei. Meine Ausführungen sind getragen von dem Gedanken, dass die beiden von mir angewandten Hülfsmittel (bildverkleinerndes Fernrohr und Blendvorrichtung in der Ebene des Krystallbildes) zur Erzielung der höchsten Leistung nothwendig zusammenwirken müssen. Diesen Zusammenhang klar erkannt und zuerst angegeben zu haben, wird mir Hr. Leiss doch wohl nicht streitig machen wollen. Der Blendendeckel, welchen man bisher vor dem Okular des Fernrohres ganz ohne Rücksicht auf die Lage des Krystallbildes und daher auch mit mancherlei Nachtheilen für die eigentliche Beobachtung im Gefolge anzubringen beliebt hat, hat mit der von mir benutzten, auf eine vollkommene Regulirung des Strahlenganges hinzielenden Blendeinrichtung gar nichts zu thun. Im anderen Falle würde man nicht jetzt noch, wie z. B. Hr. Leiss in seinem soeben erschienenen Buche „Die optischen Instrumente der Firma R. Fuess u. s. w.“ *S. 47 u. 48* thut, zum Abblenden des zu untersuchenden Minerals in Gesteinsdünnschliffen die Anwendung des alten, primitiven Hülfsmittels, das Zudecken der Umgebung des Objektes mit einem schwarzen Lacke, empfehlen.

Ob endlich die in der Klein'schen Arbeit angegebene Vorrichtung zur Beobachtung des Krystalles „zweifellos vollkommener“ sei als das von mir benutzte und mit O_3 bezeichnete Objektiv, überlasse ich getrost dem Urtheile derjenigen Beobachter, welche Gelegenheit haben werden, mit beiden Vorrichtungen vergleichende Beobachtungen anzustellen (vgl. C. Viola, *Zeitschrift für Krystallogr. u. Mineral.* **30.** *S. 417. 1898*). Jedenfalls reicht das Objektiv O_3 für die angegebenen Zwecke vollständig aus (siehe auch den Nachtrag zu der Arbeit des Hrn. Viola, *a. a. O.* **31.** *S. 40. 1899*).

Ich benutze die Gelegenheit, um mit einigen Worten noch die charakteristischen Merkmale der von mir neuerdings getroffenen *Versuchsanordnung für die Beobachtung und Demonstration der geschlossenen Grenzkurven der Totalreflexion*, auf welche ich bereits in *dieser Zeitschr.* **19.** *S. 18. 1899* in der nachträglichen Bemerkung hingewiesen habe, zu erläutern, indem ich mir vorbehalte, hierauf später ausführlich zurückzukommen.

Die neue Versuchsanordnung beruht auf der Anwendung eines nach Art eines Mikroskop-Objektivs von sehr hoher Apertur berechneten Linsensystems mit einer Ueberhalbkugel (1,89) als Frontlinse, durch welches System ein vergrössertes reelles

Krystallbild erzeugt wird, welch letzteres als die Austrittspupille eines bildverkleinernden Fernrohres anzusehen ist, sodass von dieser Stelle aus die unmittelbar über der Halbkugel zu Stande kommenden Grenzkurven der Totalreflexion in ihrer Vollständigkeit direkt beobachtet oder mit Hülfe eines Projektionssystems vergrössert auf einen Schirm geworfen werden können.

Für Projektionszwecke erfolgt die Beleuchtung nach der Methode des streifenden Eintritts mit Hülfe des früher von mir beschriebenen ringförmigen Spiegels, der übrigens auch von dem entsprechend bearbeiteten Rande der Krystallplatte gebildet sein kann. Die Beobachtung der Grenzkurven erfolgt bei grösseren, für streifenden Eintritt eingerichteten Krystallplatten entweder im durchfallenden oder im reflektirten, bei kleineren Objekten nur im reflektirten Licht.

Es sind Vorkehrungen getroffen, welche eine direkte Ausmessung der Radienvektoren der Grenzkurven ermöglichen, sodass das Instrumentchen ohne Weiteres auch als Messapparat zur Bestimmung der Hauptbrechungsindizes von Krystallen benutzt werden kann.

Referate.

Ueber die Konstitution der Atmosphäre nach den aëronautischen Beobachtungen von Glaisher und über eine neue Formel für die barometrische Höhenmessung.

Von F. Siacci. *Atti Accad. di Napoli* (2) **8.** *Nr. 11. 1897*[1]).

Solange die Aufzeichnungen der neuen wissenschaftlichen Versuchsballons nicht endgültig bearbeitet sind, bilden die Glaisher'schen Ablesungen die wichtigsten Grundlagen für die Untersuchung der höhern Schichten der Atmosphäre; die Ergebnisse seiner acht Ballonfahrten in grosse Höhen finden sich im *Report of the 32. Meeting of the British Association, London 1863.* Von den neuen Formeln Siacci's, die sich auf dieses, bereits von Graf St.-Robert bearbeitete Material gründen (vgl. *Phil. Mag.* **27.** *S. 401. 1864;* Ref. von Hartl in der *Meteorol. Zeitschr.* **12.** *S. 117. 1877*), möchte ich hier, mit Rücksicht auf die Anwendung der *Messinstrumente,* nur die Formel für die barometrische Höhenmessung kurz anführen. Gerade die neuen Fahrten unbemannter, aber mit Registrirapparaten ausgerüsteter Ballons haben wieder die Aufmerksamkeit auf die Frage gelenkt, ob man auch sehr grosse Höhenunterschiede mit der gewöhnlichen Laplace'schen Formel (mit neuen Koëffizienten selbstverständlich) berechnen kann. Siacci hält dies für ausgeschlossen; an die Stelle der Laplace-Rühlmann'schen Formel, die in den *Tables météorologiques internationales* verwendet wird, aber von den Beobachtungen beträchtlich abweichende Annahmen über die Temperaturabnahme und die Feuchtigkeitsabnahme zu Grund legt, müsse eine Formel treten, deren Annahmen sich strenger an die Beobachtungen anschliessen. Ein Blick auf die zwei Zeichnungen Siacci's genügt allerdings, um zu erkennen, dass sein „Gesetz" (wenn der Ausdruck der Kürze halber gestattet ist) der Luftdichten den Glaisher'schen Beobachtungen schärfer entspricht als die Gesetze von Laplace und St.-Robert, dass das Temperaturgesetz die Beobachtungen fast vollständig genau wiedergiebt (im Gegensatz zu Laplace und St.-Robert) und dass endlich auch das „Gesetz" der Dampfspannung — Dampfspannung in beliebiger Höhe der $(4 + \frac{1}{3})$ten Potenz des daselbst vorhandenen Luftdrucks proportional — den Beobachtungen fast vollständig gerecht wird (abermals im Gegensatz zu den Annahmen von St.-Robert und von Rühlmann).

[1]) Vgl. dazu H. Hartl, Siacci's Formeln zur Darstellung der Resultate der Ballonfahrten Glaisher's. *Meteorol. Zeitschr.* **15.** *S. 46. 1898;* ferner auch O. Zanotti Bianco, Ueber die Konstitution der Atmosphäre u. s. f. *Rivista di Topogr. e Catasto* **10.** *S. 103. 1897/98.*

Die neue, auch für sehr grosse Höhenunterschiede ausreichende barometrische Höhenformel von Siacci lautet (mit einigen kleinen Abänderungen in den Bezeichnungen) wie folgt:

$$z = \frac{18400}{273}(1 + 0{,}0026 \cos 2\varphi)\left(1 + \frac{2a + z}{R}\right)\left\{\log\frac{b_0}{b} + 0{,}869\,\frac{z}{R} + P_{\mu+1}\,\frac{f_0 + f}{b_0}\right\}\frac{t_0 + t}{2}\cdot\varphi_n\left(\frac{t_0}{t}\right) \quad ..1)$$

Dabei bedeuten

z der zu messende Höhenunterschied der beiden Stationen in Meter; φ die geographische Breite; a die Meereshöhe der untern Station in Meter; $R = 6\,366\,786$ *m*; b_0, b die auf 0° reduzirten Barometerstände an beiden Stationen in demselben Maass (log den dekadischen Logarithmus); f_0, f die Dampfspannungen an beiden Stationen in Quecksilbersäule im gleichen Maass wie b_0 und b; $t_0 = 273 + \theta_0$, $t = 273 + \theta$ die um 273° vermehrten Lufttemperaturen θ_0 und θ in Grad C. an beiden Stationen (sodass der Nenner unter 18 400 in 1) eigentlich unter $(t_0 + t)$ zu setzen wäre; er ist dort gelassen wegen der Tabellenanordnung.

Es bleiben noch $P_{\mu+1}$ und $\varphi_n\left(\frac{t_0}{t}\right)$ zu erklären; für diese ist, wenn zur Abkürzung

$$\frac{p_0}{p} = p' \text{ und } \frac{t_0}{t} = t' \text{ gesetzt wird}$$

(Siacci thut dies nicht, sodass die Schreibweise hier etwas anders wird als im Original),

$$P_{\mu+1} = \frac{m}{\mu M}\cdot\frac{(p')^{\mu+1} - p'}{(p')^{\mu+1} + 1} \qquad (M = 0{,}43429\ \ldots \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

und

$$\varphi_n(t') = \frac{n}{n-1}\cdot\frac{2t'}{t'+1}\cdot\frac{(t')^{n-1} - 1}{(t')^n - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Die von Poisson für den Fall, dass die untere Station der Erdboden sei, geforderte Multiplikation des kleinen Korrektionsgliedes $0{,}869 \cdot z/R$ mit $^5/_8$, die der Anziehung der über den Meeresspiegel aufragenden Massen unterhalb der zu messenden Luftsäule Rechnung tragen soll, lehnt Siacci ab mit Rücksicht auf die meist vorhandenen Massendefekte unter den Gebirgen.

Zur Anwendung der obigen Höhenformel 1) bringt Siacci sie auf folgende Form

$$\left.\begin{aligned} z &= z' + \frac{(2a + z')z'}{R}, \text{ wobei} \\ z' &= \frac{18400 \cdot 1{,}0025\,(1 + 0{,}0026 \cos 2\varphi)}{2 \cdot 273}\,(546 + \theta_0 + \theta)\,\varphi_n\left(\frac{t_0}{t}\right)\left\{\log\frac{b_0}{b} + P_{\mu+1}\,\frac{f_0 + f}{b_0}\right\} \end{aligned}\right\} \cdot\cdot 4)$$

und liefert nun Tafeln für

1. $\log B = \log\frac{18400 \cdot 1{,}0025\,(1 + 0{,}0026 \cos 2\varphi)}{2 \cdot 273}$ für φ von 5° zu 5°;

2. $\log \varphi_n(t')$ für $t' = \frac{t_0}{t} = \frac{273 + \theta_0}{273 + \theta}$ von 1,000 bis 1,200 mit dem Intervall 0,01 und unter der Voraussetzung $n = 11$ (später, *S. 32* des Sonderabzuges, auch für die Annahmen $n = -1, 0, 1, 2, \ldots 10$);

3. $P_{\mu+1}$ für $\log b_0/b = 0{,}000$ bis 0,300 mit dem Intervall 0,01, von da an bis $\log b_0/b = 0{,}75$ mit dem Intervall 0,05, ferner mit der Annahme $\mu + 1 = 4 + {}^1/_3$ (s. oben; später, *S. 32*, auch für die Annahme $\mu + 1 = 3$).

Diese seine Formel wendet nun Siacci auf die Höhenunterschiede Verzuolo-Monviso (3858,5 *m* trigonometrische Meereshöhe des Monviso; Resultat der Formel nach Hinzufügung der Höhe von Verzuolo, 425,0 *m*, gleich 3855,2 *m*; nach St.-Robert's Formel 3842,3 *m*, nach Laplace-Rühlmann 3874,8 *m*; dabei wäre übrigens nach der Mittheilung von Blanco *a. a. O.* der *neuern* geodätischen Bestimmung der Höhe des Monviso gemäss der Fehler von St.-Robert's Formel *kleiner* als der nach Siacci, indem die obige trigonometrische Höhe um mehr als 10 *m* zu gross wäre), ferner Catania-Aetna (richtiger Höhenunterschied 2882 *m*, im Mittel aus 20 barometrischen Messungen nach Siacci's Formel 2880,0 *m*, nach Laplace-Rühlmann's

Formel 2892,0 *m*); zu den „aitre montagne" Siacci's nimmt Hartl auch den in der Geschichte der barometrischen Höhenmessung klassisch gewordenen Höhenunterschied Genf-St. Bernhard, ohne dass er bei der Unkenntniss über die Zuverlässigkeit des meist als richtiger Höhenunterschied angenommenen Werthes 2070 *m* und bei der grossen horizontalen Entfernung beider Stationen (85 *km*) aus den Fehlern der barometrischen Bestimmungen aus den Monatsmitteln Schlüsse ziehen wollte. Dagegen ist ein interessanter Vergleich des *Gangs* der Fehler aus den Monatsmitteln mit den Ergebnissen anderer Formeln gezogen (Plantamour, Bauernfeind, Rühlmann, Pohl und Schabus, St.-Robert) und ebenso sind die Extreme und ihre Amplituden verglichen; während der Gang der Fehler nach allen Formeln ziemlich genau derselbe ist, zeigt sich Siacci's Formel den andern darin überlegen, dass bei ihr die Amplitude am kleinsten ist (19,9 *m* gegen z. B. 25 *m* bei St.-Robert, 23 *m* bei Bauernfeind). *Hammer.*

Ueber die Formel der barometrischen Höhenmessung.

Von A. Angot. *Ann. du Bureau central météorologique de France. Année 1896*[1]).

Die im vorbergehenden Referat erwähnten Aufstiege der *Ballons sondes* haben auch dem Verfasser dieser werthvollen Abhandlung Veranlassung gegeben, die Berechnung sehr grosser barometrisch gemessener Höhenunterschiede zu untersuchen. Mit Recht macht übrigens der Verfasser darauf aufmerksam, dass man aus den Registrirungen jener vereinzelten Ballons so gut wie nichts über die Frage der *Anwendbarkeit* der Laplace'schen Formel erfahren kann; dazu ist schon die Aufzeichnung über den Druck mit den jetzt vorhandenen registrirenden Apparaten viel zu wenig genau, vielleicht um mehrere Millimeter unrichtig in einer Höhe, wo nicht wie an der Erdoberfläche eine barometrische Höhenstufe von 10 oder 12 *m*, sondern von vielleicht 100 *m* vorhanden ist.

Der Verf. untersucht die möglichen Formen der Laplace'schen Formel und zeigt zugleich die Vielgestaltigkeit der ganzen Aufgabe.

Ausgehend von der Grundgleichung

$$dp = -a\,dz$$

(a Gewicht der Kubikeinheit der Luft an der betrachteten Stelle, z Meereshöhe, p Druck pro Flächeneinheit) und mit Rücksicht auf

$$a = a_0 \frac{g}{G} \cdot \frac{p - 0{,}377 f}{D \cdot 0{,}7600} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t},$$

wo a_0 das Gewicht der Kubikeinheit Luft von 0° Temperatur unter dem Druck 760 *mm* im Meeresniveau in der Breite 45°; D das Gewicht derselben Kubikeinheit Quecksilber von 0° unter denselben Umständen; g die Beschleunigung durch die Schwerkraft am betrachteten Ort, G diejenige im Meeresniveau in 45° Breite; p der absolute Druck (*kg* pro *qm*) am betrachteten Ort, f die Spannung des Wasserdampfs in derselben Einheit wie p; t die Temperatur der Luft am betrachteten Orte; endlich α der Wärmeausdehnungskoëffizient der Luft bedeutet, erhält man mit

$$A = \frac{D \cdot 0{,}760}{a_0}$$

und den jetzt gebräuchlichen Werthen $a_0 = 1{,}293\,052$ *kg*, $D = 13595{,}8$ *kg*,

$$A = 7991{,}0 \text{ m}.$$

Die Grundgleichung wird damit

$$A \frac{dp}{p} = -\frac{g}{G}\left(1 - 0{,}377 \frac{f}{p}\right) \frac{1}{1 + \alpha t} dz \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 1)$$

oder durch Integration zwischen den Grenzen z_0 und z (Drücke p_0 und p)

$$A \log \text{nat} \frac{p_0}{p} = \int_{z_0}^{z} \frac{g}{G}\left(1 - 0{,}377 \frac{f}{p}\right) \frac{1}{1 + \alpha t} dz \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 2$$

[1]) Vgl. auch den Auszug in *Compt. rend.* **126.** *S. 826. 1898.*

Nimmt man an Stelle der natürlichen Logarithmen dekadische, so ist A mit 2,302 585 zu multipliziren und wird damit = 18 400,0 m.

In dem Integral 2) sind nun g, f/p und t Funktionen von z, deren Natur im Allgemeinen nicht bekannt ist. Man muss also — neben der ursprünglichen Hypothese, statisches Gleichgewicht in der betrachteten Luftsäule — noch weitere Annahmen machen; und von der Verschiedenheit und bis zu einem gewissen Grad Willkür dieser Hypothesen hängen die verschiedenen möglichen Formen der barometrischen Höhenformel ab.

Das Vorstehende ist der Inhalt jeder Einleitung zu einer barometrischen Höhenformel. Die gewöhnlich verwendete Laplace'sche Formel (in die nur selbstverständlich die den neuern Zahlenwerthen entsprechenden Koëffizienten eingesetzt werden) macht die Annahme, dass von z_0 bis z die Grössen g, f/p und t *konstant* und zwar gleich dem arithmetischen Mittel der an den Endpunkten vorhandenen Werthe seien. Die Laplace'sche Annahmen sind zwar dem Anschein nach ganz verschieden von den eben ausgesprochenen, der Verf. weist jedoch die Identität nach. Ist Z_1 der für $(z - z_0)$ sich nach der Laplace'schen Formel ergebende Höhenunterschied,

$$\vartheta = \frac{t_0 + t}{2}, \qquad E = \frac{1}{2}\left(\frac{f_0}{p_0} + \frac{f}{p}\right)$$

und

$$\gamma = \frac{g_0 + g}{2},$$

so wird

$$Z_1 = A\frac{G}{\gamma}\,\frac{1+\alpha\vartheta}{1-0{,}377\,E}\log\frac{p_0}{p} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

Für $1:(1-0{,}377\,E)$ darf man, da f/p ausserhalb der Tropen stets $< 1/_{30}$ und in grossen Höhen noch viel kleiner ist, immer $(1+0{,}377\,E)$ setzen. Bei der gewöhnlich benutzten Gleichung $\frac{g_0}{g} = \left(\frac{R+z}{R}\right)^2 = 1 + \frac{2z}{R}$ erinnert dagegen der Verf. daran, dass Mascart gezeigt hat, dass die in ihr enthaltene Vernachlässigung der Anziehung der Masse der Atmosphäre gegen die der Erde zu unzulässigen Zahlen in sehr grossen Höhen führt; nach Poisson wäre ferner, wenn die untere Station an der Erdoberfläche, auf einem Plateau von unbegrenzter Ausdehnung mit einer Dichte gleich der mittleren Erddichte ist,

$$\frac{g_0}{g} = 1 + \frac{5}{4}\,\frac{z}{R} \text{ statt } 1 + \frac{2z}{R}$$

zu setzen. Lässt man den Koëffizienten von z/R in diesem Ausdruck vorläufig unbestimmt $= k$, so wird, wenn man die Schwerekorrektionen für Breite und Meereshöhe (untere Station z_0, obere $z_0 + Z_1$) zusammenfasst

$$\frac{\gamma}{G} = \frac{1-0{,}00259\cos 2\varphi}{1+\frac{k(Z_1+2z_0)}{2R}} \text{ oder } \frac{G}{\gamma} = (1+0{,}00259\cos 2\varphi)\left(1+\frac{k(Z_1+2z_0)}{R}\right).$$

Nach Helmert sollte der Koëffizient 0,00259 bekanntlich etwas erhöht werden, doch ist dies ganz ohne Bedeutung.

Führt man dies in 3) ein, so wird die Laplace'sche Formel

$$Z_1 = A(1+0{,}00259\cos 2\varphi)\left[1+\frac{k(Z_1+2z_0)}{2R}\right](1+\alpha\vartheta)(1+0{,}377\,E)\log\frac{p_0}{p} : \quad . \; . \; . \quad 4)$$

dabei bedeuten p_0 und p absolute Drücke im gleichen Maasse, sodass Ablesungen am Quecksilberbarometer (ausser den sonstigen Korrektionen, Reduktion auf 0° u. s. f.) mit Schwerekorrektion versehen sein müssen, Aneroïd- oder Kochthermometer-Beobachtungen aber nicht. Nennt man die Quecksilberbarometerstände ohne Schwerekorrektion h_0 und h, so ist, wie leicht zu zeigen,

$$\log\frac{p_0}{p} = \log\frac{h_0}{h} + \log\left(1+\frac{kZ}{R}\right) = \log\frac{h_0}{h} + k\frac{Z}{R}.$$

Setzt man hier für Z die Näherung $A \log (h_0/h)$, so wird die Gleichung 4), für Quecksilberbarometerstände h_0 und h *ohne* Schwerekorrektion,

$$Z_1 = A\left(1 + \frac{kA}{R}\right)(1 + 0{,}00259 \cos 2\varphi)\left[1 + \frac{k(Z_1 + 2z_0)}{2R}\right](1 + \alpha\vartheta)(1 + 0{,}377\,E)\log\frac{h_0}{h} \cdot \cdot \cdot 4')$$

Die Formeln 4) und 4') unterscheiden sich nur im Werth der Hauptkonstanten. Der Referent hält *diese* Art der Berücksichtigung der *Schwerekorrektion* für das Quecksilberbarometer, durch $A' = A\left(1 + \frac{2A}{R}\right)$ für sehr wichtig; ich habe sie seit zehn Jahren im Vortrag über barometrische Höhenmessung mitgetheilt und sie für die Messungen der Bauingenieure empfohlen. Man braucht bei ihr eine Hülfstafel weniger als sonst (Schwerekorrektion). Die von mehreren Seiten (z. B. von Prof. Jordan) stark betonte Forderung, man müsse mit Rücksicht auf die immer mehr verwendeten Aneroïde, die *keine* Schwerekorrektion haben, in die Barometerformel die mit Schwerekorrektion versehenen Quecksilberbarometerstände einsetzen, ist ja an sich zweifellos berechtigt; sie wäre es noch mehr, wenn Aneroïde *selbständige* Instrumente wären. Dies ist ja aber nicht der Fall; ihre Angaben erlangen überhaupt nur Bedeutung, wenn sie auf die des Quecksilberbarometers zurückgeführt werden können. Die beste Art der dazu nothwendigen Vergleichungen zum Zweck der Bestimmung von Theilungs- und Standkorrektion eines Aneroïds ist für den Ingenieur, der die Konstanten seines Instruments selbst bestimmen will und soll, nicht die häufig allein empfohlene Benutzung der Luftpumpe (oft gar mit stoss- und ruckweiser Veränderung von Druck und Ablesung), sondern — auch aus andern Rücksichten — die wiederholte Vergleichung in möglichst verschiedenen Drücken, die unter *denselben natürlichen* Bedingungen zu Stande kommen wie die, unter denen das Aneroïd nachher zur Messung verwendet werden soll.

An der Art der Vereinigung der einzelnen, zum Theil stets, zum Theil für kleinere Höhenunterschiede sich von 1 wenig unterscheidenden Faktoren $(1 + ..)\,(1 + ..)\ldots$ mit dem Hauptfaktor A oder A', oder untereinander, übt der Verfasser Kritik. Laplace selbst hat die Faktoren $(1 + \alpha\vartheta)$ und $(1 + {}^3/_8 E)$ zu $(1 + 0{,}004\,\vartheta)$ vereinigt, was aber offenbar mit $\vartheta < 0^0$ ganz unbrauchbar wird. Rühlmann hat $(1 + \alpha\vartheta)$ und $\left(1 + \frac{kA}{R}\right)$ vereinigt, wobei man mit $k = {}^5/_4$, $R = 6\,367\,400\ m$ und $A = 7991$ (s. oben) erhält $\frac{kA}{R} = 0{,}00157$, sodass das Produkt wird $(1{,}00157 + \alpha\vartheta)$ und in der Formel zu setzen ist $18\,429\,(1 + \alpha\vartheta)$, und dieser Vorgang wird häufig befolgt, z. B. auch in den internationalen meteorologischen Tafeln; auch diese Vereinigung ist aber nicht glücklich. Dagegen kann man die drei Glieder $(1 + 0{,}00259 \cos 2\varphi)$ $(1 + \alpha\vartheta)$ $(1 + 0{,}377\,E)$ sehr wohl vereinigen, wie der Verf. ausführlicher nachweist, indem eine *für Feuchtigkeit und Breite korrigirte Lufttemperatur* θ statt ϑ eingeführt wird; mit

$$\varepsilon = 0{,}71^0 \cos 2\varphi\,, \qquad \varepsilon' + \varepsilon'' = 51{,}36^0\left(\frac{f_0}{h_0} + \frac{f}{h}\right)$$

wird diese

$$\theta = \frac{t_0 + t}{2} + \varepsilon + (\varepsilon' + \varepsilon'')\,.$$

Als definitive Formel erhält der Verfasser mit Einführung dieses θ statt ϑ, wenn log dekadische Logarithmen bedeutet

$$Z_1 = 18\,400\,(1 + 0{,}00367\,\theta)\,[1 + 0{,}000\,000\,157\,(Z_1 + 2z_0)]\log\frac{h_0}{h}\,; \quad . \quad . \quad 5)$$

dabei sind an h_0 und h die Schwerekorrektionen angebracht. Will man h_0 und h nur mit den gewöhnlichen Korrektionen (Reduktion auf 0° u. s. f.), nicht mit der Schwerekorrektion versehen, so ist in die Klammer zu $(Z_1 + 2z_0)$ noch aufzunehmen $15\,982\ m$, d. h. man hat bei unverändert gelassener Klammer einfach den Hauptkoëffizienten entsprechend zu *erhöhen* (s. oben).

Sodann untersucht der Verf. den Einfluss verschiedener anderer Annahmen für die „Gesetze“ der Abnahme der Temperatur und der Feuchtigkeit (g kommt nicht in Betracht,

denn bei dem stets geringen Einfluss der Variabilität von g mit der Höhe kann das quadratische Gesetz jedenfalls als genügende Annäherung gelten). Zuerst werden Temperatur und Feuchtigkeit als lineare Funktionen der Höhe genommen; in der sich ergebenden Gleichung zeigt sich selbstverständlich Z_1 nach 5) als *Hauptglied* und es zeigt sich ferner, dass man nach dieser Laplace'schen Gleichung geringere Höhen erhält als unter der oben ausgesprochenen Voraussetzung, wobei der Unterschied im Allgemeinen innerhalb der Beobachtungsfehler liegt; die Differenz ist sogar verschwindend klein, so lange der Unterschied der Temperatur an den Endpunkten der Luftsäule $< 25^0$ ist.

Für die weitere Annahme: Temperatur (in grossen Höhen) eine lineare Funktion des Drucks (Annahme von Mendelejeff), die auch schon Sprung behandelt hat, bringt der Verf. ebenfalls den entstehenden Ausdruck in eine Reihe, deren erstes und Hauptglied wieder Z_1 nach 5) ist. Sehr einfach fällt der Ausdruck aus, den man erhält, wenn neben der Mendelejeff'schen Annahme für die Temperatur die Hann'sche über die Feuchtigkeit gemacht wird.

Für alle diese Annahmen zeigt der Verf., wie man die Rechnung auf die Laplace'sche Formel und ein an dem danach sich ergebenden Höhenunterschied anzubringendes Korrektionsglied zurückführen kann. Um allenfalls die Grundannahme des statischen Gleichgewichts in der Luftsäule verlassen (den Einfluss der Luftbewegungen auf den Luftdruck berücksichtigen) zu können, müsste man genau gleichzeitige und sehr exakte Beobachtungen in einer grossen Zahl von Höhen in der Luftsäule haben.

Zweifellos hat der Verfasser mit der übersichtlichen Untersuchung der allenfalls möglichen Annahmen einen wichtigen Beitrag zur Theorie der barometrischen Höhenmessung und zur Diskussion des von ihr zu Erwartenden geliefert. Sein Hauptresultat in praktischer Beziehung, zur Rechnung *grosser* Höhenunterschiede, sind Tafeln für die Formel Laplace'scher Form

$$Z = 18\,400\left(1 + \frac{k(Z + 2z_0)}{2R}\right)(1 + \alpha\,\theta)\log\frac{h_0}{h},$$

wo θ die nach Obigem für Breite und Feuchtigkeit *verbesserte* Lufttemperatur und h_0 und h die mit allen Korrektionen, einschliesslich Schwerekorrektion, versehenen Quecksilberbarometerstände sind. Für die Schwerekorrektion giebt der Verf. Tafeln I mit $k = 2$ und $= {}^5/_4$; die Tafeln II und III geben die Korrektionen von $\vartheta = \frac{t_0 + t}{2}$ auf θ; die Haupttafel IV die Werthe

$$18\,400\log h$$

(in Wirklichkeit ist von allen Zahlen $2 \times 18\,400 = 36\,800$ abgezogen) von $h = 100$ bis 800 *mm* mit 1 *mm* Intervall. Setzt man

$$Z_0 = 18\,400\log h_0 - 18\,400\log h\,,$$

so rechnet man den Höhenunterschied

$$Z = (18\,400\log h_0 - 18\,400\log h)(1 + \alpha\,\theta)\left[1 + \frac{k}{2R}(Z + 2z_0)\right]$$

oder

$$Z = Z_0(1 + \alpha\,\theta)\left[1 + \frac{k}{2R}(Z + 2z_0)\right],$$

indem man zunächst $Z_2 = Z_0(1 + \alpha\,\theta)$ rechnet, d. h. zu Z_0 den aus Tafel V sich ergebenden Betrag $Z_0 \cdot \alpha\,\theta$ addirt (gleichzeitig mit θ); aus Z_2 ergiebt sich endlich Z nach

$$Z = Z_2 + \frac{k\,Z_2(Z_2 + 2z_0)}{2R},$$

wo das Korrektionsglied von Z_2 (stets positiv) unmittelbar aus Tafel VI mit den Argumenten Z_2 und z_0 zu entnehmen ist; hier ist $k = 2$ gesetzt. *Hammer.*

Feldmethode zur Reduktion von Beobachtungen zur Zeitbestimmung am transportabeln Durchgangsinstrument.

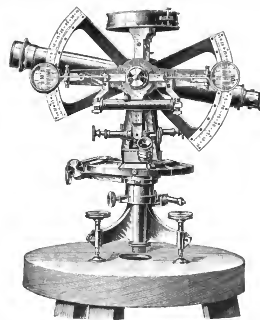
Von G. R. Putnam. *Report U. S. Coast and Geodetic Survey for 1896. Anhang 9. S. 347. Washington 1897.*

Verf. beschreibt die nun in dem *Coast and Geodetic Survey* allgemein gebrauchte Methode der Berechnung der Zeitbestimmung mit dem tragbaren Passageninstrument unter Mittheilung eines Zahlenbeispiels. *Hammer.*

Tachymeter-Theodolit mit Zelluloïd-Höhenbogen.

Von W. Jordan. *Zeitschr. f. Vermess.* **28.** *S. 50. 1899.*

Die nebenstehende Figur zeigt im Maassstab von etwa 1 : 4 die neuere Form eines Tachymeter-Theodolits. Es ist die gewöhnliche Theodolitkonstruktion mit der Besonderheit eines Doppel-Höhen-Sektors mit *Zelluloïd*-Theilung ohne Nonien, lediglich mit Indexstrich. Das Instrument ist nach meinen Angaben von Hrn. Mechaniker Randhagen in Hannover



ausgeführt. Die Theilung auf dem weissen Zelluloïd mit schwarzblauen Strichen (wie bei den neueren Rechenschiebern) liest sich mit freiem Auge oder auch mit grosser Lupe mit *einem* Blick vorzüglich ab. Da die Bögen mit Theilungshalbmesser von 12,5 *cm* in Sechstelgrade getheilt sind, ist das Intervall 125 *mm* : 344 = 0,36 *mm*, also die für Minutenschätzung nöthige lineare Grösse = 0,036 *mm*. Man pflegt in runder Zahl anzunehmen, dass man mit freiem Auge noch 0,05 *mm* schätzen könne; ich habe aber in meinem Falle gefunden, dass man mit Zuhülfenahme der grossen Lupen wohl noch Minuten, d. h. linear 0,036 *mm* schätzen kann, wie an einem Beispiele *a. a. O.* nachgesehen werden kann, nebst einigen anderen Einzelheiten, auf welche ich hier nicht eingehe.

Ich beabsichtige die Ausführung eines solchen Instruments, welches links den erwähnten Zelluloïdbogen für glattes Ablesen von Minuten und rechts einen kleineren feinen Metallhöhenkreis mit Nonien oder Mikroskopen für feines Ablesen von 5" bis 10" haben soll.

Die tachymetrische Aufnahmemethode hat noch ein weites Anwendungsfeld bei den Deutschen Kolonial-Vermessungen, wobei das beschriebene Instrument vielleicht von Nutzen sein kann. *W. Jordan.*

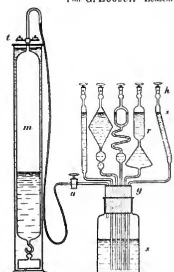
Apparat für die Zusammensetzung der Schwingungen zweier Pendel.
Von A. Righi. *Rend. Accad. di Bologna 1898.*

Für Lehrzwecke hat Verf. einen Apparat konstruirt, welcher die aus der Zusammensetzung zweier Pendelbewegungen folgende Bewegung vor Augen führt. Beide Pendel schwingen in einer Ebene; das eine wird von einem an vier Metallfäden aufgehängten, in der Ruhelage horizontalen Brett (110 *cm* lang, 25,5 *cm* breit) gebildet; es trägt oben 2 Schienen für ein kleineres Brett mit Rollen. Dieses kann auf elektromagnetischem Wege in Bewegung gesetzt werden, sodass es dann während des Pendelns über das erstere, längere Brett hinwegrollt. Das zweite Pendel besteht aus einem an zwei Fäden aufgehängten Bleigewicht, das ein Glasgefäss mit Marmorstaub trägt; seine Länge lässt sich durch Verschiebung der Aufhängungspunkte so ändern, dass innerhalb gewisser Grenzen jede beliebige Schwingungszeit hergestellt werden kann, ohne dass dabei das Bleigewicht seine Entfernung von jenem rollenden Brett ändert. Eine von dem Glasgefäss ausgehende, dicht über dem rollenden Brett endende Röhre lässt den Staub auf dieses fliessen; sie kann auf elektrischem Wege geöffnet und geschlossen werden.

Eine Anzahl so erhaltener Kurven, die verschiedenen einfachen, ganzzahligen Verhältnissen der Schwingungszeiten der Pendel entsprechen, sind abgebildet. Aus dem Aussehen solcher Kurven kann rückwärts auf das Verhältniss der Schwingungsdauer geschlossen werden.

An einem ähnlichen Apparat für zwei elliptische Pendel hat Verf. eine Einrichtung angebracht, die zu erkennen erlaubt, ob die beiden Pendel gleiche Schwingungszeit haben, was für gewisse Untersuchungen von Werth sein kann. *Sn.*

Ein hydromechanischer Apparat.
Von G. Looser. *Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr.* **11.** *S. 167. 1898.*



Fünf Rohre, die zahlreiche Verschiedenheiten in der Form darbieten, gehen durch einen breiten Gummistopfen *g* in die mit gefärbter Flüssigkeit gefüllte Flasche: gleichzeitig durchsetzt ein mit Hahn versehenes rechtwinklig gebogenes Rohrstück *a* den Verschluss. Die Röhren sind oben mit Glashähnen verschlossen, um sie einzeln nach Belieben bei den Versuchen ein- und ausschalten zu können. Der Druck, der auf den Flüssigkeitsspiegel *s* wirkt, wird durch den Schwimmer *m* ausgeübt, an dessen unterem Ende ein gebogenes offenes Glasrohr als Oese angebracht ist. Diese trägt ein Gewicht und gestattet gleichzeitig dem Wasser den Zu- und Austritt. Durch Zusatzgewichte, die auf den Teller *t* aufgelegt werden, kann der Druck nach Belieben verstärkt werden. Der Schwimmer wirkt dabei ähnlich wie die Kuppen der grossen Gasometer. Um die *a. a. O.* beschriebenen Versuche auszuführen, schliesst man zunächst die Hähne *h* und *a* und bläst durch den vorläufig nur oben angeschlossenen Schlauch so lange Luft in den Schwimmer, bis alles Wasser unten durch die Oese entwichen ist, dann presst man den Schlauch zu und setzt ihn an den geschlossenen Hahn *a* an. Jetzt erst öffnet man *a*. Die durch die oberen Hähne abgeschlossene Luft wird

zunächst zusammengedrückt, und etwas Wasser steigt in die Röhren. Dann aber bewegt sich die Flüssigkeit nur, wenn man oben einen Hahn öffnet. Der Apparat wird durch die Glasbläserei von R. Müller in Essen für 30 M. geliefert. *H. H.-M.*

Ueber einen Vorlesungsapparat zum Nachweis der Wärmeausdehnung nach Fizeau.

Von V. Dvořák. *Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr.* **11.** *S. 259. 1898.*

Der einfache Apparat, welcher durch Projektion die interessanten Newton'schen Interferenz-Erscheinungen einem grösseren Hörerkreise vorzuführen gestattet, besteht aus einer plankonvexen Linse aus schwarzem und einer ebenen Deckplatte aus gewöhnlichem Glase. Die letztere sitzt an einem Stativ fest, die Linse wird von einer hohlen Messingsäule getragen und kann mittels Stellschrauben justirt werden. Bei Projektionsversuchen wird die Glaskombination vertikal gestellt; lässt man dann von einem Heliostat ein Bündel paralleler Lichtstrahlen darauf fallen, so kann man die entstehenden Newton'schen Farbenringe mittels einer Linse auf einen weissen Schirm projiziren. Wenn man ferner zwischen Heliostat und Farbenglas ein Prisma und eine Sammellinse derart einfügt, dass ein scharfes, ziemlich ausgedehntes Spektrum auf dem Farbenglas entsteht, so erscheinen die Ringe auf dem Schirme sehr dunkel und ändern in bekannter Weise ihren Durchmesser, wenn man die Linse hinter dem Prisma verschiebt, sodass andere Theile des Spektrums auf das Farbenglas fallen.

Um den Fizeau'schen Ausdehnungsversuch vorzuführen, entfernt man zunächst die beiden Platten des Farbenglases etwas von einander, sodass etwa 25 Ringe nach der Mitte zu wandern; bläst man dann mittels eines angesetzten Gummischlauchs durch den hohlen Träger, der am anderen Ende eine kleine Oeffnung besitzt, so dehnt sich der Träger in Folge der Wärme des Athems etwas aus, die Platten des Farbenglases nähern sich einander und die Ringe wandern von der Mitte weg und werden schärfer; das Umgekehrte tritt ein, wenn man kalte Luft durch die Säule einsaugt. Dieselbe Erscheinung lässt sich auch durch blosses Anfassen des Trägers mit der Hand hervorbringen; denn da der hohle Fuss etwa 11 *cm* lang ist, so genügt für gelbes Licht eine Erwärmung von 0,14°, um einen Ring an die Stelle des anderen treten zu lassen. Der fertige Apparat wird von der Firma Steeg & Reuter in Homburg v. d. H. für 85 M. geliefert. *Glch.*

Eine Vergleichung der elektromotorischen Kraft von Clark- und Kadmium-Elementen.

Von S. N. Taylor. *Phys. Rev.* **7.** *S. 149. 1898.*

Die ursprüngliche Absicht des Verf. bestand darin, die elektromotorische Kraft des Weston'schen Kadmium-Elements, welche zur Zeit, als die Versuche begonnen wurden, noch nicht genau bekannt war, mittels eines Dynamometers absolut zu bestimmen und auch das Clark-Element an das Dynamometer anzuschliessen, um so auch das Verhältniss der Spannungen beider Elemente zu ermitteln. Da indessen die absoluten Messungen nach seiner eigenen Angabe wahrscheinlich unrichtig sind (Verf. erhielt für die elektromotorische Kraft des Clark-Elements bei 15° die Zahl 1,4284 *Volt*, während der richtige Werth ungefähr 1,433 ist), so braucht auch an dieser Stelle auf das in der Veröffentlichung beschriebene Dynamometer nicht näher eingegangen zu werden; dasselbe ist übrigens ähnlich demjenigen konstruirt, das Rayleigh zur Bestimmung des elektrochemischen Aequivalentes des Silbers benutzte. Dagegen sind die relativen Zahlen von Interesse. Die zu den Messungen verwendeten Clark-Elemente wurden vom Verf. nach den Vorschriften des *Board of Trade* (1892) hergestellt und zwar in der sogenannten *test-tube*-Form. Die Kadmium-Elemente hatten theils H-, theils A-Form; das Kadmium-Amalgam hatte die Zusammensetzung von 1 Theil Kadmium auf 6 Theile Quecksilber; das Kadmiumsulfat war in Krystallen im Ueberschuss vorhanden, sodass die Lösung bei jeder Temperatur gesättigt war. Zur Vergleichung der Elemente jeder Gattung unter einander benutzte Verf. die von Kahle in *dieser Zeitschr.* **13.** *S. 294. 1893*

angegebene Kompensationsschaltung, bei der stets zwei gleichartige Elemente gegen einander geschaltet wurden, in einer etwas abgeänderten Form. Die relativen Messungen erstrecken sich für die Kadmium-Elemente auf die Zeit vom März 1895 bis Mai 1896, für die Clark-Elemente von April 1895 bis Oktober 1895. Die Abweichungen der einzelnen Elemente vom Mittelwerth derselben betragen nach beiden Seiten mehrere Zehntausendtel. Aus den Messungen mit dem Dynamometer ergiebt sich das Verhältniss der elektromotorischen Kräfte

$$\frac{\text{Clark bei } 15^{0}}{\text{Kadmium bei } 21{,}7^{0}} = 1{,}4077.$$

Diese Zahl vergleicht Verf. mit dem von der Reichsanstalt angegebenen Werth (vgl. *diese Zeitschr.* **18.** *S. 169. 1898*). Als Mittelwerth aus Messungen zu verschiedenen Zeiten wurde dort für dasselbe Verhältniss gefunden 1,4067 (nach Reduktion auf die oben angegebenen Temperaturen). Der Unterschied von 7 Zehntausendtel kann erklärt werden durch die oben angegebenen Abweichungen der einzelnen Elemente vom Mittelwerth und den Umstand, dass die *Board of Trade*-Form der Clark-Elemente leicht einen etwas zu grossen Werth für die elektromotorische Kraft zeigt, da sich bei derselben das Zink zum Theil in ungesättigter Lösung befinden kann. *W. J.*

Ueber ein absolutes Elektrometer zur Messung kleiner Potentialdifferenzen.

Von A. Pérot und Ch. Fabry. *Ann. de chim. et de phys.* (7) **13.** *S. 404. 1898*[1]).

Pérot und Fabry haben jetzt eingehendere Mittheilungen über ihr neues Elektrometer gemacht (vgl. *diese Zeitschr.* **17.** *S. 125. 1897*). Das Instrument, mit dem sie ihre Versuche ausführten, ist folgendermaassen konstruirt (Fig. 1). Ein zylindrischer Glasklotz A von 1 *cm* Höhe und 6 *cm* Durchmesser ist auf der oberen Fläche und der Seitenfläche schwach versilbert; er ruht auf einer ringförmigen Messingscheibe C, deren Oeffnung einen grösseren

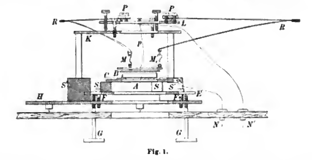


Fig. 1.

Durchmesser hat als der Glasklotz, mittels dreier Ansätze, sodass der ganze Zylinder von unten her beleuchtet werden kann. Um das System zentriren zu können, sind unter dem Glasklotz zwei Fäden ausgespannt. Die Messingplatte liegt auf drei Schwefelklötzen S, die ihrerseits wieder auf einer dreieckigen in der Mitte durchbohrten Zinkplatte E ruhen. Diese Platte E wird durch drei Schrauben G getragen, deren Muttergewinde in die Grundplatte H geschnitten sind. Durch die Hartgummischrauben F wird die Platte E gegen die Schraubenspitzen gedrückt.

Andrerseits sind auf die Grundplatte drei Schwefelklötze S' gesetzt, die einen Dreifuss tragen; der obere Theil desselben besteht aus einer dreieckigen Zinkplatte K, die in ihrer Mitte durchbohrt ist; auf dieser Platte steht mittels dreier Stellschrauben eine Messingplatte L, die drei aus zwei Theilen zusammengesetzte Stahlfedern R trägt. An den Federn hängen drei mit Schneiden versehene, aus Stahl gefertigte Ringe M; drei S-förmige Stücke

[1]) Vgl. auch *Bulletin de la société intern. des Électriciens* **14.** *S. 350. 1897.*

verbinden diese Ringe mit drei anderen M_1, die durch einen kreisförmigen Kupferring zusammengehalten werden; an diesen Ring ist eine zweite etwa 2 *mm* dicke Glasplatte geklebt, die an der Unterseite und den Rändern leicht versilbert ist und als bewegliche Platte des Elektrometers dient; auch diese Platte trägt in ihrer Mitte eine Marke, um das System zentriren zu können. Der ganze Apparat ist mit einem Holzgehäuse umgeben, das oben und unten mit Glasplatten zum Durchtritt des Lichtes versehen ist; um Erschütterungen unschädlich zu machen, ist er in einem Kellergewölbe mit drei Kautschukschläuchen aufgehängt und ebenso mit dem Boden durch drei kreuzweis gespannte Kautschukschläuche verbunden.

Um den Apparat zu justiren, beleuchtet man ihn mit weissem Licht, ohne weiter eine Linse einzuschalten; man wird dann in Folge mehrfacher Reflexion mehrere Bilder des Fadenkreuzes sehen; um nun die beiden versilberten Flächen einander parallel zu stellen, justirt man mit den Schrauben so lange, bis die Bilder einander decken. Alsdann beleuchtet man den Apparat mit einer Bunsenflamme, um aus dem Interferenzbild die Entfernung beider Silberflächen von einander zu justiren. Bei der Messung wird die obere Platte mit einem kleinen Gewicht belastet; um den Abstand beider Flächen zu finden, beleuchtet man und schaltet eine „Etalonglasplatte" ein (vgl. *diese Zeitschr.* **17.** *S. 124. 1897*), die man so lange verschiebt, bis der auftretende weisse Streifen mit der Marke auf der oberen Scheibe zusammenfällt; nach Abnahme des Gewichtes ladet man die Elektrometerplatten zu einer solchen Potentialdifferenz, dass der weisse Streifen wieder an dieselbe Stelle kommt. Aus der Stellung der Etalonplatte weiss man den Abstand der Platten in Wellenlängen einer bestimmten Farbe. Dieser Abstand muss korrigirt werden, 1. weil die Platten nicht absolut eben sind und 2. weil das Licht bei der Reflexion an der Silberschicht eine Phasenänderung erleidet. Aus dem aufgelegten Gewicht, dem korrigirten Plattenabstand und dem Radius des Glasklotzes, der durch ein besondres Verfahren vorher in Wellenlängen derselben Lichtart gemessen wurde, erhält man dann durch eine einfache Formel die Grösse der angewandten Potentialdifferenz in elektrostatischem Maasse. Andrerseits vergleichen die Verfasser diese Potentialdifferenz mit der Spannung eines Clark-Elementes bei 0°, die sie zu 1,4522 *int. Volt* finden. Sie sind der Meinung, eine Messung bei 0° zum ersten Male ausgeführt zu haben und scheinen die Arbeiten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt nicht zu kennen, welche schon längst Messungen bei Temperaturen von 0° bis 30° angestellt hat und die Resultate in eine Formel zusammengefasst hat (vgl. *diese Zeitschr.* **17.** *S. 144. 1897*). Die Zahl der Reichsanstalt ist 1,4492 *int. Volt* bei 0°, also etwa 0,2 % weniger. Aus ihren Messungen leiten dann die Verfasser das Resultat ab: 1 elektrostatische Einheit = 299,99 *int. Volt*, d. h. die kritische Geschwindigkeit ist gleich $299{,}99 \cdot 10^8$ *cm*. Ausser dieser Form des Apparates beschreiben die Verfasser noch eine zweite (Fig. 2); A ist darin wieder der feste Glasklotz und B die zweite Elektrometerplatte, die nach unten durch die Federn C, nach oben durch die Feder R festgehalten wird; A' ist ein zweiter auf der Unterseite versilberter Glasklotz, der dasselbe Potential wie B hat. Die Feder R ist an einem Schlitten befestigt, der so eingestellt wird, dass die Dicke der Luftschichten zwischen A und B und zwischen A' und B einander gleich sind; man erkennt dies in derselben Weise, wie vorher, durch den weissen Streifen. Ist nun A B zu einer bestimmten Potentialdifferenz geladen, so spannt man die Feder so lange, bis wiederum der weisse Streifen erscheint. Ist der Apparat justirt und geaicht, so kann man leicht aus den Abmessungen am Schlitten die zu messende Potentialdifferenz berechnen. *E. O.*

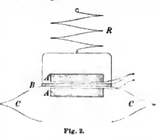


Fig. 2.

Widerstände von sehr hohem Betrag.

Von F. B. Fawcett. *Phil. Mag.* **46.** *S. 500. 1898.*

Die Herstellung hoher Draht-Widerstände — etwa von der Grössenordnung von 1 *Megohm* — ist sehr kostspielig; andererseits sind Graphitwiderstände, die sich leicht bis zu weit höheren Beträgen anfertigen lassen, unzuverlässig. Verf. sucht dem entschieden vorhandenen Bedürfniss nach zuverlässigen hohen Widerständen in folgender Weise abzuhelfen. Bekanntlich ist es möglich, in einer gut evakuirten Röhre, durch die man die Entladungen eines Induktoriums gehen lässt, die Kathode zu zerstäuben und das Metall auf passend angeordneten festen Körpern als zusammenhängende Schicht niederzuschlagen. Fawcett benutzt nun als Kathode ein Gitter von mehreren einander parallel in derselben Ebene gespannten Drähten, deren jeder aus zwei um einander gedrillten Platin- und Golddrähten besteht. Auf diese Weise wird auf einem dem Gitter parallel gegenüber gestellten Glasstreifen eine Art Legirung aus Platin und Gold niedergeschlagen. Der Widerstand einer solchen Schicht ändert sich aber in der Zeit nach der Herstellung sehr stark, nach Fawcett in Folge des Entweichens absorbirter Gase und auch durch molekulare Umlagerung. Der Verf. giebt an, dass es gelingt, konstante Widerstände zu erzielen, wenn man die mit der Metallschicht bedeckten Glasstreifen unter vermindertem Druck mehrere Stunden in einem nichtleitenden und chemisch inaktiven Oel kocht. Der Widerstand muss *dauernd* in einer mit Oel gefüllten, evakuirten Glasröhre aufbewahrt werden; diese Komplikation dürfte geeignet sein, die Verwendung derartiger Widerstände für viele technische Zwecke in Frage zu stellen.

Verf. theilt Messungen an drei Widerständen von etwa 0,1, 0,16 und 0,5 *Megohm* mit, die sich über sieben Monate erstrecken und keine grössere Abweichung vom Mittel als 0,01 % ergeben haben. Der Temperatur-Koëffizient ist auffallend klein, nämlich nur 0,01% für 1° C. Je dünner die niedergeschlagene Schicht ist, desto geringer wird der Temperatur-Koëffizient. Der Verf. hält es sogar nicht für unmöglich, Widerstände mit dem Temperatur-Koëffizienten Null zu erhalten. Diese Umstände dürften dafür sprechen, dass man es hier nicht lediglich mit Legirungen von Platin und Gold zu thun hat. Das Abgleichen der Widerstände geschieht durch Einritzen von Strichen mit einer Nadel.

Ob die Widerstände auch *Wechselströme* vertragen, scheint der Verf. nicht untersucht zu haben. *Lck.*

Die Einwirkung langdauernder Erhitzung auf die magnetischen Eigenschaften des Eisens.

Von S. R. Roget. *Electrician.* **41.** *S. 182. 1898.*

Partridge hat vor einigen Jahren gefunden, dass der Hysteresisverlust im Eisen der Transformatoren mit der Zeit wächst; es wurde dann namentlich durch Mordey nachgewiesen, dass diese Erscheinung durch die langdauernde Erhitzung hervorgerufen würde; Roget hat jetzt auf Ewing's Veranlassung weitere Versuche in dieser Richtung angestellt.

Die Bestimmung der Hysteresis wurde mit dem für diesen Zweck von Ewing konstruirten Apparat vorgenommen, wobei die Induktion zwischen + 4000 und — 4000 *C.G.S.*-Einheiten oszillirte. Die Proben bestanden aus Transformatorenblechen aus schwedischem Eisen und wurden in kleinen Oefen erhitzt; die niederen Temperaturen wurden mit dem Thermometer, die höheren mit einem Widerstandsdraht aus Platin gemessen. Hin und wieder wurden die Proben aus dem auf konstanter Temperatur gehaltenen Ofen herausgenommen und bei Zimmertemperatur gemessen.

Unter 40° ist eine Veränderung des Materials nicht wahrzunehmen; zwischen 40° und 135° wächst die Hysteresis erst rasch, dann langsam mit der Zeit. Steigt die Temperatur über 135°, so nimmt die Hysteresis im Anfang ausserordentlich rasch zu, geht — meist nach wenigen Tagen — durch ein Maximum und nimmt dann langsam wieder ab; z. B. verdoppelt sich die Hysteresis bei einer Erwärmung auf 160° in einigen Stunden; nach etwa 5 Tagen hat sie fast den dreifachen Werth erreicht, dann sinkt sie und ist nach 15 Tagen noch etwa

$2^1/_2$ mal so gross als im Anfang. Für 180° scheint das Maximum am höchsten zu liegen. Steigert man die Temperatur höher, so wird das Maximum immer kleiner. Zur Kontrole wurde derselbe Versuch auch mit einem Ring gemacht, dessen Magnetisirungskurve jedesmal mit dem ballistischen Galvanometer aufgenommen wurde. Die Resultate waren dieselben.

E. O.

Neue erdmagnetische Intensitätsvariometer.

Von A. Heydweiller. *Wied. Ann.* **64.** *S. 735. 1898.*

Das Prinzip des in dieser Abhandlung beschriebenen Instrumentes beruht auf der gegenseitigen Einwirkung zweier übereinanderliegender, frei beweglicher Magnetnadeln mit gemeinsamer Drehungsachse. Ihre vertikale Entfernung wird so gewählt, dass jede derselben mit dem magnetischen Meridian einen Winkel von 45° bildet. Einer Aenderung der Horizontal-Intensität entspricht dann eine proportionale Drehung der Nadeln. Die vom Verf. benutzten Nadeln haben 5 bis 7 *cm* Länge, etwa 1,4 *g* Gewicht und schwingen auf Spitzen in einem Abstand von 6,4 *cm*. Die untere Nadel besitzt zwei leichte Aluminiumzeiger, deren Enden bis dicht unter die Spitzen der oberen Nadel geführt sind und eine Glastheilung tragen, auf welcher die Stellung derselben auf 0,1° abgelesen werden kann.

Die Theorie des Instrumentes ist eine einfache. Ist H die Horizontalkomponente an einem Orte, an dem die Nadeln einen rechten Winkel miteinander bilden, H' der zu suchende Werth an einem zweiten Orte, an welchem die Abweichung von der Normalstellung ε beobachtet wird, so ist abgesehen von Korrektionsgliedern $\frac{H'-H}{H}=\varepsilon$. Der Polabstand und der Nadelmagnetismus nebst Temperatureinfluss kommen nur in Korrektionsgliedern in Betracht. Man beobachtet die Grösse ε, indem man die Lage der Nadeln zum Meridian vertauscht, also eigentlich das Vierfache des Betrages.

Dieser Umstand, der eine gute Genauigkeit verbürgt, sowie die Unabhängigkeit vom Moment der Nadeln, ferner der Umstand, dass Drehungen des Instrumentstativs nur von geringer Bedeutung sind, machen das Instrument zu Beobachtungen geschickt, bei denen schneller Transport nöthig ist oder die Aufstellung überhaupt unsicher ist. Man darf daher wohl die Erwartung aussprechen, dass dasselbe mit Vortheil zur Bestimmung der Intensität an Bord der Schiffe wie im Luftballon, wofern überhaupt in demselben Beobachtungen möglich sind, wird verwendet werden können. Es kann in letzterem Falle sogar dem Luftschiffer zu einem sehr erwünschten Orientirungsmittel werden. Verf. schlägt vor, das Instrument auch zu feineren Messungen zu verwenden, indem man es mit Fadenaufhängung versieht, ferner es bei entsprechender Orientirung auch als Vertikalvariometer zu benutzen.

Es muss noch erwähnt werden, dass die Anwendung der sich kreuzenden Nadeln bereits von Prof. Stamkart vor etwa zwanzig Jahren ausgeführt und in den Berichten der Amsterdamer Akademie von 1874 beschrieben worden ist.

Esch.

Neu erschienene Bücher.

E. Becker, Theorie der Mikrometer und der mikrometrischen Messungen am Himmel. Lex.-8° m. 73 Abbild. im Text u. 3 Taf. (Sonderabdruck aus Valentiner, Handwörterbuch der Astronomie.) Breslau 1899. Leinenband 7.00 M.

Wenn das genannte Buch auch als Sonderabdruck eines enzyklopädischen grösseren Werkes erscheint, so besitzt es doch eine so in sich abgeschlossene Form, dass es sehr wohl als selbständiges Werk angesehen werden kann, zumal es seinem Inhalte und der Art der Behandlung nach als einer der bei weitem besten und klarsten Theile des genannten Handwörterbuches angesehen werden muss. Nur wenige Spezialgebiete sind dort in solch musterhafter Behandlung vertreten.

Wie der Verfasser in dem kurzen Vorwort sagt, hat er beabsichtigt, die in den Lehrbüchern der sphärischen Astronomie, namentlich nach der technischen Seite hin, meist nur

recht stiefmütterlich behandelten Mikrometermessungen in eingehender Weise sowohl bezüglich der Beschreibung der verwendeten verschiedenen Mikrometerapparate — mit Ausschluss des eigentlichen Objektivheliometers — als auch die Auswerthung der damit erlangten Resultate zu erläutern und so darzustellen, dass ein angehender Astronom sich mit den verschiedenen Typen der Mikrometer leicht vertraut machen kann.

Nicht nur diese Absicht ist dem Verfasser wohl gelungen, sondern auch mancher erfahrenere Praktiker wird in dem Werkchen sich Rath holen können. Einmal mit Rücksicht auf die historische Entwickelung der einzelnen Mikrometertypen und andererseits bezüglich der zweckmässigen Anordnung der Beobachtung und Berechnung behandelt der Verfasser manche weniger bekannte Form und giebt bequeme Schemata mit gut ausgewählten Beispielen.

Näher auf den speziellen Inhalt eingehend ist zu bemerken, dass derselbe in fünf Hauptabschnitte eingetheilt ist, von denen vier der Besprechung der verschiedenen Mikrometerarten gewidmet sind, während sich der fünfte mit den Korrektionen beschäftigt, welche an den Resultaten der Mikrometerbeobachtungen anzubringen sind wegen der Wirkungen der Präzession, Nutation und Aberation, also wegen der verschiedenen Bewegungsformen der Erde im Raume.

Die Reduktionen der Beobachtungen von dem jeweiligen Beobachtungsorte auf den Erdmittelpunkt (Parallaxe) und diejenigen wegen des Einflusses der Strahlenbrechung in der Atmosphäre sind, weil für die einzelnen Mikrometerarten z. Th. verschieden, in die vier ersten Abschnitte mit aufgenommen.

In diesen Abschnitten bespricht der Verfasser der Reihe nach zunächst diejenigen Mikrometer, welche die Rektaszensions- und Deklinations-Unterschiede zweier Gestirne mittels einfacher Fäden, Lamellen oder Kreisringen, die in der Fokalebene des Objektivs angebracht sind, zu bestimmen gestatten. Ein Theil dieser Mikrometer erfüllt ausserdem noch den Zweck, die Beobachtung schwacher Objekte im unbeleuchteten Gesichtsfelde auszuführen.

Gewissermaassen als historische Einleitung zu dieser Abtheilung beschreibt der Verf. kurz die Mikrometer von Malvasia (Montanari), Zahn und Tobias Mayer, welche eigentlich nur zum Schätzen der angularen Grösse der Objekte dienten. Dann folgen die quadratischen und rautenförmigen Netze, welche Cassini, Bradley, Flaugerques und Burkhardt als Mikrometer vorschlugen und z. Th. selbst benutzten. Besondere Beachtung verdient darunter das Bradley'sche Rautennetz namentlich in der Form, wie es Lacaille am Kap zu einer sehr grossen Anzahl seiner Beobachtungen benutzte, während das Cassini'sche Quadratnetz als der entsprechende Vorläufer unsrer heutigen Kreuzstabmikrometer angesehen werden kann; zur Ausführung des letzteren führt allerdings erst der Weg über die von Boguslawsky, H. C. Vogel und Kempf benutzten Lamellen. Insofern würden die diese Mikrometer behandelnden Paragraphen vielleicht besser vor das Kreis- und Ringmikrometer zu setzen gewesen sein.

Der letzteren mikrometrischen Einrichtung ist eine sehr eingehende Behandlung gewidmet, was bei der ausserordentlich häufigen Verwendung auch insofern gerechtfertigt erscheint, als das Ringmikrometer gegenüber den in den folgenden Paragraphen besprochenen Lamellenmikrometern immerhin noch manche Vorzüge besitzt. Die Bestimmung der Konstanten des Ringmikrometers und die Berechnung der mit einem solchen erhaltenen Beobachtungen ist immerhin etwas umständlicher, als dies für das Kreuzstabmikrometer der Fall ist. Namentlich die genau zu erfüllende Forderung der stets gleichen Stellung zum Objektiv erfordert Beachtung, dagegen bedingt sowohl eine einfache Lamelle als auch der Kreuzstab entweder die durch Beobachtung mit zu ermittelnde Kenntniss ihres Positionswinkels oder im letzteren Falle die genaue Orientirung nach dem wahren oder scheinbaren Parallel.

Für parallaktisch montirte Instrumente ist diese Forderung, besonders wenn der Okularstutzen mit einem Positionskreis versehen ist, leicht zu erfüllen, dagegen für azimutal montirte oder nur ganz einfach auf Stativ befestigte Fernrohre ist dieses nicht der Fall und dann ist das Ringmikrometer entschieden vorzuziehen. An diese Betrachtungen knüpft der Verfasser die Methoden der Berechnung der erhaltenen Beobachtungen und leitet besonders

auch die etwa anzubringenden Korrektionen ab, falls der mikrometrische Apparat weder der idealen Gestalt noch der theoretisch geforderten Stellung genau entspricht.

Neben dem einfachen Ringmikrometer wird auch die von Kobold vorgeschlagene Benutzung zweier nebeneinander gelegener Ringe von gleichem Durchmesser, sowie im Anschluss an die Lamellenmikrometer das Fraunhofer'sche Lampen-Netz-Mikrometer erwähnt.

Der zweite Abschnitt behandelt das Schraubenmikrometer zunächst historisch (Mikrometer von Gascoigne, Kirch, W. Herschel, Lalande und einige andere) und enthält sodann eine erschöpfende Besprechung der neueren Formen dieser Mikrometer nach Fraunhofer, Troughton, Pistor & Martins, Bamberg, Clark. Grubb und besonders nach Repsold[1]).

Nachdem noch ausser den Registrirvorrichtungen von Rogers, Vogel und Repsold auch dem Deklinographen von Knorre eine namentlich ihre mehr oder weniger vielseitige und bequeme Anwendbarkeit behandelnde Besprechung gewidmet worden ist, geht der Verfasser zu der eingehenden Behandlung der Reduktionsformeln über. Eine recht ausführliche Behandlung erfahren die der Untersuchung der Schrauben gewidmeten Abschnitte, was um so dankenswerther ist, als selbst bei Bessel die in Betracht kommenden Formeln nicht so ausführlich entwickelt und erläutert werden. Ref. hält besonders den Hinweis auf die verschiedenen Ursachen, durch welche sogen. „periodische Fehler der Schrauben" erzeugt werden können, für sehr am Platze, da gerade über diesen Punkt nicht immer die nöthige Klarheit in den Lehrbüchern anzutreffen ist.

Die zweckmässigsten Methoden sowohl zur Bestimmung der periodischen als der fortschreitenden Fehler der Messschraube werden angegeben und auch hier die Rechnungen durch entsprechende Beispiele erläutert.

Das dritte Kapitel ist den Doppelbildmikrometern — wie schon erwähnt mit Ausschluss des eigentlichen Objektiv-Heliometers — gewidmet. Nach der wiederum historisch gehaltenen Besprechung der Apparate von Amici, Ramsden, Dollond und Jones werden zunächst diejenigen Doppelbildmikrometer erläutert, bei denen die Verdoppelung durch Theilung des Strahlenkegels mittels einer durchschnittenen Linse des Okulars bewirkt wird. Besonders dem durch Kaiser in Leiden berühmt gewordenen Airy'schen Mikrometer ist eine eingehende Erörterung gewidmet, was um so mehr berechtigt erscheint, als dieses Mikrometer das einzige dieser Art sein dürfte, welches zu vorzüglichen Beobachtungsresultaten geführt hat. Von besonderem Interesse ist dabei die Abbildung des Leidener Exemplars, die meines Wissens die einzige vorhandene Darstellung ist, die bisher bekannt wurde, denn in den Airy'schen Abhandlungen finden sich nur die Anweisungen für dessen Konstruktion und die Theorie desselben, aber keine Abbildung. Der Verfasser betont in seinen Entwickelungen auch die Schwierigkeiten der Bestimmung des angulären Werthes einer Umdrehung der Messschraube, den Hauptmangel des fraglichen Instruments, der ihm nach den Verbesserungen, die Valz eingeführt hat (Konkavlinse), noch verblieben ist.

Die Mikrometer von Steinheil (zwei gegeneinander drehbare Prismen) und von Clausen (Drehung einer oder zweier planparalleler Glasplatten, Helmholtz' Ophthalmometer) werden noch aufgeführt und der Verfasser wendet sich sodann zu denjenigen Doppelbildmikrometern, bei denen die Verdoppelung durch die Einführung doppelbrechender Medien (Krystalle) bewirkt wird. Die älteren Formen sind die von Rochon, Arago und Dollond[2]) angegebenen, die sich aber alle nur geringer Verbreitung erfreut haben.

Eingehend behandelt sodann der Verfasser das von V. Wellmann angegebene Mikrometer, welches wohl im Prinzipe nicht neu, aber doch von Wellmann konstruktiv vorzüg-

[1]) Eine Erwähnung der neueren Mikrometerkonstruktionen von Saegmüller wäre vielleicht noch zu wünschen gewesen, da dieser die Spiralfedern durch Uhrfedern ersetzt, die nach Art der Anordnung in den Chronometern den Schlitten mittels einer Kette zurückziehen. Merkwürdigerweise hat auch schon J. G. Repsold in den Mikrometern der Ablesemikroskope seines Meridiankreises eine ganz ähnliche Einrichtung zur Anwendung gebracht.

[2]) In Pearson's *Practical Astronomy* findet man eine ganze Reihe solcher Mikrometer beschrieben und abgebildet, theilweise von recht unpraktischer Konstruktion. — D. Ref.

lich durchgebildet wurde. Der Verlauf der Lichtstrahlen in diesen und mit ähnlichen Krystallen ausgerüsteten Mikrometern ist von Wellmann und später von M. Brendel näher untersucht werden und hat zu einer Theorie dieser Mikrometer geführt, welche in dem vorliegenden Werke in ihren Hauptzügen mitgetheilt wird. Auch hier sind mehrere Paragraphen der Frage nach der zweckmässigsten Benutzung solcher Mikrometer sowie der Bestimmung ihrer Konstanten und ihrer Fehler gewidmet. Zwei Beispiele machen auch in diesem Falle den Gebrauch des Apparates und die Anordnung der Rechnung anschaulich. Es ist keine Frage, dass das Wellmann'sche Mikrometer das zweckmässigste seiner Art ist und dass es im Laufe der Zeit eine seiner Brauchbarkeit (kleine Distanzen, bei denen die Objektiv-Doppelbildmikrometer versagen) entsprechende Anwendung immer mehr finden wird. — Den Schluss dieses Kapitels bildet die Beschreibung des von G. Bigourdan angegebenen Mikrometers[1]). Dieser bisher noch weniger bekannte Apparat besteht aus zwei Bergkrystallprismen von gleicher Dicke, die vor dem Okular eines Fernrohres so angebracht sind, dass das eine derselben mit dem Okular fest verbunden ist, während das davorliegende auf einem Positionskreise montirt ist, der sich um die optische Achse des Fernrohres drehen lässt. Diese Prismen sind so aus dem Krystall geschnitten, dass in beiden eine Doppelbrechung erfolgt, man also vier Bilder eines Objektes, z. B. eines Jupitermondes, erhält. Durch geeignete Drehung des zweiten Prismas können die im Allgemeinen an den Ecken einer Raute stehenden Bilder so gestellt werden, dass sich einmal das eine Paar und dann das andere Paar der diagonal stehenden Bilder von der einen und der anderen Seite berührt. Aus der gemessenen Drehung des vorderen Prismas und der bekannten Maximalelongation (die auf anderem Weg ähnlich wie beim Wellmann'schen Instrument bestimmt werden muss) lässt sich dann der Durchmesser solcher Scheibchen bestimmen. Das Mikrometer eignet sich daher namentlich zur Messung der Durchmesser der kleinen Planeten oder der Trabanten des Jupiter, Saturn u. s. w.

In dem vierten Abschnitt hat der Verf. noch kurz die in neuerer Zeit von A. Michelson und von K. Schwarzschild angegebenen Interferenzmikrometer beschrieben. Beide benutzen zur Messung kleiner Distanzen die Interferenzbilder, welche man erhält, wenn man das Objektiv eines Fernrohres durch mehr oder weniger weite Gitter von parallelen Lamellen abblendet, sodass nur schmale Streifen desselben zur Wirkung kommen. Die Anordnung dieser Interferenzbilder ist dann von der Wellenlänge des Lichtes und von der Breite der Lamellen und der freien Objektivstreifen abhängig. Die Beobachtung des Verschwindens der Licht-Maxima und Minima bei Variation der Streifenbreite wird dann ein Mittel zur Bestimmung der Dimensionen des Objektes liefern.

Es liegen bis jetzt aber noch zu wenig wirklich ausgeführte Messungen vor, um ein Urtheil über die Brauchbarkeit dieser Apparate zu gewinnen, wenn auch nicht verkannt werden darf, dass denselben theoretisch eine grosse Genauigkeit zugesprochen werden muss. Auch Ref. möchte sich den Bedenken anschliessen, welche der Verfasser in dem Schlusswort zu diesem Abschnitt andeutet, indem er sagt: „Dagegen ist noch nicht ausgemacht, ob nicht durch das verschiedene Aussehen der Beugungsbilder in Färbung und Ausbreitung systematische Fehler zu befürchten sind. In jedem Falle scheint es rathsam, die Anwendung der Mikrometer nur auf kleine Distanzen zu beschränken."

Alle Erörterungen sind durch ein reiches und gut gewähltes Figuren-Material sehr erheblich unterstützt, von denen diejenigen Zeichnungen, welche schematischer Natur sind oder geometrische Skizzen betreffen, auch als durchaus gut bezeichnet werden können, während von den Darstellungen nach Photographien und ähnlichen Vorlagen das leider nicht durchweg gesagt werden kann. *L. Ambronn.*

[1]) G. Bigourdan, *Compt. rend.* **123.** *S. 1048. 1896*; Referat in *dieser Zeitschr.* **17.** *S. 124. 1897.*

Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. H. Landolt, Vorsitzender, Prof. Dr. A. Westphal, geschäftsführendes Mitglied, Prof. Dr. E. Abbe, Dr. H. Krüss.

Redaktion: Dr. St. Lindeck in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang. **April 1899.** Viertes Heft.

Apparat und Methode zur photographischen Messung von Flächenhelligkeiten.

Von

Dr. J. Hartmann in Potsdam.

Auf einer richtig belichteten und entwickelten photographischen Platte entspricht die Schwärzung der verschiedenen Stellen des Bildes, wenn man von den Erscheinungen der Solarisation absieht, eindeutig der photographischen Helligkeit an den betreffenden Punkten des aufgenommenen Gegenstandes, und man kann daher aus dem Grade der Schwärzung auf die Helligkeit des Objektes schliessen. Um eine derartige photographische Helligkeitsmessung in exakter Weise ausführen zu können, hat man Folgendes zu beachten. Unter der Helligkeit eines Objektes ist hier stets die Summe derjenigen auf die angewandte Platte wirksamen Lichtstrahlen zu verstehen, welche, von dem Objekte ausgehend, nach Durchdringung der zwischenliegenden Medien wirklich bis zur empfindlichen Schicht gelangen. Wie viel von den vom Objekte ausgesandten Strahlen, für welche die betreffende Platte noch empfindlich wäre, unterwegs durch Absorption in der Luft sowie in den Linsen und sonstigen optischen Theilen des photographischen Apparates verloren geht, wird von der Anordnung des Versuches abhängen und in jedem einzelnen Falle durch eine besondere Untersuchung zu bestimmen sein. Diese Definition der photographischen Helligkeit entspricht genau derjenigen der optischen Helligkeit, wie sie mit den gebräuchlichen Photometern gemessen wird; denn auch bei der optischen Messung wird nur die Intensität derjenigen Strahlen bestimmt, die von der Lichtquelle thatsächlich bis zu dem Auge des Beobachters gelangen, und für die dieses Auge auch empfindlich ist. Es werden daher sowohl zwischen den Augen verschiedener Beobachter, wie zwischen verschiedenen Plattensorten Unterschiede in der Intensitätsbestimmung — namentlich bei verschieden gefärbten Lichtquellen — zu erwarten sein, und nur Messungen mit dem Spektrophotometer, seien dieselben optisch oder photographisch ausgeführt, sind frei von dieser subjektiven Definition der Helligkeit.

Ein prinzipieller Unterschied zwischen der photographischen Methode und der optischen tritt erst ein durch die Eigenschaft der photographischen Schicht, dass ihre Schwärzung nicht allein von der Intensität des darauf gefallenen Lichtes, sondern auch in gleichem Grade von der Dauer der Belichtung, von der Empfindlichkeit der Schicht und von der Art der Entwicklung abhängig ist. Zwar ist innerhalb gewisser Grenzen die Richtigkeit des Bunsen-Roscoe'schen Gesetzes, nach welchem die Schwärzung dem Produkte aus Intensität und Belichtungsdauer proportional verläuft, auch für Bromsilbergelatine-Platten von verschiedenen Seiten nachgewiesen worden. Einen nur in speziellen Fällen richtigen Satz, dessen Gültigkeit man erst durch photo-

metrische Messnngen beweisen kann, darf man jedoch nicht zur Grundlage eben solcher Messungen machen, nnd aus diesem Grunde sind photometrische Methoden, welche die verschiedene Belichtungsdaner einzelner Theile einer photographischen Platte als Maassstab der Helligkeit verwenden, zu verwerfen. So ist anch die rotirende Scheibe mit verschieden grossen sektorförmigen Ausschnitten, die zu sensitometrischen Vergleichungen, bei denen es gerade auf die Ermittelung derjenigen *Belichtungszeiten* ankommt, die anf verschiedenen Platten gleiche Schwärzungen ergeben, sehr geeignet ist, zur Messung von *Lichtintensitäten* nicht zn branchen.

Als einzige, von nnnöthigen Voraussetznngen möglichst freie Grundlage einer photographisch-photometrischen Methode kann man nur den Satz zulassen: zwei Lichtqnellen sind photographisch gleich hell, wenn sie auf ein und derselben Platte in gleichen Belichtnngszeiten gleiche Schwärzung erzengen.

Es wird hierhei nur voransgesetzt, dass jede Platte in ihrer ganzen Oherfläche eine gleichmässige Empfindlichkeit besitzt, sowie dass die Entwicklnng nnd sonstige Behandlnng der Platte dnrchaus gleichartig an allen ihren Punkten erfolgt. Wollte man diese heiden Annahmen nicht machen, so würde eine photometrische Verwerthung photographischer Aufnahmen überhanpt ausgeschlossen sein.

Soll irgend eine Lichtqnelle L mit einer Normallampe N verglichen werden, so belichtet man mit L eine Stelle der Platte eine bestimmte Zeit lang ans einer genau gemessenen Entfernung; an einer henachharten Stelle der Platte erzeugt man eine Skale, deren einzelne Felder durch genan ehen so lange Belichtung in verschiedenen Entfernnngen von der Normallampe gewonnen werden. Man hat dann nnr noch zu ermitteln, welchem Felde der Skale die durch die Lichtquelle L hervorgebrachte Schwärznng entspricht, um daraus direkt nach dem photometrischen Grundgesetze die Helligkeit von L, in Einheiten der Normallampe ansgedrückt, herechnen zu können. In genan der gleichen Weise kann man die einzelnen Stellen eines Bildes, welches mit irgend einem photographischen Apparat aufgenommen ist, durch eine anf derselhen Platte hergestellte Normalskale photometrisch ausmessen, nur ist hierbei zu beachten, dass die so gefnndene Helligkeit des Bildes, wie schon oben erwähnt wurde, nicht ohne Weiteres der Helligkeit des Ohjektes gleich gesetzt werden darf.

Dnrch das hier angegehene Verfahren wird es ermöglicht, alle Erscheinnngen, die überhanpt photographisch anfgenommen werden können, anch photometrisch auszumessen. Insbesondere kann man Ohjekte, die sich wegen ihrer Lichtschwäche, ihrer schnellen Veränderlichkeit oder ans anderen Gründen der direkten photometrischen Beohachtnng hisher entzogen hahen, anf diese Weise leicht ausmessen. Ich will hier nur daran erinneru, wie mühsam seither wegen der immerfort wechselnden Beleuchtnng eine genaue Vergleichnng der Helligkeit der einzelnen Formationen der Mondoherfläche war, während man anf einer Mondaufnahme, die in einer Sekunde zn erhalten ist, die momentane Lichtvertheilung festhalten und nachträglich in aller Schärfe an beliehig vielen Pnnkten des Bildes ausmessen kann. Ebenso ist die Helligkeit von Kometen nnd Nehelflecken auf diesem Wege leicht zu bestimmen.

Die eigentliche Beobachtnng besteht hei dieser photometrischen Methode in der Vergleichnng des Bildes mit den Feldern der Skale, die sich auf derselben Platte befindet. Auch hei den sensitometrischen Messungen ist eine derartige Vergleichung auszuführen, nur hefinden sich dann die beiden geschwärzten Stellen auf zwei verschiedenen Platten. Man hat bisher diese Beobachtung meistens in der Weise ausgeführt, dass man — eventnell nach Dnrchschneidnng der Platten — die Skale dicht neben diejenige Stelle der Platte legte, deren Schwärzung gemessen werden sollte,

und dann abschätzte, welcher Stufe der Skale die betreffende Schwärzung entsprach. Dieses Verfahren ist jedoch weder sehr zuverlässig, noch auch immer anwendbar. Liegt die auszumessende Stelle inmitten von Gebieten anderer Schwärzung und soll die Platte nicht zerschnitten werden, so kann man die Skale nicht nahe genug heranbringen, wodurch die Einschätzung sehr unsicher wird. Doch selbst wenn es gelingt, die beiden zu vergleichenden Felder in unmittelbare Berührung zu bringen, so ist dieses Verfahren noch nicht gänzlich einwandsfrei, da eine eigenthümliche optische Erscheinung die genaue Schätzung der Schwärzung erschwert. Bei allen Skalen, die aus einer Reihe dicht an einander stossender Felder verschiedener Schwärzung bestehen, erscheint nämlich, wenn auch auf Grund ihrer Entstehung die Schwärzung innerhalb jedes einzelnen Feldes vollkommen konstant ist, trotzdem jedes Feld abschattirt, und zwar um so dunkler, je näher es dem benachbarten helleren Felde kommt; die Begrenzung gegen dieses Nachbarfeld giebt sich als eine Linie von besonderer Dunkelheit zu erkennen. Es geht hieraus hervor, das sich das Auge bei der Beurtheilung der Helligkeit einer Fläche in hohem Grade durch die Helligkeit der angrenzenden Flächentheile beeinflussen lässt. Bei der exakten Messung von Flächenhelligkeiten ist es demnach unerlässlich, das zu beobachtende Flächenstück gänzlich aus seiner Umgebung zu isoliren.

Die genannten Gesichtspunkte waren maassgebend bei der Konstruktion des im Folgenden beschriebenen Messapparates, den man, da er eine Vereinigung von Mikroskop und Photometer ist, als Mikrophotometer bezeichnen kann. Der Apparat wurde vom Mechaniker O. Toepfer in Potsdam für das Astrophysikalische Observatorium in musterhafter Weise ausgeführt und soll zur photographischen Messung von Flächenhelligkeiten an Himmelskörpern und deren Spektren Verwendung finden.

In Fig. 1 ist eine Gesammtansicht des Instrumentes und in Fig. 2 ein senkrechter Durchschnitt desselben gegeben. Parallel zu einer horizontalen Grundplatte UU' wird von vier Säulen Z ein runder Tisch von 25 *cm* Durchmesser getragen. Die Oberfläche L desselben wird von einer mattschwarzen Ebonitplatte gebildet und ist so geräumig, dass man auch die Randpartien grösserer Platten über die in der Mitte des Tisches befindliche Lichtöffnung bringen kann, ohne irgend eine Befestigung der Platte nöthig zu haben. Senkrecht über der Lichtöffnung befindet sich das Objektiv eines gebrochenen Mikroskops ABG, dessen optische Theile so berechnet sind, dass man mittels des durch den Trieb H verstellbaren Objektivs ein scharfes Bild des Plattenkornes in der Mitte der Basis des rechtwinkligen Reflexionsprismas B entwerfen und mit dem positiven Okular A beobachten kann. Die Vergrösserung ist 12-fach.

Das Prisma besitzt die von Lummer und Brodhun[1]) angegebene Einrichtung, die aus Fig. 3 näher ersichtlich ist. Auf die Basis ab des Prismas B ist nämlich ein zweites, genau gleiches Prisma C derart aufgekittet, dass nur noch auf der kleinen Stelle gh Reflexion stattfindet, während ringsum die Strahlen ungehindert aus einem Prisma in das andere übergehen. Man erreicht dies, indem man entweder vor dem Zusammenkitten in der Mitte der Basis des Prismas C eine kleine Vertiefung anbringt, oder noch einfacher, indem man die gewünschte Stelle auf der Basis von B versilbert und dann die Prismen zusammenkittet. Durch den so entstandenen Würfel kann man dann in der Richtung ABD (Fig. 1 u. 2) ungehindert hindurchsehen, während man in dem kleinen, in seiner Mitte befindlichen Spiegel die aus G kommenden Strahlen wahrnimmt. Die Form und Grösse, welche man diesem Spiegel geben will, richtet sich

[1]) Siehe *diese Zeitschr.* **9.** *S. 41. 1889.*

nach der Natur der auszumessenden Objekte, und es können dem Apparate verschiedene Prismen-Kombinationen beigegeben werden. Sollen kreisförmig begrenzte Gebiete der zu untersuchenden Platte beobachtet werden, so hat der Spiegel die Form einer Ellipse, deren in der Richtung gh liegende grosse Achse sich zur kleinen verhält wie $\sqrt{2}:1$; ebenso ist das Verhältniss der Seiten einer rechteckigen Oeffnung zu wählen, wenn man Quadrate in der Platte messen will. Der für das Astrophysikalische Observatorium gelieferte Apparat erlaubt die Schwärzung von Gebieten zu messen, die genau kreisförmig begrenzt sind und einen Durchmesser von 0,12 *mm* haben.

In D befindet sich ein zweites, mit G genau übereinstimmendes Mikroskopobjektiv, welches mittels des Triebes E auf die Schicht einer in O (Fig. 2) befindlichen Platte so eingestellt werden kann, dass das Bild ebenfalls in der Mitte des Doppelprismas liegt. In das Okular A sehend, wird man demnach in der Mitte des Gesichtsfelds ein kleines Stück der auf den Tisch L gelegten Platte erblicken, während rings das übrige Gesichtsfeld vom Bilde der Platte O erfüllt wird.

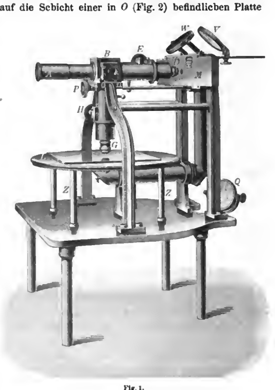


Fig. 1.

Die Platte O ist der eigentlich messende Theil; man kann sie als einen auf photographischem Wege hergestellten Photometerkeil bezeichnen. Sie ist 90 *mm* lang und 20 *mm* breit, und in ihrer Schicht ist eine in der Längsrichtung der Platte möglichst gleichmässig zunehmende Schwärzung hervorgebracht. Die Herstellung dieses Keils, der womöglich aus derselben Plattensorte, wie die auszumessende Platte zu entnehmen ist, kann auf verschiedene Art erfolgen, so durch Belichtung hinter einer rotirenden Scheibe mit spiralförmig begrenztem Ausschnitt oder in einem Halbschattengebiet, ferner durch gleichförmiges Fortbewegen eines Schiebers vor der Platte, während dieselbe belichtet wird, oder durch Kopirung eines anderen derartigen Keils. Nach welchem Gesetze die Zunahme der Schwärzung im Keil erfolgt, ist ziemlich gleichgültig, nur dürfen keine Sprünge stattfinden.

Der Keil wird in einem Schieber N (Fig. 2) befestigt, der innerhalb des Rahmens M durch den Zahntrieb P senkrecht zur Mikroskopachse verschoben werden kann. Die Stellung des Schiebers im Rahmen wird an einer mit Nonius versehenen Millimetertheilung, die durch die beiden Spiegel V und W beleuchtet wird und sich für den am Okular sitzenden Beobachter in deutlicher Sehweite befindet, abgelesen. Der

Keil wird in dem Schieber durch zwei zu einander senkrechte Anschläge und Federn festgehalten. Man kann ihn nach Belieben umkehren, was zur Eliminirung gewisser Fehler wichtig ist, oder gegen einen anderen vertauschen. Die Schichtseite der Platten wird natürlich immer den Mikroskopobjektiven zugekehrt.

Besondere Sorgfalt wurde bei der Konstruktion des Apparates auf die gleichmässige Beleuchtnng beider Platten verwendet. Man kann sowohl bei Tageslicht, als auch bei künstlicher Beleuchtnng die Messungen ausführen. Arbeitet man mit diffusem Himmelslicht oder, bei sehr dichten Schwärzungen, mit direktem Sonnenlicht, so werden die Lichtstrahlen von dem beliebig drehbaren Spiegel Q[1]) senkrecht auf die Milchglasplatte R geworfen, gelangen von dieser, nach beiden Richtungen unter einem Winkel von 45° austretend, durch allseitig geschlossene Rohre zu den Planspiegeln S und T, welche nun weiter die beiden photographischen Platten senkrecht beleuchten. An die Stelle des Spiegels Q kann man auch eine Lampe setzen, die ihr Licht direkt senkrecht auf die Platte R wirft; diese Beleuchtungsweise hat sich bei meinen Messungen am meisten bewährt. Schwankungen in der Helligkeit der Lichtquelle sind auf die Messungen ohne jeden Einfluss, jedoch ist darauf zu achten, dass während einer Messungsreihe die Richtung, in welcher die Platte R beleuchtet wird, nicht geändert wird, was namentlich bei Benntznng direkter Sonnenstrahlen leicht eintreten kann.

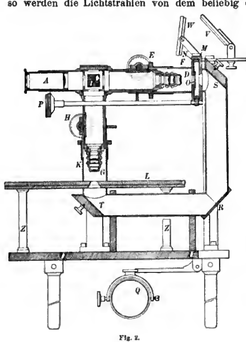


Fig. 2.

Die Spiegel S und T können zur Reinigung leicht aus den Rohren herausgezogen werden. Um alles Seitenlicht fern zu halten, sind über die Objektivenden der Mikroskope noch die Hülsen F und K geschoben; man bringt F bis zur Berührung mit dem Rahmen M, während K bis auf wenige zehntel Millimeter der auszumessenden Platte genähert wird.

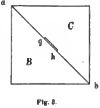


Fig. 3.

Wie aus der vorstehenden Beschreibung hervorgeht, ist der Lichtweg von der Mattscheibe R an bis zum Austritt aus dem Okular vollständig geschlossen und für beide Mikroskope vollkommen gleichartig. Trotz dieser Gleichheit der beiden optischen Systeme soll der Apparat nicht zur direkten Vergleichung von zwei geschwärzten Stellen dienen, sondern die beiden mit einander zu vergleichenden Stellen werden nach

[1]) Der Spiegel nimmt dann die Stellung ein, in der er in Fig. 1 erscheint. Bei Anwendung von Lampenlicht wird der den Spiegel tragende Arm um das bei U' befindliche Gelenk herumgeschlagen, wodurch Q unter die Grundplatte zu liegen kommt, wie in Fig. 2 angegeben ist.

einander auf den horizontalen Tisch unter das Mikroskopobjektiv *G* gebracht und mit dem Keil verglichen. Hierdurch wird erreicht, dass die beiden mit einander zu vergleichenden Stellen unter vollkommen identischen Verhältnissen beobachtet werden.

Die Messungen mit diesem Apparate gehen demnach in folgender Weise vor sich. Nachdem man einen passenden Keil in den Schieber eingesetzt und die Beleuchtung so geregelt hat, dass die Mattscheibe *R* senkrecht beleuchtet wird, stellt man zuerst das Okular scharf auf den Rand des kleinen Spiegels im Doppelprisma ein, schiebt die Hülse *F* bis an den Rahmen *M* heran und fokussirt mit dem Trieb *E* auf das Korn des Keils. Auf den Tisch legt man dann die auszumessende Platte, fokussirt auf diese mit dem Trieb *H* und schiebt die Hülse *K* bis nahe an die Platte herab, worauf die Messungen beginnen können. Man rückt die Platte auf dem Tische nun so, dass das erste Feld der auf der Platte hergestellten Skale in dem kleinen Spiegel erscheint, und verschiebt den Keil durch Drehung des Knopfes *P* so lange, bis diese Stelle in der Mitte des Prismas genau das gleiche Aussehen hat, wie ihre Umgebung. Die Gleichheit beider Flächen lässt sich sehr genau herstellen und scharf beurtheilen, da bei der richtigen Einstellung die Trennungslinie gänzlich verschwindet. Man liest alsdann die Stellung des Keils ab und geht zum nächsten Felde der Skale über. Die so erhaltene Messungsreihe liefert zunächst eine Tabelle derjenigen Stellungen des Keils, die den einzelnen Feldern der Skale und somit bekannten Helligkeiten auf dieser Platte entsprechen. Nunmehr misst man in derselben Weise das auf der Platte aufgenommene Bild aus, und die Keilablesungen, die man hierbei erhält, dienen dazu, um aus der Tabelle die den betreffenden Schwärzungen entsprechenden Helligkeiten in Einheiten der benutzten Lampe zu interpoliren.

Ich habe nun noch einer Einrichtung zu gedenken, die sowohl zur schnellen Auffindung der im Bilde zu beobachtenden Stelle, als auch zu einer vorläufigen Prüfung der Platte angebracht wurde. Ist das Flächenstück, dessen Schwärzung gemessen werden soll, sehr klein und inmitten unregelmässig geformter Gebiete anderer Helligkeit gelegen, so würde es schwierig sein, gerade die gewünschte Stelle der Platte in die spiegelnde Mittelfläche des Prismas einzustellen, da der ganze umliegende Theil der Platte im Okular nicht zu sehen ist, sodass jede Orientirung verloren geht. Um auch in diesem Falle eine rasche und sichere Einstellung des gewünschten Objekts zu ermöglichen, kann durch einen Druck auf einen Knopf das Doppelprisma *B C* entfernt und an dessen Stelle ein einfaches, *B* gleiches Reflexionsprisma gebracht werden, welches nun einen grösseren Theil der Platte zu überblicken gestattet. Eine auf der Basis dieses Prismas aufgezeichnete, dem Umrisse der im Doppelprisma spiegelnden Fläche entsprechende Kurve umgrenzt dann im Gesichtsfeld denjenigen Theil der Platte, der nach Einschiebung des Doppelprismas allein noch zur Beobachtung gelangt. Das einfache und das Doppelprisma sind neben einander in einem Schieber angebracht, der sich zwischen festen Anschlägen hin und her bewegen lässt, sodass die Vertauschung der Prismen in weniger als einer Sekunde auszuführen ist. In Fig. 1 ist der Schieber, bis an seinen rechten Anschlag gerückt, zu sehen.

In der bisher beschriebenen Form dient der Apparat, da die angebrachte Vergrösserung das Korn der empfindlicheren Bromsilberplatten deutlich zeigt, zur direkten Vergleichung der Dichtigkeit des Silberniederschlags. Ist das Korn der beiden zu vergleichenden Platten aber sehr verschieden, was bei sensitometrischen Messungen der Fall sein kann, so ist es besser, nur die *Durchsichtigkeit* der beiden Platten mit einander zu vergleichen. Zu diesem Zwecke kann man entweder an die Stelle der Objektive *D* und *G* zwei dem Apparate beigegebene, gleichweite Blenden schrauben,

die bis dicht an die Schicht herangebracht werden, oder, was schon in vielen Fällen genügt, man stellt mittels der Triebe E und H etwas unscharf ein, bis das Plattenkorn verschwindet. Im Allgemeinen ist jedoch das Messen bei scharfer Fokussirung vorzuziehen, weil man hierbei unter Benutzung des einfachen Prismas sofort erkennt, ob das eingestellte Flächenstück auch gleichmässig geschwärzt, oder ob seine Durchsichtigkeit etwa durch Flecken oder Löcher in der Schicht beeinflusst ist.

Die Messungen mit diesem Apparate gehen ausserordentlich rasch und leicht vor sich, und es sei mir gestattet, ein Beispiel für ihre Genauigkeit mitzutheilen.

Auf ein und dieselbe Stelle einer Skale machten drei Beobachter jeder zehn Einstellungen, wobei sich die folgenden Ablesungen der Stellung des Keils ergaben:

Beobachter:	Müller	Kempf	Hartmann
	37,8 *mm*	37,6 *mm*	37,7 *mm*
	37,7	37,5	37,7
	37,9	37,4	37,4
	37,4	37,4	37,7
	37,4	37,4	37,8
	37,4	37,6	37,6
	37,4	37,5	37,7
	37,8	37,6	37,6
	37,6	37,6	37,7
	37,7	37,8	37,7
Mittel	37,61	37,54	37,66

Um zu ermitteln, welcher Helligkeitsänderung eine Verschiebung des Keils um 1 *mm* an der hier benutzten Stelle entspricht, wurden auch die beiden benachbarten Felder der Skale, deren Absorptionskoëffizienten vorher bestimmt worden waren, mit dem Keil eingestellt. Es ergab sich

Keilstellung	log I	C
40,50 *mm*	— 0,534	
		— 0,035
37,66	— 0,632	
		— 0,038.
35,10	— 0,728	

Unter log I ist der Logarithmus der von der betreffenden Stelle der Skale durchgelassenen Lichtmenge angegeben, wenn man die auffallende Lichtmenge = 1 setzt; C ist die Aenderung von log I bei einer Verschiebung des Keils um 1 *mm*. Setzt man für die oben benutzte Stelle des Keils im Mittel $C = -0{,}0365$, so entspricht hier ein Millimeter des Keils einer Helligkeitsänderung um 8,77 Prozent oder, astronomisch ausgedrückt, um 0,091 Stern-Grössenklassen.

Die Unterschiede zwischen den oben mitgetheilten Resultaten der drei Beobachter sind hiernach

M.—K.	+ 0,07 *mm*	= 0,61 %	= 0,0064	Grössenklassen
K.—H.	— 0,12 „	= 1,05 „	= 0,0109	„
H.—M.	+ 0,05 „	= 0,44 „	= 0,0046	„

Der grösste überhaupt vorkommende Unterschied zwischen zwei Einstellungen eines Beobachters beträgt

bei M.	0,5 *mm*	= 4,4 %	= 0,046	Grössenklassen
K.	0,4 „	= 3,5 „	= 0,036	„
H.	0,4 „	= 3,5 „	= 0,036	„

während sich für den wahrscheinlichen Fehler *einer* Einstellung des Keils folgende Zahlen ergeben

bei M.	± 0,133 *mm*	= 1,17 %	= 0,012	Grössenklassen
K.	± 0,085 „	= 0,75 „	= 0,008	„
H.	± 0,072 „	= 0,63 „	= 0,007	„

Weitere Messungen werden an anderer Stelle veröffentlicht werden.

Zur Berechnung astronomischer Fernrohrobjektive.

Von
Dr. **H. Harting** in Jena.
(Mittheilung aus der optischen Werkstaette von C. Zeiss.)

Es ist bekannt, dass bei der Berechnung eines astronomischen Fernrohrobjektives algebraische Näherungsformeln ausgezeichnete Dienste leisten, und dass man selbst bei grossem Oeffnungsverhältniss des Objektives einen hohen Grad von Annäherung durch die algebraische Vorrechnung erreicht. Alle Formeln beziehen sich jedoch auf den Fall *unendlich dünner* Linsen; da aber alle Radien und Schnittweiten der Strahlen an den einzelnen Flächen gegen die Linsendicken gerade bei den Fernrohrobjektiven beträchtlich gross sind, wird die Verfälschung des in der Vorrechnung gewonnenen Resultates durch Zusammenstellung der für unendlich dünne Linsen geltenden Radien mit den Glasdicken, wie sie die technische Ausführung verlangt, nicht sehr viel ausmachen. Ueberdies ist man ja in jedem Falle genöthigt, eine trigonometrische Ausgleichung der Radien vorzunehmen, um z. B. die Stelle der besten Farbenkorrektionen in eine passende Zone des Objektives zu legen. Trotzdem bleibt es aber erwünscht, die algebraische Vorrechnung auf ein System mit *endlichen* Glasdicken auszudehnen, weil man in diesem Falle nur sehr wenig an den Radien auf Grund trigonometrischer Rechnung zu ändern hat.

Die algebraische Vorrechnung in Bezug auf ein System mit endlichen Dicken lässt sich auf zweierlei Art und Weise bewerkstelligen. Entweder geht man von der Durchrechnung eines parachsialen Strahles durch das System mit endlichen Dicken aus und berechnet aus den Schnittweiten an den einzelnen Flächen und aus den Radien die Grössen, welche in die Bedingungen für die Aufhebung der sphärischen und chromatischen Abweichung, sowie der Koma eingehen; durch Variation der Radien und entsprechende Aenderung der Durchrechnung des parachsialen Strahles gelangt man schliesslich zu der gewünschten Kombination, welche die nothwendigen optischen Eigenschaften besitzt.

Viel schneller als auf diese Art kommt man auf folgendem Weg zum Ziel. Man berechnet zunächst ein System, das unendlich dünne Linsen voraussetzt; die Formeln hierfür sind sehr einfach und erfordern z. B. in dem Falle eines gewöhnlichen, aus zwei nichtverkitteten Linsen bestehenden Fernrohrobjektives nicht einmal ein Variiren der Radien. An diese Rechnung schliesst sich dann eine zweite an, welche die Veränderung der Radien durch die Einführung der Dicken ergiebt. Da diese Aenderungen naturgemäss klein gegenüber den Radien selbst sind, so braucht diese zweite Korrektionsrechnung nicht mit derselben numerischen Genauigkeit wie die erste Rechnung geführt zu werden. Dieser Gedankengang soll nun den folgenden Betrachtungen zu Grunde gelegt werden.

Ich gehe also von einem System aus, das gewissen festgesetzten optischen Bedingungen bei unendlich kleinen Glasdicken genügt; und zwar will ich zur Vermeidung schwerfälliger Summenformeln annehmen, dass das Fernrohrobjektiv aus vier brechenden Flächen bestehe. Die weiter unten folgenden Formeln lassen übrigens sofort eine Anwendung auf ein System mit einer grösseren Zahl brechender Flächen zu. Das Fernrohrobjektiv kann also, wenn ich mich auf die gebräuchlichsten Objektivtypen beschränke, entweder nach Fraunhofer'schem oder nach Gauss'schem Typus konstruirt sein; in ersterem Falle erfüllt es die vier Bedingungen des Maassstabes, der Aufhebung der chromatischen und der sphärischen Abweichung in

und ausserhalb der Achse für eine Farbe, während bei einem Objektiv nach Gauss'schem Typus die sphärische Abweichung ausserhalb der Achse (Koma) nicht gehoben zu sein braucht, dagegen die sphärische Abweichung in der Achse für zwei Farben fortgeschafft sein muss. Andrerseits kann das Fernrohrobjektiv aus zwei nicht verkitteten Linsen oder aus drei verkitteten Linsen bestehen.

Es sollen im Folgenden nachstehende Bezeichnungen eingeführt werden:

n_1, n_2, n_3 die Brechungsquotienten der drei von den vier Flächen begrenzten Medien und zwar für die Farbe, für welche die sphärische Aberration in und ausserhalb der Achse gehoben ist; das die Linsen umgebende Medium hat den Brechungsquotienten Eins;

dn_1, dn_2, dn_3 die zugehörigen Dispersionen;

d_1, d_2, d_3 die Glasdicken der drei Linsen;

r_1, r_2, r_3, r_4 die Radien;

ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3, ϱ_4 die reziproken Radien;

$s_1 = \infty$, s_2, s_3, s_4 die Abstände der Schnittpunkte der an der vorhergehenden Fläche gebrochenen parachsialen Strahlen mit der Achse vom Scheitel der 1., 2., 3., 4. Fläche;

s_1', s_2', s_3', s_4', f die Schnittweiten der parachsialen Strahlen auf der Achse nach der Brechung an der 1., 2., 3., 4. Fläche, gezählt vom Scheitel dieser Flächen, und die äquivalente Brennweite;

σ, σ', φ die reziproken Werthe der Schnittweiten bezüglich der Brennweite.

Sämmtliche Längen werden in der Richtung der Bewegung des Lichtes positiv gezählt, es erhält also eine konvexe Fläche einen positiven Radius.

Statt der Radien benutze ich als Definitionsgrössen des optischen Systemes die von Abbe eingeführten *optischen Invarianten*[1]) Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, die dem für die trigonometrische Durchrechnung maassgebenden Produkte: Brechungsquotient multiplizirt mit dem Sinus des Winkels zwischen Strahl und Flächennormale entsprechen, in ähnlieher Weise wie in meiner Abhandlung „Ueber algebraische und numerische Berechnung der Mikroskopobjektive geringer Apertur“ (*Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss., Wien, Math.-naturw. Klasse* ***107.*** *IIa. S. 624. 1898*; vgl. auch *diese Zeitschr.* ***18.*** *S. 331. 1898*). Diese Invarianten sind gegeben durch die Gleichung

$$Q_k = n_{k-1}(\varrho_k - \sigma_k) = n_k(\varrho_k - \sigma'_k).$$

Wenn ich noch einführe

$$f_k = \frac{\sigma'_k}{n_k} - \frac{\sigma_k}{n_{k-1}}$$

$$N_k = \frac{dn_k}{n_k} - \frac{dn_{k-1}}{n_{k-1}}$$

$$\frac{h_k}{h_1} = \frac{\sigma'_{k-1}}{\sigma_k} \cdot \frac{\sigma'_{k-2}}{\sigma_{k-1}} \cdots\cdots \frac{\sigma'_1}{\sigma_2},$$

so erhalte ich folgende Ausdrücke[1]) für die ersten Glieder

der *chromatischen Abweichung* $\Gamma = \sum_{k=1}^{k=4} \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^2 Q_k N_k$,

[1]) Vgl. Czapski, Theorie der optischen Instrumente nach Abbe, Breslau 1893, *S. 85, 91, 118 u. 127* und Harting, Zur Theorie der zweitheiligen verkitteten Fernrohrobjektive. *Diese Zeitschr.* ***18.*** *S. 357. 1898.*

der *sphärischen Abweichung ausserhalb der Achse (Koma)* $S_1 = \sum_{k=1}^{k=4} \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^3 Q_k f_k$,

der *sphärischen Abweichung in der Achse* $S_2 = \sum_{k=1}^{k=4} \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^4 Q_k^2 f_k$.

Wie bekannt, beschränkt man sich auf die Diskussion des ersten Gliedes, da die Einführung des zweiten der sphärischen Aberration sehr grosse Weitläufigkeiten zur Folge hat.

Die mathematischen Entwickelungen lassen sich nun aus folgendem Gedankengange herleiten. Die algebraische Vorrechnung für unendlich dünne Linsen ist so angelegt, dass z. B. dem Ausdruck für die chromatische Abweichung Γ ein bestimmter Werth ertheilt wird, in der Regel Null; dies ist derselbe Werth, der auch für das mit endlichen Glasdicken versehene Objektiv gilt, abgesehen von kleinen, zuletzt, wie schon erwähnt, einzuführenden Abweichungen behufs besserer Ausgleichung der Fehlerreste in den einzelnen Zonen. Rechne ich nun mit den aus der ersten Vorrechnung ermittelten Radien und den nothwendigen Glasdicken den parachsialen Strahl durch und bilde im Anschluss hieran den Ausdruck für das erste Glied der chromatischen Abweichung, so bekomme ich einen anderen Werth $\overline{\Gamma}$, der eine Verschlechterung der Farbenkorrektion zur Folge hat. Es ist also nothwendig, eine Aenderung der Radien oder der optischen Invarianten vorzunehmen, um auf den vorgeschriebenen Werth Γ zu kommen; denke ich mir alle Radien zu gleicher Zeit geändert, so muss ein bestimmter Zusammenhang zwischen den Aenderungen bestehen, der sich folgendermaassen ergiebt.

Da Γ eine Funktion der optischen Invarianten ist, kann ich mir die Differenz $\Gamma - \overline{\Gamma}$ nach dem Taylor'schen Lehrsatz entwickelt denken und bekomme unter Vernachlässigung der höheren Potenzen folgende Gleichung für die Inkremente ΔQ der Invarianten

$$\Delta Q_1 \frac{\partial \Gamma}{\partial Q_1} + \Delta Q_2 \frac{\partial \Gamma}{\partial Q_2} + \Delta Q_3 \frac{\partial \Gamma}{\partial Q_3} + \Delta Q_4 \frac{\partial \Gamma}{\partial Q_4} = \Gamma - \overline{\Gamma}.$$

Da sich die hier auftretenden partiellen Differentialquotienten algebraisch wie numerisch leicht berechnen lassen, ist in dieser Gleichung der numerische Zusammenhang zwischen den vier Inkrementen ΔQ gegeben, welche zu den aus der parachsialen Durchrechnung ermittelten Werthen Q hinzugefügt, ein System neuer Werthe Q ergeben, aus denen für das erste Glied der chromatischen Abweichung unter Annahme der alten Glasdicken der gewünschte Werth Γ folgt. Genau dasselbe gilt für die andern optischen Bedingungen; ich bekomme also, da das Fernrohrobjektiv vier Bedingungen zu genügen hat, vier lineare Gleichungen mit den vier Unbekannten ΔQ, durch deren Bestimmung ich die neuen Invarianten $Q + \Delta Q$ und mithin ein neues System mit den vorgeschriebenen endlichen Glasdicken erhalte, das denselben Bedingungen genügt, wie das aus der ersten Vorrechnung für unendlich dünne Linsen ermittelte.

Es müssen nun die in Frage kommenden Grössen Γ, S_1, S_2 und φ als Funktionen der optischen Invarianten Q dargestellt und partiell nach diesen differenzirt werden.

Zur Vereinfachung der Rechnung brauchen jedoch bei der Bildung der Differentialquotienten die Glieder nicht berücksichtigt zu werden, in denen die Dicken vorkommen, da diese stets mit dem Quadrat der reziproken Schnittweite, also einer kleinen Zahl multiplizirt auftreten; die Entwickelung der Funktionen nach den In-

varianten Q kann also so vor sich gehen, als ob die Dicken Null wären. Unter dieser Annahme erhalte ich

$$\sigma_2 = \sigma_1{}' = \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1$$

$$\sigma_3 = \sigma_2{}' = \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1 + \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} Q_2$$

$$\sigma_4 = \sigma_3{}' = \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1 + \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} Q_2 + \frac{n_3 - n_2}{n_3 n_2} Q_3$$

$$\sigma_4{}' = \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1 + \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} Q_2 + \frac{n_3 - n_2}{n_3 n_2} Q_3 + \frac{1 - n_3}{n_3} Q_4 .$$

Setze ich noch

$$\frac{h_k}{h_1} = \alpha_k$$

und führe die Werthe von σ in die Definitionsgleichungen der Brennweite und der Aberrationsreste ein, so wird

$$\varphi = \alpha_4 \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1 + \alpha_4 \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} Q_2 + \alpha_4 \frac{n_3 - n_2}{n_3 n_2} Q_3 + \alpha_4 \frac{1 - n_3}{n_3} Q_4$$

$$\Gamma = N_1 Q_1 + \alpha_2{}^2 N_2 Q_2 + \alpha_3{}^2 N_3 Q_3 + \alpha_4{}^2 N_4 Q_4$$

$$S_1 = \frac{n_1 - 1}{n_1{}^2} Q_1{}^2 + \alpha_2{}^3 \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} \left[\frac{Q_2{}^2}{n_2} - \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1 Q_2\right] + \alpha_3{}^3 \frac{n_3 - n_2}{n_3 n_2} \left[\frac{Q_3{}^2}{n_3} - \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} Q_2 Q_3 - \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1 Q_3\right]$$
$$+ \alpha_4{}^3 \frac{1 - n_3}{n_3} \left[Q_4{}^2 - \frac{n_3 - n_2}{n_3 n_2} Q_3 Q_4 - \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} Q_2 Q_4 - \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1 Q_4\right]$$

$$S_2 = \frac{n_1 - 1}{n_1{}^2} Q_1{}^3 + \alpha_2{}^4 \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} \left[\frac{Q_2{}^3}{n_2} - \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1 Q_2{}^2\right] + \alpha_3{}^4 \frac{n_3 - n_2}{n_3 n_2} \left[\frac{Q_3{}^3}{n_3} - \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} Q_2 Q_3{}^2 - \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1 Q_3{}^2\right]$$
$$+ \alpha_4{}^4 \frac{1 - n_3}{n_3} \left[Q_4{}^3 - \frac{n_3 - n_2}{n_3 n_2} Q_3 Q_4{}^2 - \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} Q_2 Q_4{}^2 - \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1 Q_4{}^2\right] .$$

Zur Abkürzung wird gesetzt

$$O_1 = \frac{n_1 - 1}{n_1} Q_1 , \qquad P_1 = O_1$$

$$O_2 = \alpha_2{}^2 \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} Q_2 , \qquad P_2 = \alpha_2 O_2$$

$$O_3 = \alpha_3{}^2 \frac{n_3 - n_2}{n_3 n_2} Q_3 , \qquad P_3 = \alpha_3 O_3$$

$$O_4 = \alpha_4{}^2 \frac{1 - n_3}{n_3} Q_4 , \qquad P_4 = \alpha_4 O_4 ,$$

und es ergeben sich folgende Gleichungen für die partiellen Differentialquotienten der Funktionen φ, Γ, S_1 und S_2 nach den Invarianten Q

$$\frac{\partial \varphi}{\partial Q_1} = \alpha_4 \frac{n_1 - 1}{n_1} ; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial Q_2} = \alpha_4 \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} ; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial Q_3} = \alpha_4 \frac{n_3 - n_2}{n_3 n_2} ; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial Q_4} = \alpha_4 \frac{1 - n_3}{n_3} .$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial Q_1} = N_1 ; \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial Q_2} = \alpha_2{}^2 N_2 ; \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial Q_3} = \alpha_3{}^2 N_3 ; \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial Q_4} = \alpha_4{}^2 N_4 .$$

$$\frac{\partial S_1}{\partial Q_1} = \frac{n_1 - 1}{n_1} \left[\frac{2 Q_1}{n_1} - O_2 - O_3 - O_4\right]$$

$$\frac{\partial S_1}{\partial Q_2} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 n_1} \left[\frac{2 \alpha_2{}^3 Q_2}{n_2} - \alpha_2{}^3 O_1 - O_3 - O_4\right]$$

$$\frac{\partial S_1}{\partial Q_3} = \frac{n_3 - n_2}{n_3 n_2} \left[\frac{2 \alpha_3{}^3 Q_3}{n_3} - \frac{\alpha_3{}^3}{\alpha_2{}^3} O_2 - \alpha_3{}^3 O_1 - O_4\right]$$

$$\frac{\partial S_1}{\partial Q_4} = \frac{1 - n_3}{n_3} \left[2 \alpha_4{}^3 Q_4 - \frac{\alpha_4{}^3}{\alpha_3{}^3} O_3 - \frac{\alpha_4{}^3}{\alpha_2{}^3} O_2 - \alpha_4{}^3 O_1\right]$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial Q_1} = \frac{n_1 - 1}{n_1}\left[\frac{3\,Q_1^2}{n_1} - Q_2\,P_2 - Q_3\,P_3 - Q_4\,P_4\right]$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial Q_2} = \frac{n_2 - n_1}{n_2\,n_1}\left[\frac{3\,Q_2^2\,\alpha_2^4}{n_2} - 2\,\alpha_2^4\,Q_2\,P_1 - Q_3\,P_3 - Q_4\,P_4\right]$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial Q_3} = \frac{n_3 - n_2}{n_3\,n_2}\left[\frac{3\,\alpha_3^4\,Q_3^2}{n_3} - \frac{2\,\alpha_3^4}{\alpha_2^4}\,Q_3\,P_2 - 2\,\alpha_3^4\,Q_3\,P_1 - Q_4\,P_4\right]$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial Q_4} = \frac{1 - n_3}{n_3}\left[3\,Q_4^2\,\alpha_4^4 - \frac{2\,\alpha_4^4}{\alpha_2^4}\,Q_4\,P_2 - \frac{2\,\alpha_4^4}{\alpha_3^4}\,Q_4\,P_3 - 2\,\alpha_4^4\,Q_4\,P_1\right].$$

Dies sind die Koëffizienten in den vier Bedingungsgleichungen

$$\Delta Q_1\,\frac{\partial\varphi}{\partial Q_1} + \Delta Q_2\,\frac{\partial\varphi}{\partial Q_2} + \Delta Q_3\,\frac{\partial\varphi}{\partial Q_3} + \Delta Q_4\,\frac{\partial\varphi}{\partial Q_4} = \varphi - \bar{\varphi}$$

$$\Delta Q_1\,\frac{\partial\Gamma}{\partial Q_1} + \Delta Q_2\,\frac{\partial\Gamma}{\partial Q_2} + \Delta Q_3\,\frac{\partial\Gamma}{\partial Q_3} + \Delta Q_4\,\frac{\partial\Gamma}{\partial Q_4} = \Gamma - \bar{\Gamma}$$

$$\Delta Q_1\,\frac{\partial S_1}{\partial Q_1} + \Delta Q_2\,\frac{\partial S_1}{\partial Q_2} + \Delta Q_3\,\frac{\partial S_1}{\partial Q_3} + \Delta Q_4\,\frac{\partial S_1}{\partial Q_4} = S_1 - \bar{S}_1$$

$$\Delta Q_1\,\frac{\partial S_2}{\partial Q_1} + \Delta Q_2\,\frac{\partial S_2}{\partial Q_2} + \Delta Q_3\,\frac{\partial S_2}{\partial Q_3} + \Delta Q_4\,\frac{\partial S_2}{\partial Q_4} = S_2 - \bar{S}_2.$$

Die auf den rechten Seiten der Gleichungen für die Differentialquotienten auftretenden Werthe für Q sind der Durchrechnung des parachsialen Strahles mit den aus der ersten Vorrechnung gewonnenen Radien und den für die technische Ausführung nothwendigen Glasdicken zu entnehmen; dieselben Invarianten geben die Werthe $\bar{\varphi}$, $\bar{\Gamma}$, $\bar{S}_1$ und $\bar{S}_2$, während φ, Γ, S_1 und S_2 die Werthe sind, welche das Objektiv, abgesehen von den kleinen Resten, die eine bessere Ausgleichung ermöglichen, haben soll, also in der Regel $\Gamma = S_1 = S_2 = 0$.

Man hat nun bei einem Fernrohrobjektiv nach Fraunhofer'schem Typus die vorstehenden vier linearen Gleichungen für die ΔQ aufzustellen, während bei einem Objektiv nach Gauss die dritte Gleichung (Komagleichung) wegfällt, die vierte Gleichung dagegen für die beiden Farben gebildet wird, für die Achromasie und Verschwinden der chromatischen Differenz der sphärischen Aberration eintreten soll. Die derart ermittelten ΔQ sind zu den der Berechnung der Differentialquotienten zu Grunde gelegten Werthen von Q zu *addiren*, und schliesslich aus den neu gebildeten Invarianten auf Grund ihrer Definitionsformeln die Radien abzuleiten, die zusammen mit den angenommenen Glasdicken ein optisches System ergeben, das denselben Bedingungen genügt, wie das aus der ersten Vorrechnung gewonnene, aber nur für unendlich dünne Linsen geltende.

Um die leichte Anwendbarkeit der eben entwickelten Formeln zu zeigen, will ich die Berechnung eines gewöhnlichen zweitheiligen, nicht verkitteten Fernrohrobjektives nach Fraunhofer'schem Typus, das für sich chromatisch und sphärisch korrigirt ist, numerisch durchführen. Die erste Vorrechnung geschieht in diesem Falle am besten nach den von Moser (*diese Zeitschr. 7. S. 225 u. 308. 1887*) entwickelten Formeln, die ich der Vollständigkeit halber mit einigen kleinen Abänderungen in der Bezeichnung hier anführe. Es seien

n_1 und n_2 die Brechungsquotienten der ersten und zweiten Linse für die Wellenlänge, bei der das System sphärisch in und ausserhalb der Achse korrigirt sein soll, also in der Regel für die D-Linie,

n_1' und n_2' } die Brechungsquotienten der ersten und zweiten Linse für die
n_1'' und n_2'' } Wellenlängen, bei denen das System achromatisch sein soll, also in der Regel für die C- und F-Linie.

Man berechne dann nach Moser folgende Werthe

$$m_1 = \frac{n_1}{n_1 - 1} \qquad m_2 = \frac{n_2}{n_2 - 1}$$

$$\nu_1 = \frac{n_1 - 1}{n_1'' - n_1'} \qquad \nu_2 = \frac{n_2 - 1}{n_2'' - n_2'} \qquad \mu = \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

$$\alpha = 3 - \frac{2}{m_1} \qquad \mathfrak{a} = 2 - \frac{1}{m_1}$$

$$\beta = \left(3 - \frac{2}{m_2}\right)\mu \qquad \mathfrak{b} = \left(2 - \frac{1}{m_2}\right)\mu$$

$$\gamma = 3\,m_1 - 1 \qquad \mathfrak{c} = m_1 - \left(3 - \frac{1}{m_2}\right)\mu + m_2\,\mu^2$$

$$\delta = \left(8 - \frac{4}{m_2}\right)\mu - (3\,m_2 - 1)\,\mu^2$$

$$\varepsilon = m_1^2 - \left(5 - \frac{2}{m_2}\right)\mu + (4\,m_2 - 1)\,\mu^2 - m_2^2\,\mu^3$$

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{a}^2\beta - \mathfrak{b}^2\alpha$$

$$\mathfrak{B} = 2\,\mathfrak{a}\,\mathfrak{c}\,\beta - \mathfrak{b}^2\gamma + \mathfrak{a}\,\mathfrak{b}\,\delta$$

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{c}^2\beta - \mathfrak{b}^2\varepsilon + \mathfrak{b}\,\mathfrak{c}\,\delta$$

$$p_1 = \frac{\mathfrak{B} \pm \sqrt{\mathfrak{B}^2 - 4\,\mathfrak{A}\,\mathfrak{C}}}{2\,\mathfrak{A}}$$

$$p_2 = \frac{\mathfrak{a}}{\mathfrak{b}}\,p_1 - \frac{\mathfrak{c}}{\mathfrak{b}}\,.$$

Dann werden die vier Radien, *bezogen auf die Brennweite Eins*

$$\frac{1}{\varrho_1} = r_1 = \frac{1 - \mu}{p_1}$$

$$\frac{1}{\varrho_2} = r_2 = \frac{1 - \mu}{p_1 - m_1 + 1}$$

$$\frac{1}{\varrho_3} = r_3 = \frac{1 - \mu}{p_2}$$

$$\frac{1}{\varrho_4} = r_4 = \frac{1 - \mu}{p_2 + \mu\,(m_2 - 1)}\,.$$

Zur Kontrole dieser Werthe berechne man

$$q_1 = -\frac{1}{\mu - 1}\,, \qquad q_2 = \frac{\mu}{\mu - 1}$$

$$Q_1 = \varrho_1\,, \qquad f_1 = \frac{n_1 - 1}{n_1^2}\,\varrho_1$$

$$Q_2 = \varrho_2 - q_1\,, \qquad f_2 = q_1 - f_1$$

$$Q_3 = \varrho_3 - q_1\,, \qquad f_3 = -\frac{n_2^2 - 1}{n_2^2}\,q_1 + \frac{n_2 - 1}{n_2^2}\,\varrho_3$$

$$Q_4 = \varrho_4 - 1\,, \qquad f_4 = q_2 - f_3\,.$$

Die aus den Moser'schen Formeln ermittelten Radien müssen alsdann folgenden vier Bedingungen genügen

$$(n_1 - 1)(\varrho_1 - \varrho_2) + (n_2 - 1)(\varrho_3 - \varrho_4) = 1$$

$$(n_1'' - n_1')(\varrho_1 - \varrho_2) + (n_2'' - n_2')(\varrho_3 - \varrho_4) = 0$$

$$Q_1 f_1 + Q_2 f_2 + Q_3 f_3 + Q_4 f_4 = 0.$$

$$Q_1^2 f_1 + Q_2^2 f_2 + Q_3^2 f_3 + Q_4^2 f_4 = 0\,.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen kann man überdies genau erkennen, wie jede einzelne Fläche des Objektives auf die Aberrationen einwirkt.

Für die numerische Rechnung habe ich folgende Werthe angenommen

$$n_1 = 1{,}60000 \quad n_1' = 1{,}59570 \quad n_1'' = 1{,}61070 \quad \nu_1 = 40$$

$$n_2 = 1{,}50000 \quad n_2' = 1{,}49752 \quad n_2'' = 1{,}50585 \quad \nu_2 = 60 \quad \mu = 1{,}5\,.$$



Um die Formeln auf ihre Brauchbarkeit besser zu erproben, habe ich abgesehen von der kleineren ν-Differenz von 20 ein System mit Flint voraus gewählt, da hier infolge der stärkeren Krümmungen die Schnittweiten kürzer und mithin die Veränderungen durch Einführungen der Dicken grösser werden.

Die erste Vorrechnung — nach den Moser'schen Formeln — ergab fünfstellig geführt

$$r_1 = +0{,}40160$$
$$r_2 = +0{,}17172$$
$$r_3 = +0{,}16802$$
$$r_4 = -20{,}799\,.$$

Die Rechnung ist richtig, da sich $\varphi = 1,\ \Gamma = S_1 = S_2 = 0$ finden.

Giebt man dem Objektiv eine Brennweite von 1000 *mm*, so ergeben sich als ziemlich grosse Dicken

$$d_1 = 5\ mm,\quad d_2 = 0{,}1\ mm,\quad d_3 = 10\ mm.$$

Da es praktisch ist, während der ganzen Rechnung die Brennweite Eins beizubehalten, habe ich als Dicken einzuführen

$$d_1 = +0{,}005,\quad d_2 = +0{,}0001,\quad d_3 = +0{,}010\,.$$

Die sechsstellige Durchrechnung des parachsialen Strahles mit den obigen Radien und diesen Dicken ergiebt folgendes Resultat

$$Q_1 = +2{,}49006 \qquad \overline{\varphi} = +1{,}002763$$
$$Q_2 = +7{,}81650 \qquad \overline{\Gamma} = +0{,}000260$$
$$Q_3 = +7{,}94460 \qquad \overline{S}_1 = +0{,}0276$$
$$Q_4 = -1{,}06200 \qquad \overline{S}_2 = +0{,}181\,.$$

Die Fehlerreste sind nicht unbedeutend, und es lässt sich voraussehen, dass die an die Werthe von Q anzubringenden Korrektionen beträchtlich werden können. Letztere ergeben sich nun aus den auf Grund der Formeln für die partiellen Differentialquotienten gebildeten vier linearen Gleichungen, deren Koëffizienten vierstellig logarithmisch angegeben sind.

$$\Delta Q_1\, 9{,}5692 + \Delta Q_2\, 9{,}5692_n + \Delta Q_3\, 9{,}5181 + \Delta Q_4\, 9{,}5181_n = 7{,}4414_n$$
$$\Delta Q_1\, 7{,}9720 + \Delta Q_2\, 7{,}9679_n + \Delta Q_3\, 7{,}7408 + \Delta Q_4\, 7{,}7351_n = 6{,}4150_n$$
$$\Delta Q_1\, 0{,}0580 + \Delta Q_2\, 0{,}6362_n + \Delta Q_3\, 0{,}6049 + \Delta Q_4\, 9{,}9517 = 8{,}4472_n$$
$$\Delta Q_1\, 0{,}7141 + \Delta Q_2\, 1{,}7362_n + \Delta Q_3\, 1{,}7147 + \Delta Q_4\, 0{,}1818_n = 9{,}2577_n\,.$$

Hieraus folgt

$$\Delta Q_1 = -0{,}00430 \qquad Q_1 = +2{,}48576$$
$$\Delta Q_2 = +0{,}06458 \qquad Q_2 = +7{,}88108$$
$$\Delta Q_3 = +0{,}06466 \qquad Q_3 = +8{,}00926$$
$$\Delta Q_4 = -0{,}00447 \qquad Q_4 = -1{,}06647,$$

und schliesslich

$$r_1 = +0{,}402\,292 \qquad \varphi = 1{,}0000$$
$$r_2 = +0{,}170\,582 \qquad \Gamma = 0{,}00000$$
$$r_3 = +0{,}166\,924 \qquad S_1 = -0{,}0008$$
$$r_4 = -18{,}0278 \qquad S_2 = +0{,}011\,.$$

Da diese Fehlerreste ohne jede Bedeutung sind, ist die ganze algebraische Vorrechnung als beendet anzusehen und eine kurze trigonometrische Ausgleichung anzuschliessen.

Jena, im Februar 1899.

Ueber den photogrammetrischen Wolkenautomaten und seine Justirung.

Von
Dr. A. Sprung in Potsdam.

I. Allgemeines.

In den Jahren 1894 und 1895 ist von mir ein „Vorschlag zur Vereinfachung der korrespondirenden Wolkenaufnahmen" veröffentlicht worden, zunächst als Anhang zu dem „Bericht des Internationalen Meteorologischen Komités und der Internationalen Kommission für Wolkenforschung" (Deutsche Ausgabe *S. 27*), sodann auch noch in der *Meteorolog. Zeitschr. 12. S. 217. 1895.* Besonders an letzterer Stelle findet man eingehend die Gründe erörtert, welche mich dazu veranlassten, nach einem Apparate zu suchen, welcher im Stande wäre, bei der photogrammetrischen Wolkenarbeit den Beobachter der Fernstation vollkommen überflüssig zu machen. Nachdem der Direktor des Meteorologischen Institutes, Hr. Geheimrath Prof. v. Bezold sich den Anschauungen des Verfassers angeschlossen hatte, wurde letzterer ermächtigt, bezüglich der Ausführung des Projektes mit Mechanikern in Verbindung zu treten. Die in Deutschland für meteorologische Instrumente maassgebende Firma R. Fuess in Steglitz bei Berlin übernahm im Sommer 1895 die Durchführung bis zum Beginn des „internationalen Wolkenjahres", Sommer 1896. Obgleich man sich allerseits redlich um die Fertigstellung des Apparates bemühte, so konnte der verabredete Termin leider doch nicht eingehalten werden, zum Theil wohl deswegen, weil die ursprüngliche Absicht, den Apparat zunächst nur für Zenith-Aufnahmen herzurichten, während der Ausführung aufgegeben wurde, und zwar zu Gunsten einer Spiegel-Vorrichtung, welche auch die photogrammetrischen Aufnahmen von niedrigeren Theilen des Wolkenhimmels gestatten sollte. Nach der schliesslichen Aufstellung des Apparates, welche freilich dem „internationalen Wolkenjahre" nur noch wenig zu Gute kam, gelangen dann auch die Horizontaufnahmen ganz gut, derart, dass nach Belieben der Zenith, der Nord- und der Südpunkt des Himmels von beiden Apparaten photographirt werden konnten. Diese Spiegelvorrichtung ist indessen aus anderen Gründen fürs Erste doch wieder entfernt worden, sodass sich die vorliegende Besprechung nur auf Apparate für Zenithaufnahmen bezieht; auch schon bei dieser Beschränkung der Aufgabe erweist sich der photogrammetrische Wolkenautomat als ein sehr willkommenes und bequemes Hülfsmittel zum fortdauernden Studium der Wolken und ihrer Bewegung. Wenn ich z. B. früher im Sinne hatte, womöglich mit jeder Termin-Beobachtung eine photographische Abbildung des Wolkenhimmels zu verbinden, so ist dieser Wunsch jetzt bis zu einem gewissen Grade in Erfüllung gegangen; es wird aber ausserdem noch eine Höhenmessung mit der photographischen Abbildung verbunden. Wenn vorläufig die stets mögliche Ausdehnung des Arbeitsgebietes auf Horizontaufnahmen noch nicht mit Eifer betrieben wird, so spielen dabei auch ökonomische Rücksichten eine Rolle: Sobald überhaupt Zenith-Aufnahmen möglich sind, so ist auch die günstigste Gelegenheit zur nephoskopischen Messung der Wolkenbewegung vorhanden; aus der damit gewonnenen Winkelgeschwindigkeit der Wolken und aus der vom Automaten gelieferten Höhe berechnet sich aber auch die absolute Geschwindigkeit, ohne dass man nöthig hätte, die von vornherein ja beabsichtigte zweite photogrammetrische Aufnahme nach 30 bis 60 Sekunden zur Ausführung zu bringen. Es wird somit durch die Beschränkung auf Zenith-Aufnahmen eine wesentliche Ersparniss an photographischem Material erzielt.

Eventuelle vertikale Komponenten der Bewegung gelangen allerdings infolgedessen zunächst nicht zur Messung. Zu diesem Zwecke wäre eine Wiederholung der Doppel-Aufnahme nach etwa $^3/_4$ Minuten erforderlich.

In Kürze möge nun der Apparat so, wie er jetzt ist, noch etwas näher besprochen werden. Im Prinzip ähnelt derselbe der Krügener'schen Buchkamera, indem aus dem Magazin unbelichteter Platten (links in der schematischen Fig. 1) eine Platte sich in die Mitte unter das Objektiv schiebt, und hier an drei in einer Horizontalebene liegende Spitzen angedrückt wird, damit ihr Abstand vom Objektiv bei der Aufnahme stets genau gleich ausfällt. Nach der Aufnahme senkt sich die belichtete Platte ein wenig und wandert in das rechts gelegene Magazin, während eine neue Platte in die Mitte tritt und hier sogleich wieder mit ihrer lichtempfindlichen oberen Fläche an die erwähnten drei Spitzen sich anlegt.

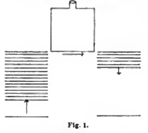


Fig. 1.

Hiernach erscheint das Prinzip des Apparates ausserordentlich einfach; von der wirklichen Ausführung kann man dasselbe allerdings nicht behaupten, und das liegt daran, dass erstens die zwei Apparate allen Unbilden der Witterung ausgesetzt sind und somit vor Allem einen genügenden Schutz gegen den Regen erfordern; zweitens dass zur grösseren Sicherheit gegen unnützen Plattenverbrauch u. s. w. ein sorgfältiges Signalsystem eingerichtet wurde; und drittens, dass überhaupt beide Apparate in ihrer Hauptthätigkeit vollkommen identisch laufen müssen.

In Wirklichkeit vollzieht sich die gebräuchliche Momentaufnahme in folgender Weise. An der Hauptstation wird im Schaltkasten die Batterie eingeschaltet; dann drückt man auf zwei Taster, und nun geht an beiden Stationen der Regendeckel auf und sogleich wieder zu; in seiner höchsten Stellung aber erfolgt die eigentliche Aufnahme, welche sich durch ein Glockensignal markirt, sodass die Zeit genau festgestellt werden kann. Ganz von selbst werden nun die Platten, wie oben beschrieben, gewechselt, der unbelichtete Plattenvorrath hebt, der andere senkt sich um die Stärke einer Platte bezw. eines Plattenrahmens, und nun springen an der Hauptstation zwei Täfelchen heraus, welche für beide Apparate einzeln den Schluss der Aufnahme anzeigen. Das Ganze dauert ungefähr eine Minute.

Sind in einem der Apparate, oder in beiden, die empfindlichen Platten verbraucht, so wird auch dieses durch zwei Signaltäfelchen sichtbar gemacht und zugleich erfolgt unausgesetztes Läuten, bis man die Verbindung mit den Elementen unterbricht. Dieses Signal hat bei der jetzt üblichen Benutzung des Apparates keine wesentliche Bedeutung, weil die Beschickung eines jeden Apparates auf einmal mit vollen zwanzig lichtempfindlichen Platten nicht nothwendig ist; vielmehr richtet man sich eher nach der Zahl der in einem käuflichen Packete enthaltenen Platten, sodass jeder Apparat höchstens mit einem Dutzend lichtempfindlicher Platten geladen wird. Die übrigen Rahmen enthalten taube Platten, es ist also überflüssig, dieselben alle durch den Apparat laufen zu lassen.

Vor dem Einlegen der Platten in die Rahmen werden dieselben auf der Schichtseite mit Bleistift fortlaufend numerirt und in dieser bestimmten Reihenfolge in den Apparat gebracht. Dies sind Arbeiten, welche von einem Diener nach einiger Uebung gut und sicher ausgeführt werden.

Ein Verderben der Platten im Apparate selbst ist bisher weder bei grosser Sommerhitze, noch bei feuchtem Winterwetter eingetreten.

II. Die Justirung.

Zur Erleichterung der Konstruktion ist auf eine eventuelle Beweglichkeit der eigentlichen Kamera gegen die übrigen Theile des Apparates vollkommen verzichtet worden. Die Präzisionseinrichtungen beschränken sich im Wesentlichen darauf, dass die Platten mit ihrer lichtempfindlichen Schicht exakt horizontal gelegt und in eine bestimmte Entfernung vom Objektiv gebracht werden können. Was letzteres anbetrifft, so waren bei einer vorläufigen Prüfung seitens der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Charlottenburg die Brennweiten der zwei Objektive Nr. 27762 und 27765 für Achsenstrahlen zu 183,6 und 183,75 *mm* bestimmt worden, und für den Abstand der zwei Hauptpunkte von den äusseren Linsenscheiteln hatten sich beim ersten Objektiv 14,5 und 14,4, bei dem anderen 14,6 und 14,6 *mm* ergeben. Die vom Verfertiger C. P. Goerz in Schöneberg-Berlin angestrebte Symmetrie ist also als vorhanden zu betrachten, und auch die Uebereinstimmung der Brennweiten lässt nichts zu wünschen übrig, sodass ein mittlerer Werth von 183,7 *mm* zu Grunde gelegt werden konnte[1]). Zur Erzielung der richtigen Entfernung (183,7 *mm*) des unteren Hauptpunktes von der Platte brauchte nur einfach der Abstand des unteren Linsenscheitels von der Platte in entsprechender Weise regulirt zu werden; da die oben angegebenen letzten Zahlen 14,4 und 14,6 diejenigen sind, welche sich auf die den Platten zugewendeten Linsenscheitel beziehen, und hier eine merkliche Differenz vorhanden ist, so berechnen sich die erforderlichen Abstände des Linsenscheitels von der Platte bei Nr. 27762 zu 169,3, bei Nr. 27765 zu 169,1 *mm*.

Wie man aus der am Schlusse der Abhandlung beigegebenen Bildprobe ersehen kann, sind in jeder Kamera vier Marken vorhanden, welche sich bei der Aufnahme mit abbilden. Indem man die entsprechenden Marken mit einander durch gerade Linien verbindet, erhält man das „Fadenkreuz", auf welches alle Messungen bezogen werden müssen; der Durchschnittspunkt der Fäden ist die Mitte des Bildes und sollte — da die Bildebene horizontal liegt, die optische Achse also vertikal stehen muss — die Abbildung des *Zenithpunktes* darstellen.

Konstruktiv konnte zu dem Zwecke nichts weiter geschehen, als dass aus der Mitte des Objektivs ein kleines Loth gegen den Kreuzungspunkt der beiden Geraden herabgelassen wurde, wobei natürlich nur eine ganz bescheidene Genauigkeit erwartet werden kann.

Die Hauptaufgabe bei der wissenschaftlichen Verwerthung des Apparates wird nun darin bestehen, die Fehler der provisorischen Herrichtung der Fadenkreuze genau zu bestimmen, um sie dann durch Korrektion unschädlich machen zu können. Auch anderswo ist man schon auf das vorliegende Problem gestossen, wie in den eingangs besprochenen „Vorschlägen" bereits angedeutet wurde. Es erscheint mir nicht unwichtig, durch ein in sinngetreuer Uebersetzung wiedergegebenes Zitat aus der betreffenden Abhandlung[2]) das eingeschlagene Verfahren zur Kenntniss zu bringen:

„Im Jahre 1890 wurde deshalb beschlossen, eine andere, in der Behandlung der Ergebnisse einfachere Beobachtungsmethode zu versuchen. Diese bestand darin,

[1]) Es möge schon hier hervorgehoben werden, dass für den vorliegenden Zweck eine möglichst vollkommene Uebereinstimmung der in den zwei Apparaten wirklich zur Durchführung gebrachten *Bildweiten* viel wichtiger ist, als dass diese Bildweiten sich gänzlich mit den anderweitig bestimmten *Brennweiten* decken; denn kleine Abweichungen zwischen Bild- und Brennweite haben weiter keine schlimmen Folgen, als dass die Bilder eine Spur unscharf ausfallen könnten.

[2]) R. Strachey und G. M. Whipple, *Cloud Photography conducted under the Meteorological Council at the Kew Observatory. Proc. Royal Soc.* **49.** *S. 467. 1891.*

dass die Kameras mit ihren optischen Achsen senkrecht gerichtet wurden, wobei dann an jeder Station ein Gebiet von 15° Radius um den Zenithpunkt herum photographirt werden konnte. . . . Zu diesem Zwecke wurden Höhen- und Azimutalkreis des Theodoliten in den entsprechenden Stellungen ein für alle Mal fixirt, und der ganze Theodolit derartig gedreht, dass eine der Linien des „Fadenkreuzes" auf der photographischen Platte die Richtung der „Basis", also der Verbindungslinie beider Apparate erhielt, während die andere dazu senkrecht stand."

„Um nun die richtige Justirung der optischen Achsen zu kontroliren, wurde auf kurze Zeit ein dreitheiliges Stativ von 12 Fuss Höhe über den Kameras errichtet, durch welches ein Ring mit zwei einander senkrecht schneidenden Drähten getragen wurde, deren einer genau die Richtung der Basis erhielt. Vom Schnittpunkte der zwei Drähte liess man ein Loth herabhängen, derart, dass letzteres unmittelbar die Mitte der Linse traf."

„Die geladenen Kassetten, welche numerirt sind, um sie getrennt untersuchen zu können, wurden dann nacheinander in die Kamera gebracht und hierauf die sich kreuzenden Drähte photographirt. Die gewonnenen Bilder der Drähte sollten mit dem „Fadenkreuze" der Kamera genau zusammenfallen; war dieses bei der rohen Orientirung der Kamera nicht erreicht worden, so ergaben sich aus den Aufnahmen die erforderlichen Korrektionen."

Auch in unserem Falle wurde ernstlich erwogen, ob nicht vielleicht dieses oder ein ganz ähnliches Verfahren in Anwendung zu bringen sei. Die Verhältnisse liegen aber bei *einem* von den zwei Antomaten insofern etwas ungünstig, als derselbe auf dem sogenannten kleinen Thurme des Observatoriums Aufstellung gefunden hat, wo starke Luftbewegung und kleine Bodenfläche die Beobachtung und korrekte Einstellung eines hoch herabhängenden Lothes sehr erschweren würden. Es kommt noch hinzu, dass bei den Wolkenaufnahmen meistens mit voller Blendenöffnung gearbeitet wird, während eine einigermaassen scharfe Abbildung des aus Drähten hergestellten und in verhältnissmässig geringem Abstand schwebenden Fadenkreuzes wohl nur bei starker Abblendung möglich gewesen wäre; nun erscheint es aber nicht ganz ausgeschlossen, dass die Achse des Objektives bei enger Blende von derjenigen bei voller Oeffnung etwas verschieden wäre, und selbst kleine Unterschiede würden hier schon von wesentlichem Einflusse sein.

Sodann wurde geplant, einen Fesselballon mit oder ohne Drachenflächen in der Mitte zwischen beiden Stationen bis zu einer Höhe von etwa 3 *km* aufsteigen zu lassen und denselben während der Abbildung durch die Automaten behufs strenger Höhenbestimmung zugleich mit zwei oder drei Theodoliten zu beobachten. Diese Methode wäre offenbar recht sicher, aber sie ist etwas umständlich und kostspielig.

Unter diesen Umständen erschien es geboten, auf eine vom Verfasser schon 1894 geäusserte Idee zurückzukommen, nach welcher die Abbildung des Zenithpunktes indirekt, mit Hülfe von Sternaufnahmen erfolgen sollte.

Aber schon bei Vorversuchen mit einem gewöhnlichen photographischen Apparate hatte sich ergeben, dass die bei den Wolkenaufnahmen angewandte Gelbscheibe für Sterne nicht beibehalten werden darf. Man muss deshalb dafür sorgen, dass die eventuell bei Sternaufnahmen gewonnenen Ergebnisse hinterher durch unvollkommen planparallele Gelbscheiben nicht wieder illusorisch gemacht werden. Es giebt aber neuerdings in der Masse gefärbtes Gelbglas, sodass solche Scheiben sich auf jeden Fall beschaffen lassen.

Eine andere Schwierigkeit bestand darin, dass der Apparat zunächst nur für Momentaufnahmen eingerichtet war; die Abänderung hat auch wieder viel mehr Zeit

in Anspruch genommen, als man voraussehen konnte. Jetzt aber ist man in der Lage, nach Belieben Moment- oder Daueraufnahmen anszuführen, was auch bei Wolken schon von Nutzen gewesen ist, indem man anstatt der gebräuchlichen Belichtung von 0,2 Sek. eine solche von etwa 3 Sek. anwenden konnte.

Der erste Versuch mit Sternaufnahmen führte gleichwohl nicht zum gewünschten Resultate: die Sternbahnen waren da, schwarz auf klarem Grunde, aber die Marken waren ausgeblieben; es fehlte also an einer allgemeinen Belichtung des Grundes, um die unter den Marken liegenden, ganz gegen Licht geschützten Stellen der Platte hervortreten zu lassen. Um dieser Schwierigkeit zu begegnen, ist man gezwungen, mit der Belichtung schon etwa 20 Minuten nach Sonnenuntergang zu beginnen; am besten wohl dann, wenn die Sterne 1. Grösse sichtbar geworden sind.

Das auffälligste Objekt auf den nach letzterem Verfahren im September 1898 gewonnenen Negativen war eine schwach gekrümmte Kurve von etwa 7 *cm* Länge, welche von der Wega (α Lyrae) herrührte; in einigen Aufnahmen lassen sich zwar deutlich auch noch andere Kurven erkennen, z. B. diejenige von Deneb (α Cygni), bisher habe ich dieselben indessen unberücksichtigt gelassen.

Der schon aus diesen allerersten Sternaufnahmen für die Bearbeitung des gewonnenen Wolkenmaterials entspringende Gewinn muss als ein enormer bezeichnet werden. Weil nämlich vollständige Gleichheit der Bildweiten beider Apparate angestrebt worden ist — ohne Rücksicht auf eventuelle geringe Unschärfe bei einem der Bilder — so müssen die korrespondirenden Sternbahnen in beiden Bildern identisch werden (bei einem Ballon in nur etwa $2\frac{1}{2}$ *km* Höhe würden die Bildgrössen nicht ganz genau gleich werden, weil die beiden Exemplare des Automaten in verschiedener Höhe aufgestellt sind).

Man hat also eigentlich nur nöthig, nachdem man sich von der Uebereinstimmung der beiden Sternbahnbilder überzeugt hat, dieselben zur Deckung zu bringen und nachzusehen, ob nun auch die zwei Fadenkreuze zusammenfallen. Das ist nun allerdings nicht so einfach in der Ausführung, weil — wenn die zwei Bahnen sich decken sollen — man nicht Schichtseite auf Schichtseite legen darf; bei richtiger Lage der zwei Kurven wird aber durch die dazwischenliegende Glasschicht die Vergleichung bedeutend erschwert. Auch sind zwei aufeinandergelegte Negative unter gewöhnlichen Beleuchtungsverhältnissen schon recht undurchsichtig. Trotz alledem ging aus der beschriebenen Probe schon mit Sicherheit hervor, dass die provisorische Justirung der Apparate durch die Hand des Mechanikers in der That durchaus nicht ausreichend gelungen war, indem gerade in derjenigen Richtung, in welcher die Parallaxe (bei Zenithaufnahmen) allein auftritt, sich ein Fehler von rund 3 *mm* herausstellte, und zwar in dem Sinne, dass die gemessenen Höhen entsprechend grösser ausfallen.

Die auf diese Weise gewonnene Korrektion muss aber, obgleich sie zu genauer Höhenbestimmung der Wolken ausreicht, als eine relative bezeichnet werden; man erfährt dabei nichts darüber, wie die Fehler auf die beiden Apparate vertheilt sind, könnte also eine eventuelle Justirung zufällig gerade an dem unrichtigen Apparate vornehmen. Auch hatte ich mir die Verwendung der Sternaufnahmen von vornherein eigentlich anders, und zwar schwieriger gedacht und deshalb den Anfang und das Ende der Belichtung zu ganz genau bestimmten Zeitpunkten vorgenommen.

Aus diesen Gründen bin ich noch etwas näher auf das Wesen der Sache eingegangen, wobei mir eine früher veröffentlichte Untersuchung: „Zur meteorologischen Photogrammetrie" (*Meteorolog. Zeitschr. 9. S. 241. 1892*) von grossem Nutzen gewesen ist.

Der von dem Objektiv, oder richtiger von dem oberen Hauptpunkte desselben, nach dem Sterne gezogene Strahl beschreibt mit seinem „Ende“ am Himmel einen Kreis, d. h. er selber beschreibt im Raume einen Kegelmantel (natürlich handelt es sich um einen Kreiskegel), dessen halbe Oeffnung dem Polabstande des Sternes gleich ist.

Um für irgend eine Lage des Sternes das von dem Objektiv auf der horizontalen Ebene entworfene Bild zu finden, zieht man vom unteren Hauptpunkte des Objektivs eine Parallele zu dem jeweiligen ankommenden Strahl. Für die Konstruktion des Bildes kann man sich also vorstellen, dass vom unteren Hauptpunkte Strahlen nach unten gehen, welche ebenfalls einen Kreiskegelmantel beschreiben. Letzterer wird von einer Ebene geschnitten, und dabei entsteht also im allgemeinen Falle eine Ellipse.

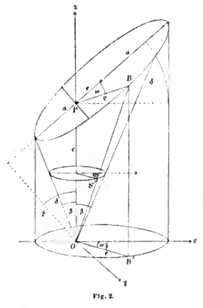


Fig. 2.

Die nahe Verwandtschaft des vorliegenden Problems mit demjenigen der photographischen Abbildung von Ringen um Sonne und Mond, Regenbogen u. s. w. kann hiernach bemessen werden. Hier aber kommt es nicht nur darauf an, die Form des Bildes zu kennen, sondern auch das Gesetz, nach welchem dasselbe von dem leuchtenden Objekte durchlaufen wird. Deshalb soll die Ableitung der Formeln in Kürze von Grund aus erfolgen.

Man denke sich ein irgendwie gelegenes rechtwinkeliges Koordinatensystem, von dessen Ursprung O (Fig. 2) ein Kreiskegel ausgehen soll, und zwar symmetrisch um die z-Achse herum. Ist 2β die volle Oeffnung des Kegels, so kann die Gleichung desselben durch

$$l = z \operatorname{tg} \beta \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

ausgedrückt werden, wobei l den Abstand irgend eines Kegelmantel-Punktes von der z-Achse bedeutet.

Da

$$l^2 = x^2 + y^2,$$

so ist auch

$$x^2 + y^2 = z^2 \operatorname{tg}^2 \beta \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1')$$

als Gleichung des Kreiskegels zu betrachten, d. h. für jeden beliebigen Punkt x, y der xy-Ebene ergiebt sich aus dieser Gleichung eine Koordinate z, deren Endpunkt dem Kegelmantel angehört.

Des Weiteren ist

$$z = c + x \operatorname{tg} \delta \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

die Gleichung derjenigen Ebene, welche die z-Achse in dem Abstand c von dem Koordinatenanfangspunkte schneidet, der y-Achse parallel läuft, gegen die x-Achse aber um den Winkel δ ansteigt.

Wenn beiläufig F die Länge des vom Koordinaten-Anfangspunkte auf diese Ebene gefällten Lothes bezeichnet, so ist

$$c = \frac{F}{\cos \delta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Es giebt eine Anzahl Ordinaten z, welche dem Kegel und der Ebene gemeinsam sind. Nimmt man dementsprechend z in 1') nnd 2) als gleich an, so kann man es eliminiren, und es resnltirt eine Gleichnng zwischen x und y

$$x^2 + y^2 = c^2 \operatorname{tg}^2\beta + x^2 \operatorname{tg}^2\vartheta \operatorname{tg}^2\beta + 2\,c\,x \operatorname{tg}\vartheta \operatorname{tg}^2\beta \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

oder

$$x = \frac{1}{1 - \operatorname{tg}^2\vartheta \operatorname{tg}^2\beta} \left\{ c \operatorname{tg}\vartheta \operatorname{tg}^2\beta \pm \sqrt{c^2 \operatorname{tg}^2\beta - y^2 (1 - \operatorname{tg}^2\vartheta \operatorname{tg}^2\beta)} \right\} \quad \ldots \quad 4')$$

Diese Gleichung stellt zwar eine Ellipse dar, aber noch nicht die gesuchte, sondern die Gleichnng der Parallel-Projektion der gesuchten Schnittlinie anf die xy-Ebene.

Es ist wichtig, später auf diese Kurve zurückzukommen; zunächst aber soll aus ihrer Gleichung diejenige der Schnittlinie selber abgeleitet werden, was durch die folgende einfache Koordinaten-Transformation bewerkstelligt wird

$$\left. \begin{aligned} x &= \xi \cos\vartheta \\ y &= \eta \end{aligned} \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 5)$$

Für die gesnchte Ellipse resultirt dabei mit Rücksicht auf 3) die folgende Gleichung

$$\eta^2 + \xi^2 (\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta \operatorname{tg}^2\beta) - \xi \cdot 2\,F \operatorname{tg}\vartheta \operatorname{tg}^2\beta = \frac{F^2 \operatorname{tg}^2\beta}{\cos^2\vartheta} \quad \ldots \quad 6)$$

Da diese Gleichung bezüglich der ξ-Ordinate noch ein lineares Glied enthält, so ist es nicht die Mittelpunktsgleichung der Ellipse; letztere kann daraus aber abgeleitet werden, und zwar dadurch, dass man von Neuem eine einfache Koordinaten-Transformation vornimmt, welche durch die von mir oben zitirte Untersnchnng in der Meteorologischen Zeitschrift nahegelegt wird, nämlich

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \xi_1 + e \\ \eta &= \eta_1 \end{aligned} \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$

wobei

$$e = \frac{F \sin^2\beta \operatorname{tg}\vartheta}{\cos(\vartheta + \beta) \cos(\vartheta - \beta)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 8)$$

den Abstand des projektivischen Mittelpunktes vom geometrischen Mittelpnnkte der Ellipse bedentet. In Fig. 2, innerhalb der Ebene von Gleichung 2), ist der Koordinatenanfangspnnkt P der projektivische Mittelpunkt der Ellipse, und 6) stellt die Gleichung derselben dar für denjenigen Fall, dass die Koordinaten ξ und η im *projektivischen* Mittelpunkte entspringen.

Die etwas umständliche Transformation anf den geometrischen Mittelpnnkt nach 7) und 8) soll hier nicht durchgeführt werden; das Ergebniss ist indessen folgendes:

$$\eta_1^2 + \xi_1^2 (\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta \operatorname{tg}^2\beta) = \frac{F^2 \operatorname{tg}^2\beta}{\cos^2\vartheta} + 2\,e\,F \operatorname{tg}\vartheta \operatorname{tg}^2\beta - e^2 (\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta \operatorname{tg}^2\beta) \quad . \quad . \quad 9)$$

Nach dem Schema

$$y^2 + x^2 \frac{b^2}{a^2} = b^2 \,.$$

der Mittelpunktsgleichung der Ellipse mnss die rechte Seite von 9) das Quadrat des kleinen Halbmessers der Ellipse darstellen, nnd ebenso der Faktor von ξ_1^2 den Quotienten b^2/a^2. Substituirt man für e den Ansdruck 8), so erhält man nach gehöriger Rednktion

$$\left. \begin{aligned} b^2 &= \frac{F^2 \sin^2\beta}{\cos(\vartheta + \beta) \cos(\vartheta - \beta)} \\ a &= \frac{F \sin\beta \cos\beta}{\cos(\vartheta + \beta) \cos(\vartheta - \beta)} \end{aligned} \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 10)$$

Ausdrücke, welche die für die gesuchte Ellipse charakteristischen Grössen (kleiner und grosser Halbmesser) genau darstellen. Die Richtigkeit der vorstehenden Ableitungen wird besonders dadurch bestätigt, dass ihre Ergebnisse mit denjenigen meiner früheren Untersuchung identisch sind [vgl. *Meteorolog. Zeitschr.* **9.** *S. 247. 1872,* Gleichungen 7) und 8)]. Als geometrisches Gebilde ist die gesuchte Ellipse durch die Ausdrücke 10) vollkommen definirt. Die Normale F bedeutet bei der Anwendung auf die photographische Kamera die Bildweite des Objektivs.

Im Folgenden wird von der Mittelpunktsgleichung 9) mit den Koordinaten ξ_1 und η_1 nicht weiter Gebrauch gemacht werden, wohl aber von den Koordinaten ξ und η [Gleichung 5) und 6)], welche im projektivischen Mittelpunkte entspringen.

[Fortsetzung folgt.]

Referate.

Ersatz der Spinnfäden durch versilberte Quarzfäden im Fernrohrokular.

Von F. L. O. Wadsworth. *Monthly Notices* **57.** *1897.*

Zum Ziehen der Quarzfäden empfiehlt der Verfasser das Verfahren von Boys (*Phil. Mag.* **45.** *S. 489. 1887*), für die Versilberung die Methode von Brashear (*Astrophys. Journ.* **1.** *S. 252. 1895*). Den bekannten Vorzügen der Quarzfäden werden neue angereiht, die entstehen, wenn man die Fäden hell im dunkeln Feld benutzt. *Hammer.*

Ueber ein neues Koordinatenplanimeter von Hamann.

Von H. Neuendorff. *Zeitschr. f. Vermess.* **27.** *S. 553. 1898.*

Verf. beschreibt die Ausführung eines im Prinzip sehr einfachen Linearplanimeters, das eben deshalb im Vergleich mit dem Wetli-Hansen'schen Linearplanimeter von Interesse ist, wenn es auch dem Polarplanimeter und seinen Abarten nicht wird Konkurrenz machen können. Die Theorie des Instruments wird vollständig entwickelt und die Fehlerquellen (Neigung der Rollenachse gegen die Ebene der zu bestimmenden Figur, Exzentrizität der Rollenachse, Rollenschiefe, Fahrarmschiefe, Scharnierschiefe, ungleiche Länge der Schenkel) werden erörtert. Die Genauigkeit wird „für grössere Flächen von günstiger Gestalt" zu $^1/_{300}$ bis $^1/_{350}$, für kleinere Flächen entsprechend mehr, angegeben. Eine kleine, vom Verf. angegebene Verbesserung an dem Instrument würde die Genauigkeit sicher beträchtlich steigern. *Hammer.*

Neue Landmesser-Kreuzscheiben.

Von A. Cerri. *Rivista di Topogr. e Catasto* **10.** *S. 153. 1897/98.*

Der Verf. wird durch seine neuen Einrichtungen die alten einfachen Formen der Werkzeuge zum Abstecken rechter Winkel wohl kaum verdrängen; denn jene verlangen, um wirklichen Nutzen bringen zu können, sehr genaue Herstellung und ein Mikrometerwerk zum scharfen Einstellen der Zielpunkte. Der Vortheil der alten Kreuzscheiben besteht aber gerade in ihrer Einfachheit, Billigkeit, Dauerhaftigkeit. *Hammer.*

Ueber die Lageschwankungen der Spitze des Eiffelthurms.

Von Oberst Bassot. *Compt. rend.* **125.** *S. 903. 1897.*

Verf. beschreibt die Methode, nach der die Bewegungen der Spitze des Eiffelthurms (in horizontalem Sinn) verfolgt worden sind. Wie zu erwarten war, sind zwei Ruhezeiten bei Tag und bei Nacht vorhanden, und sind die Bewegungen um Sonnenaufgang und Sonnenuntergang am raschesten und grössten; die Grösse dieser Bewegungen aber ist ziemlich gering. Die Entfernungen zwischen der Projektion der Thurmspitze und einem bestimmten festen

Punkt am Boden, etwa in der Mitte des Thurms, schwanken nur zwischen 3 und 11 *cm*, wobei jedoch die Richtung dieser Strecke im Laufe des Tages um mehr als einen Quadranten im Azimut sich dreht. Die tägliche Torsion ist also gross und der Thurm wäre als geodätische Station nur bei Anwendung derselben Vorsichtsmaassregeln brauchbar, wie sie bei Holzpfeilern üblich sind. *Hammer.*

Ueber den Antrieb eines Pendels.

Von G. Lippmann. *Compt. rend.* **127.** *S. 15. 1898.*

Verf. will die Störungen der Oszillationsdauer vermeiden, die beim Antrieb eines Pendels durch ein gewöhnliches Uhrwerk eintreten. Nach ihm ist es möglich, einen schwingenden Körper ohne Störung anzutreiben, wenn der Antrieb beim Durchgang durch die Ruhelage durch eine Folge momentaner, gleichstarker, aber beim Hin- und Hergang entgegengesetzt gerichteter Impulse geschieht. Verf. erhofft eine Erhöhung der Genauigkeit bei der Bestimmung der Erddichte mittels der Drehwaage, wenn es gelingt, in dieser Weise die allmählich abnehmenden Schwingungen des zwischen zwei anziehenden Bleikugeln oszillirenden Torsionspendels in dauernde zu verwandeln.

Durch Lippmann angeregt, hat A. Gnillet, wie *a. a. O. S. 94* mitgetheilt wird, ein Pendel konstruirt, das selbstthätig einen eigenthümlichen Kontakt öffnet und schliesst derart, dass ein durch zwei Spulen gehender Strom einen am unteren Ende des Pendels befindlichen Magneten anzieht und abstösst. Die Stromstärke braucht nur sehr gering zu sein; ausser bei Quecksilberkontakt wurde keine Funkenbildung wahrgenommen. Der Apparat hat vier Monate hindurch zur Zufriedenheit des Verf. gearbeitet; der Unterschied in der Schwingungsdauer mit und ohne Antrieb äussert sich erst in der 7. Dezimale. *Sn.*

Einige Versuche über molekulare Berührung.

Von J. Stevens. *Phys. Rev.* **8.** *S. 49. 1899.*

Je zwei parallelepipedische Körper aus verschiedenen Metallen ($8 \times 5 \times 1$ *cm*) wurden bei horizontaler Lage ihrer Längsachsen mit ihren polirten Seitenflächen auf einander gelegt. An der einen Stirnseite des oberen Körpers wurde — ähnlich wie bei der Bestimmung des Reibungskoëffizienten — mittels Schnur und Leitrolle eine leichte Schale zur Aufnahme von Zuggewichten befestigt, an der anderen Stirnseite ein Planspiegel. Durch einen vorgesetzten Interferenzapparat wurden unter Benutzung des Spiegels als Referenzfläche die minimalen Verschiebungen gemessen, welche der obere Körper unter Einwirkung sehr kleiner Zuggewichte erfuhr. Untersucht wurden Eisen, Stahl, Kupfer und Messing in verschiedenen Paarungen. Die Versuche zeigten folgende Gesetzmässigkeiten:

Schon bei sehr geringen Zuggewichten — im Mittel etwa 15 *g* — zeigte der obere Körper sehr kleine, nur durch die Interferenzmethode wahrnehmbare, dem Zuggewicht nahezu proportionale Verschiebungen. Bis zu einer bestimmten Grenze der Zugkräfte kehrte der Körper in seine Anfangslage zurück.

Der Zurückführung der angegebenen Erscheinungen auf die Molekular-Anziehung kann Ref. auf Grund der vorliegenden kurzen Veröffentlichung nicht beitreten. Es ist denkbar, dass entweder die zwischen den Berührungsflächen befindlichen Luft- und Flüssigkeitshäutchen oder auch die zum Eingriff kommende Oberflächen-Struktur der beiden Körper ähnliche Erscheinungen hervorrufen können. Bei der Kleinheit der beobachteten Verschiebungen dürfen wohl auch die Vorgänge in der Leitrolle und in der Schnur nicht ganz vernachlässigt werden. *G.*

Die Dichte des Eises.

Von E. L. Nichols. *Phys. Rev.* **8.** *S. 21. 1899.*

Die bisher gefundenen Werthe für die Dichte des Eises sind nach den Angaben des Verf. die folgenden:

Jahr	Beobachter	Methode	Art des Eises	Dichte bei 0°
1845	Brunner	Wägung in Petroleum und Terpentinöl	Flosseis	0,9180
1852	Plücker u. Geissler	dilatometrisch	Eis von ausgekochtem Wasser	0,91580
1855	Kopp	dilatometrisch	ebenso	0,9078
1860/2	Dufour	Schwimmen in Alkohol und Wasser	ebenso	0,9175
1860/2	"	Schwimmen in Chloroform und Petroleum	ebenso	0,9178
1870	Bunsen	dilatometrisch	Eis im Dilatometer gefroren	0,91685

Verf. fand durch Wägung verschiedener Arten Eis in Luft und in Petroleum:

Art des Eises	Wägungstemperatur	Dichte bei 0° bezogen auf Wasser von 0°	Mittel
Eismantel um eine mit Kohlensäure und Aether gefüllte Röhre . . .	−1,6°	0,91619	0,91615
	−1,5	0,91590	
	−0,6	0,91636	
Natureis (Eiszapfen)	−1,9	0,91816	0,91807
	−1,6	0,91801	
Natureis (Teich-Eis) frisch	−0,7	0,91804	
" " " ein Jahr alt . .	−1,8	0,91644	

Ferner ermittelte der Verf. die Dichte des Eises noch auf eine andere Weise, indem er einen Raum von bekanntem Volumen mit einem danach geschnittenen Eisblock fast ausfüllte, die Zwischenräume mit Quecksilber vollgoss und Eis und Quecksilber wog. Für frisches Natureis (Teich-Eis) vom gleichen Stück wie oben ergab sich in diesem Falle 0,91772. Die Versuche wurden durch den Eintritt warmer Witterung unterbrochen, indessen kann man schon so viel erkennen, namentlich durch Vergleich mit den älteren Beobachtungen, dass die Dichte des Natureises grösser ist als diejenige des Kunsteises. *Schl.*

Ueber einige Verbesserungen am Normalbarometer.

Von K. R. Koch. *Wied. Ann.* **67.** *S. 485. 1899.*

Verf. hat früher (*Wied. Ann.* **55.** *S. 391. 1895*) ein Normalbarometer beschrieben, dessen Vakuum durch eine eingeschaltete Geissler'sche Röhre zu beliebiger Zeit kontrolirt und durch Anschluss des Barometers an eine selbstthätige Quecksilberluftpumpe jederzeit wiederhergestellt werden konnte. Das in vorliegender Veröffentlichung beschriebene Barometer ist nun dauernd mit einer Luftpumpe Sprengel'scher Konstruktion mit zweifachem Barometerabschluss verbunden. Das Vakuum wird erst dann als genügend angenommen, wenn in der Geissler'schen Röhre die durch die Kathodenstrahlen hervorgerufenen Fluoreszenzerscheinungen gut zu beobachten sind. Die inneren Elektroden des Hittorf'schen Rohres sind durch *äussere* Belegungen (Messingkappen) ersetzt, da die inneren Belegungen noch nach Monaten okkludirte Gase abgeben, und an den Einschmelzstellen infolge der hohen Temperatur der Elektroden beim Durchgang der Entladungen leicht Sprünge eintreten, durch welche die Luft in das Vakuum eindringt. *Schl.*

Bestimmung des Spannungskoëffizienten und der Differenz des Ausdehnungskoëffizienten und Spannungskoëffizienten der Luft.

Von W. Hoffmann. *Wied. Ann.* **66.** *S. 224. 1898.*

Der Apparat zur Bestimmung des Spannungskoëffizienten der Luft ist im Wesentlichen ein Luftthermometer der üblichen Form, welches durch Ersetzen des gewöhnlich

offenen Quecksilberrohres durch ein Barometerrohr vom äusseren Luftdruck unabhängig gemacht wurde. Durch ein zwischen beiden mittels Dreiweghahns einschaltbares, in der Höhe verstellbares Quecksilbergefäss konnte die Quecksilbermenge beliebig verändert und die Luft in dem oben durch Hahn abgeschlossenen Barometerrohr entfernt werden.

Zur Bestimmung der Differenz von Ausdehnungskoëffizient und Spannungskoëffizient wurde das Instrument dadurch geeignet gemacht, dass man zwischen Thermometergefäss und Barometerrohr noch eine Erweiterung einschaltete, welche annähernd den Volumenzuwachs der Luft von 0° bis 100° aufnehmen konnte.

Für den Spannungskoëffizienten der Luft fand der Verf. im Mittel aus drei Bestimmungen $\alpha_p = 0{,}00366\,957$; die Differenz zwischen Ausdehnungs- und Spannungskoëffizient ergab sich im Mittel aus zwei Beobachtungen zu

$$\alpha_v - \alpha_p = 0{,}00000123 \, .$$

Schl.

Ueber die Kalorie Regnault's und unsere Kenntniss des spezifischen Volumens des Wasserdampfes.

Von G. P. Starkweather. *Amer. Journ. of Science (4)* **7.** *S. 13. 1899.*

Die Vergleichung der Resultate Regnault's mit denen anderer Beobachter führt den Verf., dessen Diskussionen hier nicht wiedergegeben werden können, zu dem Schlusse, dass unter der Annahme, Regnault habe seinen Messungen die Skale des Luftthermometers zu Grunde gelegt, dessen Werth der mittleren spezifischen Wärme des Wassers zwischen 0° und 100° [$= 1{,}00358\, c_{15}$] mit denen anderer Beobachter übereinstimme. Der Verf. bildet unter Auswahl aus dem gesammten vorliegenden Material für Temperaturen unter 100° für die spezifische Wärme die Interpolationsformel

$$h = 1{,}00449\, t - 0{,}000\,1901\, t^2 + 0{,}000\,001813\, t^3.$$

Ferner entwickelt er in derselben Weise für die Verdampfungswärme des Wassers folgende Formeln

$$\text{über } 100^\circ \quad H = 603{,}2 + 0{,}356\, t - 0{,}00021\, t^2,$$
$$\text{unter } 100^\circ \quad H = 598{,}9 + 0{,}442\, t - 0{,}00064\, t^2.$$

Endlich findet er für die spezifischen Volumina des trocknen gesättigten Wasserdampfes folgende wahrscheinlichste Zahlen:

t	v	t	v	t	v
0	208,91	70	5,0320	140	0,50152
10	107,88	80	3,3942	150	0,38707
20	58,505	90	2,3461	160	0,30278
30	33,198	100	1,6587	170	0,23982
40	19,637	110	1,1973	180	0,19216
50	12,063	120	0,88099	190	0,15566
60	7,6703	130	0,65948	200	0,12739

Die Bestimmungen der Dichte des überhitzten Wasserdampfes lassen noch keine genügende Uebereinstimmung erkennen, um daraus endgültige Werthe ableiten zu können.

Wie weit die obigen Formeln und Werthe, deren Ableitung nicht immer ohne Willkür geschehen ist, Zutrauen verdienen, muss Ref. dahingestellt lassen. *Schl.*

Ueber die Vermeidung einer Fehlerquelle in der Andrews'schen Methode zur Bestimmung der spezifischen Wärme von Flüssigkeiten.

Von L. Pfaundler. *Wied. Ann.* **67.** *S. 439. 1899.*

Eine von Gumlich und Wiebe kürzlich besprochene Fehlerquelle der oben angegebenen Methode (vgl. *diese Zeitschr.* **19.** *S. 29. 1899*) beruht darauf, dass die Temperatur des Wärme übertragenden Quecksilbergefässes und somit auch dessen Volumen in dem Moment,

in welchem die Quecksilberkuppe die untere Marke passirt, von der gleichzeitig im Kalorimetergefäss herrschenden Temperatur abhängt. Diese Fehlerquelle lässt sich nach des Verf. Ansicht am einfachsten dadurch vermeiden, dass man für die in Rede stehenden Versuche und die entsprechenden Kontrolversuche mit Wasser möglichst identische Temperaturen wählt und ausserdem die untere Marke des Erwärmungskörpers so tief legt als irgend thunlich, ohne die Dauer des Versuchs über Gebühr zu verlängern. Dies ist unzweifelhaft richtig für Versuche bei Temperaturen über Null Grad; handelt es sich jedoch um tiefere Temperaturen — und derartige Versuche hatten gerade die genannten Autoren zum Studium dieser Fehlerquelle veranlasst — so lässt sich dieselbe nicht vermeiden und muss daher in Rechnung gezogen werden.

Für die Bestimmung der spezifischen Wärme bei verschiedenen Temperaturen über Null Grad schlägt der Verf. die Anbringung mehrerer, durch Erweiterungen getrennter, fester oder einer auf der Kapillare des Erwärmungskörpers verschiebbaren Marke vor, die sich dann leicht so stellen lässt, dass sie von der sinkenden Quecksilberkuppe mit gerade geeigneter Geschwindigkeit passirt wird. *Glch.*

Ueber die Messung sehr niedriger Temperaturen.

Von H. Kamerlingh Onnes. *Communic. from the Phys. Labor. at the Univers. of Leiden. Nr. 27.*

In zwei Abschnitten wird in der vorliegenden Arbeit der technisch-instrumentelle Theil einer ausgedehnten Untersuchung über die Messung tiefer Temperaturen mitgetheilt, während für die Beobachtungsresultate selbst eine weitere Veröffentlichung in Aussicht gestellt ist. Die Messung geschah mittels des *Gasthermometers*, mit welchem eine Anzahl *Thermoelemente* verglichen wurden.

Die beiden benutzten Gasthermometer, ein kleineres und ein grösseres Modell, sind Jolly'sche Manometer mit Einstellung auf konstantes Gasvolumen, leicht transportabel und möglichst handlich eingerichtet. Die Thermometergefässe waren aus Jenaer Glas hergestellt, mit elektrolytisch gewonnenem, gut getrocknetem Wasserstoff gefüllt und durch eine Stahlkapillare mit dem Manometer verbunden, dessen beide Schenkel durch einen Kautschukschlauch zusammenhingen; die Einstellvorrichtung ist die bekannte von Chappuis angegebene (vgl. z. B. Guillaume, *Traité de Thermométrie. S. 232*), durch welche das Volumen des schädlichen Raumes sich ausserordentlich verringern lässt; doch betrug wegen der relativen Kleinheit der benutzten Thermometergefässe im vorliegenden Falle das Volumen des schädlichen Raumes immerhin etwa 3% beim kleinern, 1% beim grössern Modell. Die Höhendifferenz der Quecksilberkuppen in beiden Schenkeln jedes Gasthermometers wurde kathetometrisch gemessen. Eine besondere Sorgfalt wurde der Bestimmung der Fundamentalpunkte 0° und 100° gewidmet. Bei dem Siedeapparat kondensirte sich der ausströmende Dampf in einem Behälter, in welchem durch eine schnell rotirende Turbine kaltes Wasser ausserordentlich fein zerstäubt werden konnte; durch die hierdurch bewirkte gleichmässige Kondensation wurden Druckschwankungen im Siedekessel vermieden.

Die Thermoelemente bestanden aus Drähten von Neusilber und Kupfer. Käuflicher besponnener Kupferdraht erwies sich als hinreichend homogen, sodass bei seiner Erwärmung Thermoströme nicht auftraten. Bei den Neusilberdrähten konnte diese Bedingung jedoch erst durch ein längeres Ausglühen mittels eines elektrischen Stromes (Ausglühen mittels Bunsenbrenners genügte nicht) und darauf folgendes langsames Abkühlen erreicht werden; die dann bei Erwärmung des Drahtes noch auftretenden Thermoströme betrugen höchstens 0,5 *Mikrovolt*, während vorher bei einer Temperaturdifferenz von etwa 130° solche von mehreren *Mikrovolt* beobachtet werden konnten. Die Löthstellen der Elemente waren sorgfältig isolirt und zum Schutze gegen äussere Einflüsse in luftdicht schliessende Glashülsen gesteckt. Die Messung der E.M.K. des mit dem Gasthermometer zu vergleichenden Thermoelements geschah durch Kompensation gegen die E.M.K. eines gleichartigen Thermoelements, dessen Löthstellen auf 0° bezw. 100° gehalten wurden, und welche ihrerseits unter gleichzeitiger Beobachtung des Barometerstandes von Zeit zu Zeit gegen die eines Clark-Elements kompensirt wurde.

Zur Vermeidung störender Thermoströme an den gewöhnlich gebrauchten Umschaltern und Stromschlüsseln sind besondere Kontaktvorrichtungen verwandt worden, bei denen der Kontakt durch das Zusammenfliessen zweier Quecksilbermassen herbeigeführt wurde, die in geeignet geformte Glasröhren eingeschlossen waren; die Stellen, an denen verschiedene Metalle zur Berührung kamen, waren durch Packungen gegen strahlende und leitende Wärme geschützt. *Rt.*

Theorie und Anwendung eines neuen Interferenz-Spektroskops.

Von Ch. Fabry und A. Pérot. *Ann. de chim. et de phys.* (7). **16.** *S. 115. 1899.*

Trotz der ausserordentlichen Leistungsfähigkeit der neueren grossen Prismen- und Gitterspektroskope ist doch deren Auflösungsvermögen immerhin nur ein beschränktes; in Folge dessen galten beispielsweise bis vor Kurzem viele Spektrallinien als einfach, die eben durch die bisherigen Apparate nicht in ihre Bestandtheile zerlegt werden konnten, bis Michelson bei Gelegenheit seiner metronomischen Arbeiten mit Hülfe von Interferenzerscheinungen den Schluss zog, dass nur eine einzige der von ihm untersuchten Linien wirklich einfach sein könne, nämlich die rothe Kadmiumlinie. Eine sehr weitgehende Auflösung der verschiedenen Spektrallinien gelang nun den Verfassern mit Hülfe des von ihnen konstruirten Interferenz-Spektroskops, das auf folgendem Prinzip beruht.

Lässt man Licht von einer ausgedehnten, monochromatischen Lichtquelle auf eine durch zwei planparallele Flächen begrenzte Luftplatte fallen, so beobachtet man mittels eines auf der entgegengesetzten Seite der Platte befindlichen, auf Unendlich eingestellten und senkrecht zur Platte gerichteten Fernrohrs konzentrische Interferenzringe, die besonders scharf erscheinen, wenn beide Grenzflächen schwach versilbert sind. Diese Ringe kommen dadurch zu Stande, dass die direkt durch die Platte gegangenen mit den an den beiden Grenzflächen reflektirten Strahlen zur Interferenz gelangen; die Gangdifferenz der einzelnen Strahlenpaare $\Delta = 2e \cos i$ hängt ausser von der Dicke e auch vom Einfallswinkel i ab, und zwar entspricht jedem Punkte der Brennebene des Fernrohrobjektivs nur ein einziger Werth von Δ, sodass man also auch bei ausgedehnten Lichtquellen eine vollkommen reine, unverwaschene Erscheinung erhält. Lässt man die beiden Grenzflächen kontinuirlich auseinanderrücken, so scheinen die Ringe einfach von aussen nach der Mitte hin zu wandern und im Mittelpunkt zu verschwinden. Ist aber das verwendete Licht nicht streng monochromatisch, sondern besteht, wie etwa das Natriumlicht, aus zwei oder mehreren in der Wellenlänge nahezu übereinstimmenden Komponenten, so werden sich zwar anfänglich bei sehr geringem Plattenabstande die von den beiden Komponenten herrührenden Ringsysteme überdecken, bei wachsendem Plattenabstande dagegen auseinanderrücken, und zwar wird sich das von der Linie grösserer Wellenlänge herrührende System stärker nach dem Mittelpunkt hin verschieben, sodass sich bei einem bestimmten Plattenabstand ein Ring dieses Systems genau in der Mitte zwischen zwei Ringen des anderen Systems befindet. Nennen wir für diesen Fall, der sich durch mikrometrische Messung recht genau feststellen lässt, Δ die Gangdifferenz, p die Ordnungszahl des betreffenden Rings, λ die Wellenlänge der einen, $(\lambda + \varepsilon)$ diejenige der anderen Komponente, so gelten die Gleichungen $\Delta = p\lambda$, $\Delta + \frac{\lambda}{2} = p(\lambda + \varepsilon)$; somit $\frac{\varepsilon}{\lambda} = \frac{\lambda}{2\Delta} = \frac{1}{2p}$.

Kennt man also die Gangdifferenz Δ, die sich mit Hülfe eines Maassstabes hinreichend genau ermitteln lässt, oder die Ordnungszahl p, so findet man leicht in dem Bruche $\frac{\varepsilon}{\lambda}$ das Verhältniss zwischen der Differenz der beiden Wellenlängen zur Wellenlänge der einen Komponente.

Der eigentliche Apparat der Verfasser hat nun folgende Einrichtung: Die beiden versilberten Glasplatten mit vollkommen ebenen Flächen sind vertikal auf zwei gegen einander verschiebbaren Schlitten befestigt; diese bestehen aus dreiseitigen, an zwei Seiten mit Spiegelglas belegten Holzprismen, welche in einer ebenfalls mit Spiegelglas ausgekleideten,

den Prismen genau entsprechenden Rinne gleiten, sodass eine möglichst ruhige und zwanglose Bewegung der Schlitten gewährleistet ist. Zur Einstellung ist die eine Platte bezw. der zugehörige Schlitten mit Vorrichtungen zu gröberer Parallelverschiebung und kleineren Drehungen, die andere Platte mit solchen zu grösseren Drehungen und feinerer Parallelverschiebung versehen. Die Parallelverschiebungen erfolgen durch Schrauben mit entsprechender Ganghöhe und Uebertragungen, vermöge deren einer ganzen Schraubenumdrehung nur eine Verschiebung von 4 μ entspricht. Um die eine Platte um sehr kleine Winkel drehen zu können, sitzt dieselbe an einem längeren Stahlstab, welcher nach der Seite sowie nach oben bezw. unten etwas verbogen werden kann. Zu diesem Zwecke befinden sich unterhalb und zur Seite des Stabes zwei Kautschukballons, die mit einem in vertikaler Richtung verstellbaren Wasserbehälter in Verbindung stehen; durch Heben und Senken der letzteren lässt sich der Druck der Ballons auf die Stahlstange und damit auch die Drehung der Glasplatten ohne jede Erschütterung und innerhalb sehr kleiner Grenzen variiren. Einen Maassstab für die erreichte Genauigkeit der Justirung liefert das Aussehen der Ringe selbst, die nur dann vollkommen kreisrund erscheinen, wenn die beiden Grenzflächen genau parallel stehen.

Die Dicke der die Glasflächen bedeckenden Silberschicht richtet sich nach der Helligkeit der zu untersuchenden Lichtquelle; bei intensiven Lichtquellen kann man die Schicht ziemlich dick wählen und erhält dann ungemein glänzende Streifen, deren Breite nur etwa $^1/_{20}$ ihres Abstandes beträgt; bei weniger hellen Lichtquellen muss die Silberschicht entsprechend dünner sein. Als Lichtquellen dienten den Verf. Geissler'sche Röhren, deren Licht nöthigenfalls noch spektral gereinigt wurde.

Als Beispiel möge hier die Beschreibung der Beobachtung mit grünem Thalliumlicht ($\lambda = 0{,}5439\ \mu$) folgen: Bei einer Dicke der Luftschicht von 1,5 *mm* bemerkt man im Innern jedes glänzenden Ringes einen zweiten, schwächeren; die Thalliumlinie ist also doppelt und die schwächere Komponente liegt auf der Seite der grösseren Wellenlängen. Der schwächere Interferenzring liegt genau in der Mitte der beiden stärkeren, wenn der Platenabstand 6,25 *mm*, d. h. die Ordnungszahl etwa 24 000 beträgt; somit ist das Verhältniss des Abstandes der beiden Komponenten zur Wellenlänge der einen nach den obigen Formeln: $\frac{\varepsilon}{\lambda} = \frac{1}{2p} = \frac{1}{48\,000} = 21 \times 10^{-6}$.

Aber auch die hellere der beiden Komponenten ist noch nicht einfach, denn bei einem Plattenabstand von 18 *mm* beginnen auch die der helleren Komponente entsprechenden Ringe sich zu verdoppeln, und zwar beträgt hier der Werth von $\frac{\varepsilon}{\lambda}$ nur 3×10^{-6}. Die bisher für einfach gehaltene Thalliumlinie ist somit dreifach und besteht aus einer stärkeren Hauptlinie und zwei schwächeren Nebenlinien von etwas grösserer Wellenlänge und annähernd gleicher Helligkeit.

In gleicher Weise untersuchten die Verf. noch eine Anzahl von Quecksilber- und Kadmiumlinien. Nur bei der rothen Kadmiumlinie liess sich in Uebereinstimmung mit Michelson mit den vorliegenden Mitteln keine Zusammensetzung erkennen; dagegen zeigte sich die grüne Kadmiumlinie doppelt, die blaue dreifach, die beiden gelben Quecksilberlinien doppelt, die grüne ebenfalls dreifach, und zwar beträgt für zwei Komponenten der letzteren das Verhältniss $\frac{\varepsilon}{\lambda}$ nur noch $1{,}5 \times 10^{-6}$. Vergleicht man damit den Werth desselben Verhältnisses für die beiden Natriumlinien $= 1000 \times 10^{-6}$, so ergiebt sich hieraus die ganz enorme Leistungsfähigkeit dieser Methode, welche gestattet, Linien zu trennen, deren Abstand nur noch den 700. Theil von demjenigen der beiden Natriumlinien beträgt.

Die Verf. wollen diese Untersuchungen noch auf andere Lichtquellen und auch auf die dunkeln Linien des Sonnenspektrums ausdehnen. Ausserdem schlagen sie vor, die Methode zur Prüfung der Planparallelität von Gläsern u. s. w. zu verwenden; thatsächlich ist derselbe Vorschlag schon vor Jahren von Lummer gemacht worden („Ueber eine neue

Interferenzerscheinung an planparallelen Glasplatten und eine Methode, die Planparallelität solcher Gläser zu prüfen. *Wied. Ann.* **23.** *S. 49. 1884*) und hat sich auch in der Praxis bereits bewährt. *Glch.*

Ueber ein neues absolutes Elektrodynamometer.

Von M. Deprez. *Compt. rend.* **126.** *S. 1608. 1898.*

Das neue absolute Elektrodynamometer von Deprez zeichnet sich vor früheren Konstruktionen dadurch aus, dass die Berechnung der „Konstanten" nicht bloss angenähert erfolgt, sondern dass man dafür einen einfachen und streng algebraischen Ausdruck aufstellen kann. Das Instrument besteht aus einem „Toroïd", das dadurch entsteht, dass man eine geschlossene geometrische Figur um eine ausserhalb ihrer Fläche liegende Achse rotiren lässt; der so entstehende ringförmige Körper wird gleichmässig bewickelt, sodass bei Stromdurchgang im Innern des Toroïds ein homogenes kreisförmiges Feld entsteht. Im Innern des Toroïds schwebt als bewegliches System eine kreiszylindrische, gleichmässig bewickelte Spule, deren Achse derjenigen des Toroïds parallel ist. Die Drehungsachse der beweglichen Spule steht auf diesen beiden Achsen senkrecht und geht durch die Mitte der Spule. Dann ist der Ausdruck für das Drehungsmoment, das auf die bewegliche Spule ausgeübt wird,

$$C = 2\, NJJ'S/a\,.$$

Darin bedeuten J und J' die Stromintensitäten der Ströme im Toroïd und in der beweglichen Spule, S die gesammte Windungsfläche der beweglichen Spule, N die gesammte Windungszahl auf dem Toroïd, a den Abstand des Spulenmittelpunktes von der Umdrehungsachse des Toroïds. *E. O.*

Theoretische Grundlage für einen harmonischen Wechselstromanalysator.

Von Th. Des Coudres. *Verhandl. d. physikal. Gesellsch. zu Berlin* **17.** *S. 129. 1898.*

Eine beliebige Wechselstromkurve kann man durch eine Fourier'sche Reihe darstellen in der Gestalt

$$\begin{aligned} F(t) = B_0 + A_1 \sin\omega t + A_2 \sin 2\omega t + \ldots \\ + B_1 \cos\omega t + B_2 \cos 2\omega t + \ldots \end{aligned} \qquad \omega = 2\pi n,$$

wo n die Schwingungszahl der Grundwelle bedeutet. Es handelt sich darum, die Koëffizienten A und B dieser Reihe experimentell zu bestimmen. Zu diesem Zwecke schickt Des Coudres den zu analysirenden Strom durch die feststehende Spule eines Elektrodynamometers; die bewegliche Spule dagegen wird mit einem Sinusinduktor verbunden. Die Umlaufszeit des Sinusinduktors sei so regulirt, dass in der beweglichen Spule ein Strom von $k \cdot n$ Perioden entsteht; dieser Strom ist also proportional $k \sin k\,\omega\, t$, wenn man den Anfangspunkt der Zeit so wählt, dass in ihm der Sinusinduktorstrom gerade das Vorzeichen wechselt. Man erhält also ein Drehungsmoment, das durch Drehen des Torsionskopfes um den Winkel α_k kompensirt wird. Bedeutet C die Apparatkonstante, so kann man setzen

$$\alpha_k = 2\, Ck\, \frac{1}{T} \int_0^T F(t) \sin k\,\omega\, t\, dt = C\,k\,A_k\,.$$

Dreht man jetzt die Multiplikatorrolle um 90°, sodass der Induktorstrom $k \cos k\,\omega\, t$ proportional wird, so wird die Dynamometerablesung

$$\beta_k = C\,k\,B_k\,.$$

C lässt sich in bekannter Weise bestimmen. Lässt man also den Sinusinduktor nach einander mit den Tourenzahlen

$$n,\ 2\,n,\ 3\,n\ \ \ldots$$

laufen und beobachtet jedesmal beide Dynamometerablesungen, so erhält man daraus

$$\begin{aligned} A_1\ A_2\ A_3\ \ldots \\ B_1\ B_2\ B_3\ \ldots \end{aligned}$$

Nun kann man aber auch die Fourier'sche Reihe in folgende Form bringen

$$F(t) = P_0 + P_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + P_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \quad . \quad . \quad .$$

Lässt man jetzt den Induktor wieder $k \cdot n$ Umdrehungen in der Sekunde machen und dreht die Multiplikatorrolle um den Winkel γ_k aus der oben definirten Anfangslage zurück, so ist der induzirte Sinusstrom proportional $k \sin(k\omega t + \gamma_k)$, und der beobachtete Dynamometerausschlag ϑ_k ist

$$\vartheta_k = C k P_k \cos(\varphi_k - \vartheta_k) .$$

Dreht man jetzt die Multiplikatorrolle so lange, bis der Dynamometerausschlag ein Maximum wird, dann ist

$$\vartheta_k = \varphi_k ,$$

d. h. der Drehungswinkel gleich dem Phasenwinkel des k^{ten} Gliedes, und weiter

$$P_k = d_k/(C \cdot k) .$$

Hat man es mit dem Strom einer Dynamomaschine zu thun, so wird man den Sinusinduktor unter Zwischenschaltung von austauschbaren Zahnradübertragungen mit der Welle der Maschine mechanisch kuppeln, um die für den Hülfsstrom erforderliche Wechselzahl exakt zu erhalten. *E. O.*

Eine neue Methode, die Inklination und die Horizontalintensität des Erdmagnetismus zu messen.

Von G. Meyer. *Wied. Ann.* ***64.*** *S. 742. 1898.*

Verf. verwendet zur Messung die Induktion in einer Spule, die einen aus Lamellen bestehenden Eisenkern von 6 × 6 *cm* Querschnitt und 10 *cm* Länge enthält und aus 4000 Drahtwindungen besteht. Mit Vortheil wird dieselbe, wie es bereits von H. Wild geschehen, in eine permanente Rotation versetzt und die Stellung der Rotationsachse aufgesucht, bei welcher keine Induktion stattfindet und die bekanntlich der Inklinationsrichtung entspricht. Die entstehenden Wechselströme werden durch Schleiffedern abgeleitet und durch ein Telephon geschickt, das verstummt, wenn keine Induktion mehr vorhanden ist. Die Anwendung des Telephons zu dem gedachten Zweck ist bereits 1880 von J. Stefan und 1886 von W. Schaper ausgeführt (*Meteorolog. Zeitschr.* ***3.*** *S. 71. 1886*), welch letzterer auch zu ähnlicher Genauigkeit von etwa 2' in der Bestimmung der Inklination wie Verf. gelangt. Anstatt des Telephons kann nach Vorschlag des Verf. auch ein Kapillarelektrometer benutzt werden.

Man wird aber nicht allein von einem Stationsinstrument, sondern auch von einem Reiseapparate eine wesentlich höhere Genauigkeit, mindestens etwa 0,5' verlangen müssen, um einen merklichen Fortschritt der Messungen bei gleichzeitiger Vereinfachung der Hülfsmittel zu erzielen.

Der gleiche Einwand ist auch gegen den Vorschlag des Verf. zu machen, die Horizontalintensität mit demselben Instrumente durch folgendes Verfahren zu bestimmen. Beiderseits der mit der Rotationsachse vertikal stehenden Spule werden symmetrisch zwei kreisförmige, mit Kupferdraht bewickelte Rahmen angeordnet, die hintereinander von demselben Strom durchflossen werden. Die Richtung und Stärke des Stromes werden so gewählt, dass das durch denselben erzeugte Magnetfeld der horizontalen Komponente des Erdmagnetismus gerade entgegengesetzt gleich ist. In diesem Falle verstummt das an die rotirende Spule angeschlossene Telephon. Aus der gemessenen Stromstärke und den Dimensionen der kreisförmigen Rahmen lässt sich die Horizontalintensität berechnen. *Esch.*

Neu erschienene Bücher.

C. Kaiserling, Praktikum der wissenschaftlichen Photographie. VII, 404 S. m. 193 Fig. u. 4 Taf. Berlin, G. Schmidt 1898.

Der wohl der Kürze halber gewählte Titel deckt sich nicht genau mit dem Inhalt des Buchs, welches neben einem allgemeineren Ueberblick über die photographischen Apparate und Methoden vorwiegend die Anwendung der Photographie behandelt, wie sie in der Medizin und den sogenannten beschreibenden Naturwissenschaften in Betracht kommt. Als Inhaltsübersicht möge die Zusammenstellung der Kapitelüberschriften genügen: Das Licht und seine Wirkungen. Der Aufnahmeapparat. Die Aufnahme. Das Negativverfahren. Das Positivverfahren. Die Vergrösserung und Mikrophotographie. Die Stereoskopie. Die Verwendung der Röntgenstrahlen. Die Photographie in natürlichen Farben und das Reproduktionsverfahren.

Auf verhältnissmässig engem Raum ist ein reichhaltiger Stoff zusammengedrängt; eine eingehende, gründliche Erörterung der in Betracht kommenden Verhältnisse ist so nicht immer erreicht worden; der Verf. will auch wohl mehr einführend und anregend wirken. Didaktische Gesichtspunkte bestimmten ihn, die theoretischen Ausführungen ziemlich knapp zu halten; es heisst in der Einleitung: „Anfangs hatte ich die Absicht, den wissenschaftlichen Zweck mit einer streng wissenschaftlichen Behandlungs- und Ausdrucksweise zu unterstützen. Das erwies sich aber als ungünstig. Meine Erfahrung im Unterricht hat mich gelehrt, dass der angehende Photograph diese Behandlungsweise nicht liebt, dass ihm eine klare Vorstellung von irgend welchen Verhältnissen werthvoller ist als ihre wissenschaftliche Begründung." Dieser Standpunkt scheint dem Ref. nicht ungefährlich zu sein. Sind auch nicht selten mit einfachen Worten die wesentlichen Züge recht geschickt wiedergegeben, so ist der Verf. an den Schwierigkeiten der optischen Theile des Buchs nicht eben glücklich vorbeigekommen. Die Darstellung der Linsenaberrationen (*S. 39 bis 58*), deren Umfang wohl beschränkt werden konnte, zeigt viele Ungenauigkeiten und Fehler; eigenthümliche Anschauungen über die Farbenkorrektion der Mikroskopobjektive entwickelt der Verf. auf *S. 269*. Die äussere Einrichtung des Weber'schen Photometers wird ausführlich beschrieben (*S. 16 bis 18*), ohne dass auf das Prinzip der Messung, namentlich der messbaren Schwächung der Vergleichslichtquelle eingegangen würde. Die Art, wie der Verf. *S. 298* unten die Beleuchtung bei Herstellung stark vergrösserter Mikrophotogramme behandelt, erhebt doch zu wenig Anspruch auf Wissenschaftlichkeit.

Bei den Urtheilen über Konstruktionen stützt sich der Verf. meist auf eigene Erprobung, wenn auch einige Irrthümer untergelaufen sind, so die Bemerkungen *S. 103* über Irisverschlüsse und *S. 80* über Anastigmatsätze. Für die Anleitung zum praktischen Arbeiten, auf die ja das Hauptgewicht gelegt ist, steht dem Verf. eine vielseitige Erfahrung zu Gebote, mit Hülfe deren er aus den mancherlei vorgeschlagenen Verfahren passend auszuwählen weiss. Mit Vorliebe deutet er darauf hin, wie man sich in vielen Fällen mit einfachen Mitteln helfen kann. Vertraut mit den Nöthen des Anfängers, verschmäht er es auch nicht, auf den unscheinbaren Kleinkram beim praktischen Arbeiten einzugehen.

An dem lebendigen und anregenden Ton des Buches merkt man, dass der Verf. den Gegenstand in Universitätskursen für Aerzte schon öfter behandelt hat; auf die Form der Darstellung ist dagegen wenig Sorgfalt verwandt, auch gönnt sich der Verf. gar zu oft kleine Abschweifungen.

Bei dem reichen Inhalt und der guten Anleitung zum praktischen Arbeiten dürfte das Buch vielen Wünschen entsprechen. *A. K.*

A. Wolpert u. H. Wolpert, Die Luft und die Methoden der Hygrometrie. 388 S. m. 108 Fig. Berlin, W. & S. Loewenthal.

Ein ausführliches Lehrbuch der Hygrometrie, wie das vorliegende, gab es bisher noch in keiner Sprache, und es ist deshalb ein dankenswerthes Unternehmen der Verfasser, ein

solches zu schaffen, umsomehr als die Hygrometrie nicht nur im praktischen Leben, sondern leider auch in der Wissenschaft bisher arg vernachlässigt wurde. Nach einem ersten Abschnitt „Luft und Wasserdampf in physikalischer Hinsicht“ gehen die Verf. kurz auf die hygienische Bedeutung der Luftfeuchtigkeit ein und erörtern dann in grosser Ausführlichkeit 21 Methoden zur Bestimmung der Luftfeuchtigkeit, die interessant genug sind, um hier wenigstens ihrem Gesammtinhalt nach wiedergegeben zu werden. Demnach lässt sich die Feuchtigkeit ermitteln aus dem Dampfgewicht, dem Dampfvolumen, dem Dampfdruck, aus der Dichte und aus dem Molekülvolumen eines Dampfgemisches, aus der Temperaturerhöhung durch Verdichtung des Wasserdampfes, aus der Gewichts- und Längenänderung hygroskopischer Körper, aus der Drehung gewundener und der Tonveränderung eingespannter, sowie der Krümmung hygroskopischer Körper, ferner aus der Volumenänderung hygroskopischer Gefässe, der Formveränderung von Pflanzentheilen und der Farbänderung hygroskopischer Substanzen. Zur Erkennung wechselnder Luftfeuchtigkeit dient auch die hiermit veränderliche Wasserverdunstung, die Veränderung des spezifischen Gewichts einer Flüssigkeit, die Verdichtung des Wasserdampfs durch Kompression der feuchten Luft, sowie die Menge des Wasserniederschlags bei Abkühlung feuchter Luft. Endlich kann die Luftfeuchtigkeit auch aus ihrem Einfluss auf das Sonnenspektrum und auf elektrische Erscheinungen erkannt werden.

In dem Buche, das ursprünglich für den Praktiker bestimmt ist, wird auch der wissenschaftlich gebildete Leser manche Anregungen, sowie auch manches Beherzigenswerthe finden. Kleinere Ausstellungen, die bei einem derartigen Erstlingslehrbuche naturgemäss gemacht werden können, kommen gegenüber den Vorzügen nicht in Betracht.

Schl.

Dreiecknetz, das schweizerische, der internationalen Erdmessg., hrsg. v. der schweizer. geodät. Kommission. 8. Bd. gr. 4°. Zürich, Fäsi & Beer i. Komm. 10,00 M.

A. Ritter, Lehrbuch d. höheren Mechanik. 3. verbesserte u. vermehrte Aufl. 2 Thle. I. Analytische Mechanik. II. Ingenieur-Mechanik. gr. 8°. m. 836 Holzschnitten. Leipzig 1898 24,00 M. — Lehrbuch der analytischen Mechanik. 3. verbess. u. vermehrte Aufl. gr. 8°. m 224 Holzschn. Leipzig 1898. 8,00 M.

Ergebnisse, die, des Präzisions-Nivellements in der österreich.-ungarischen Monarchie. Nordöstlicher Thl. Hrsg. vom k. u. k. militär.-geograph. Institute 4°. XII, 78 S. m. 1 Karte. Wien, R. Lechner's Sort. 2,40 M.

G. W. Leibniz, Briefwechsel m. Mathematikern. Hrsg. v. E. J. Gerhardt. 1. Bd. Mit einem photogr. Faks. gr. 8°. XXVIII, 761 S. m. Fig. Berlin, Mayer & Müller. 28,00 M.

P. Duhem, *Traité élémentaire de la Mécanique chimique fondée sur la Thermodynamique. Tome III: Les mélanges homogènes: les dissolutions.* gr. 8°. 380 S. m. Fig. Paris 1898. 10,50 M.

H. Zimmermann, Rechentafel nebst Sammlung häufig gebrauchter Zahlenwerthe. 6. bis 8. Taus. gr. 8°. XXXIV, 204 S. Berlin, W. Ernst & Sohn. Geb. in Leinw. 5,00 M.

Arbeiten, astronomisch-geodätische. Veröffentl. der Kgl. Bayr. Kommission f. d. internationale Erdmessg. 3. Hft. gr. 4°. München, G. Franz' Verl. in Komm. I. Polhöhen- u. Azimutbestimmg. in Kammer. 1886. — II. Polhöhen- u. Azimutbestimmg. auf dem Wendelstein. III. Azimutbestimmg. in München (Sternwarte) 1887 bis 1891. VIII, 240 S. 10,00 M.

L. Boltzmann, Vorlesungen über Gastheorie. Thl. II: Theorie van der Waals'; Gase mit zusammengesetzten Molekülen. gr. 8°. X, 265 S. Leipzig 1898. 7,00 M.

Silv. P. Thompson, *Michael Faraday, his Life and Work.* 8°. 320 S. London 1898. 5,20 M.

H. Hager, Das Mikroskop und seine Anwendung. 8. Aufl. v. Prof. Dr. C. Mez. gr. 8°. VIII, 335 S. m. 326 Fig. Berlin, J. Springer. Geb. in Leinw. 7,00 M.

Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam. Nr. 39. 1. Stk. 12. Bds. gr. 4°. Potsdam. Leipzig, W. Engelmann in Komm. 39. H. C. Vogel und J. Wilsing, Untersuchungen über die Spektra v. 528 Sternen. 73 S. 4,00 M.

J. D. van der Waals, Die Kontinuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes. 2. Aufl. 1. Thl. gr. 8°. VIII, 182 S. m. 2 Taf. Leipzig, J. A. Barth. 4,00 M.

Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. **H. Landolt**, Vorsitzender, Prof. Dr. **A. Westphal**, geschäftsführendes Mitglied,
Prof. Dr. **E. Abbe**, Dr. **H. Krüss**.

Redaktion: Dr. **St. Lindeck** in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang.	**Mai 1899.**	Fünftes Heft.

Ueber den photogrammetrischen Wolkenautomaten und seine Justirung.

Von
Dr. **A. Sprung** in Potsdam.

(Fortsetzung von S. 118.)

Die scheinbare Bahn des Sternes am Himmel ist ein Kreis, welcher mit konstanter Geschwindigkeit durchlaufen wird. In welcher Entfernung man sich den Stern vorstellt, ist für die Abbildung gleichgültig; man mag ihn z. B. ganz nahe herangerückt denken, sodass der Kreis ganz klein ist, wenn nur die ganze Umlaufszeit dieselbe bleibt. Ja man kann noch weiter gehen und die Kreisbahn auf die andere Seite des Objektivs verlegen, wobei dann nur der Sinn der Umkreisung sich umkehrt.

In Fig. 2 (*S. 116*) ist ein solcher Kreis gezeichnet worden; es ist dort auch angedeutet, in welcher Weise derselbe mit der Hauptellipse und mit der auf die xy-Ebene projizirten Ellipse zusammenhängt. Der Stern möge z. B. zu irgend einer Zeit in dem Kreise die Lage S haben, welcher der Winkelabstand w des Radius von der Richtung der x-Achse entspricht. Die Linie OS ist eine Mantellinie des Kegels und trifft also verlängert jedenfalls einen Punkt B der Bild-Ellipse. Lässt man nun von B auf die xy-Ebene ein Perpendikel BB' herab, welches dort die projizirte Ellipse trifft, so liegt nothwendigerweise BB' in der durch die drei Punkte OPS oder OPB bestimmten Ebene, und diese Ebene bezeichnet in der Ellipse der xy-Ebene einen Radiusvektor r und zugehörigen Polarwinkel $B'Ox$; letzterer muss dem Winkel w vollkommen gleich sein. Man kann sich nämlich vorstellen, dass die zwei in Betracht kommenden Winkel durchlaufen werden, indem ein und dieselbe Ebene durch Drehung um die z-Achse aus der xz-Ebene in die neue Lage $OPBB'$ gebracht wird.

Nachdem die Gleichheit der Winkel $B'Ox$ und w erkannt ist, braucht man sich um den Kreis nicht weiter zu kümmern; es genügt vielmehr, zur Betrachtung der projizirten Ellipse überzugehen, deren Polargleichung entwickelt werden soll.

Zu dem Zwecke setzt man in 4)

$$x = r\cos w, \quad y = r\sin w \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 11)$$

und erhält daraus zunächst

$$r = \frac{c\cos w \operatorname{tg}\vartheta \operatorname{tg}^2\beta \pm \sqrt{c^2\operatorname{tg}^2\beta}}{1 - \cos^2 w \operatorname{tg}^2\vartheta \operatorname{tg}^2\beta}.$$

Es gilt dasjenige Vorzeichen der Quadratwurzel, für welches der Radiusvektor stets positiv ausfällt und dies ist das positive Vorzeichen. Demgemäss ergiebt sich

$$r = \frac{c\operatorname{tg}\beta\,(1 + \cos w \operatorname{tg}\vartheta \operatorname{tg}\beta)}{1 - \cos^2 w \operatorname{tg}^2\vartheta \operatorname{tg}^2\beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 12)$$

Da δ für jeden Ort und β wenigstens für jeden Stern konstant ist, so ist r nur eine Funktion des Winkels w; denkt man es sich in dieser Weise in 11) eingesetzt, so werden auch die Koordinaten x und y Funktionen von w.

Für den vorliegenden Zweck genügt dies aber nicht, sondern es kommt darauf an, dass zunächst auch noch die Koordinaten ξ und η der Hauptellipse sich als Funktionen von w darstellen lassen. Dazu verhilft nun aber in der einfachsten Weise die oben unter 5) schon gegebene Relation

$$\xi = \frac{x}{\cos\delta}, \quad \eta = y.$$

Man erhält

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \frac{r\cos w}{\cos\delta} \\ \eta &= r\sin w \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 13)$$

und mit diesen einfachen Gleichungen 13) — unter Rücksicht auf 12) — ist eigentlich die vorliegende Aufgabe dem Prinzip nach gelöst. Ehe wir aber zur Anwendung übergehen, mögen beiläufig auch noch die Polarkoordinaten ϱ und ω der Hauptellipse als Funktionen von w bezw. r abgeleitet werden. Setzt man demgemäss

$$\xi = \varrho\cos\omega, \quad \eta = \varrho\sin\omega$$

und substituirt in den linken Seiten die Ausdrücke 13), so folgt

$$\begin{aligned} \varrho\cos\omega &= \frac{r\cos w}{\cos\delta} \\ \varrho\sin\omega &= r\sin w. \end{aligned}$$

Durch Quadriren und Addiren ergiebt sich

$$\varrho = \frac{r\sqrt{\cos^2 w + \sin^2 w\cos^2\delta}}{\cos\delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 14)$$

und durch Division

$$\operatorname{tg}\omega = \operatorname{tg} w\cos\delta. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 15)$$

Aus dieser letzten Gleichung kann man auch die folgende ableiten

$$\cos\omega = \frac{\cos w}{\sqrt{1 - \sin^2 w\sin^2\delta}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 15')$$

Nach Gleichung 14) wird $\varrho = r$ für $w = 90^0$ und 270^0, dagegen $\varrho = \frac{r}{\cos\delta}$ für $w = 0^0$ und 180^0, wie aus Fig. 2 auch ohne Weiteres ersichtlich ist.

Ferner hat nach Gleichung 15') ω den Sonderwerth w für $w = 0^0$ und 180^0; für $w = 90^0$ und 270^0 wird

$$\cos\omega = \frac{\cos w}{\cos\delta}.$$

Nach der geometrischen Vorstellung muss aber der Unterschied zwischen ω und w schon im ersten Quadranten von w wieder verschwinden; in Wirklichkeit werden in der That ω und w schon bei $w = 90^0$ einander wieder gleich, weil $\cos w$ und damit auch die ganze rechte Seite von 15') dort den Werth Null annimmt. Die noch einfachere Beziehung 15) führt auf anderem Wege zu demselben Resultate.

Durch Elimination von w aus 14) und 15) könnte man nun auch die eigentliche Polargleichung der Hauptellipse gewinnen; für die hier vorliegenden Ziele hat dieselbe indessen keine Bedeutung.

In Fig. 3 sind nun der Kegel und die schneidende Ebene in derjenigen Lage dargestellt, welche dieselben in dem vorliegenden Falle der Abbildung des Sternes durch die photographische Kamera wirklich einnehmen, das heisst, die Achse des Kegels gegen den Horizont um die Polhöhe aufsteigend, und die schneidende oder Bildebene horizontal. Die Figur ist nicht mehr perspektivisch, sondern stellt einen

Meridianschnitt dar. Ein von der Spitze des Kegels auf die Ebene herabgelassenes Loth ist identisch mit der oben bei Gleichung 3) eingeführten Länge F. Aus Fig. 3 geht hervor, dass δ nicht etwa die Polhöhe bedeutet, sondern das Supplement derselben zu 90°.

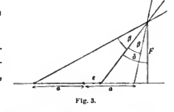


Fig. 3.

Für Potsdam, Telegraphenberg, ergiebt sich hierfür

$$\delta = 37^0\ 37'\ 3{,}6''.$$

Was nun ferner den hier allein in Betracht gezogenen Stern α Lyrae anbetrifft, so beträgt für September 1898 die Deklination desselben 38° 41′ 21,9″, und hieraus findet man

$$\beta = 51^0\ 18'\ 38{,}1''.$$

Es sollen nun zunächst die Dimensionen der von diesem Sterne gezeichneten Ellipse festgestellt werden. Dazu dienen die Formeln 10) und 8), für welche man in erster Linie der Summe und Differenz von δ und β bedarf; hierfür hat man nach dem Vorstehenden

$$\delta + \beta = 88^0\ 55'\ 41{,}7'', \quad \delta - \beta = -13^0\ 41'\ 34{,}5''.$$

Es ergeben sich folgende Zahlen

$$\begin{aligned} a &= 4932{,}11 \ mm \\ b &= 1063{,}64 \ \text{„} \\ e &= 4745{,}82 \ \text{„} \\ [a - e &= 186{,}29 \ \text{„}]. \end{aligned}$$

Der grosse Halbmesser der Ellipse erreicht also für α Lyrae nahezu eine Länge von 5 Meter, und nur ein ausserordentlich kleiner Theil der ganzen Kurve ist deshalb auf der Platte wirklich abgebildet worden; es ist übrigens, da α Lyrae der Kulmination nahe war, gerade das eine der schmaleren Enden, wo die Krümmung noch am grössten ausfällt[1]). Einen relativ sehr grossen Werth hat dabei die Grösse e, der Abstand des projektivischen Mittelpunktes vom geometrischen Zentrum. Da e in Fig. 3 nur etwa $\frac{1}{3}$ des grossen Halbmessers beträgt, so müssen

[1]) Aus der allgemeinen Formel für den Krümmengshalbmesser

$$K = \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''},$$

wobei die y' und y'' die erste bezw. zweite Differentiation nach x bezeichnen, kann diejenige bei unserer Ellipse leicht abgeleitet werden. Die Gleichung der letzteren ist

$$y^2 = b^2 - \frac{b^2}{a^2} x^2$$

mit den Werthen 10) von a und b. Man findet daraus

$$y' = -\frac{b^2}{a^2} \frac{x}{y}, \quad y'' = -\frac{b^4}{a^2} \frac{1}{y^3}.$$

Substituirt man diese in dem allgemeinen Ausdruck für K, so erhält man den für die Ellipse gültigen

$$K = -\frac{1}{b\,a^4} (a^4 - a^2 x^2 + b\,x^2)^{\frac{3}{2}}.$$

Für das zur Aufzeichnung gelangte Bahnstückchen ist ziemlich genau $x = a$, und es resultirt dafür somit der Sonderwerth b^2/a des Krümmungshalbmessers. Setzt man die unter 10) angegebenen Zahlenwerthe ein, so ergiebt sich 229,38 mm; ein mit diesem Halbmesser beschriebener Kreis schliesst sich dem von α Lyrae verzeichneten Kurvenstückchen in der That sehr eng an, die wirkliche Krümmung scheint nur noch ein wenig geringer zu sein. Den grössten Werth a^2/b erreicht jener Krümmungshalbmesser für $x = 0$.

bei α Lyrae quantitativ ganz andere Verhältnisse bestehen, als bei dem dort gezeichneten Beispiele, und der Grund liegt darin, dass β sehr viel grösser ist als in der Figur, nämlich noch wesentlich grösser als δ, sodass die Ellipse nicht mehr ganz auf der einen Seite von F verläuft, sondern den Fusspunkt von F umschlingt. Die Summe $\delta + \beta$ aber kommt einem rechten Winkel (für welchen der andere Scheitel der Ellipse unendlich weit nach links hinausrücken würde) schon ausserordentlich nahe.

Aus diesem Grunde hat eine geringe Zunahme der Deklination des Sternes schon eine ganz beträchtliche Verkleinerung seiner Bildellipse zur Folge.

Alle diese Ellipsen haben übrigens, wie Fig. 3 sogleich erkennen lässt, denselben projektivischen Mittelpunkt, da ja der Winkel δ für alle an demselben Orte, bezw. auf demselben Breitengrade abgebildeten Ellipsen gleich ist.

Eine von diesen Ellipsen hat nun für uns eine ganz besondere Bedeutung, diejenige Ellipse nämlich, welche von einem den Zenithpunkt passirenden Sterne gezeichnet werden würde. Es sollen deshalb auch die Dimensionen dieser Ellipse, wie vorher für α Lyrae, berechnet werden. Nach Fig. 3 wird für einen solchen *Zenithstern* $\beta = \delta = 37^0\,37'\,3{,}6''$, also

$$\delta + \beta = 75^0\,14'\,7{,}2'', \quad \delta - \beta = 0.$$

Die Formeln 10) und 8) ergeben dann

$$\begin{aligned} a &= 348{,}49\ mm \\ b &= 222{,}12\ \text{„} \\ e &= 206{,}94\ \text{„} \\ [a - e &= 141{,}55\ \text{„}\ ]. \end{aligned}$$

Die der Berechnung hinzugefügten Grössen $a - e$ bedeuten, wie aus Fig. 3 ersichtlich ist, den Abstand des projektivischen Mittelpunktes vom nächsten Scheitel der Ellipse. Bei der Zenithstern-Ellipse fällt dieser Scheitelpunkt mit der Abbildung des Zenithpunktes zusammen, und das verleiht ihr eben eine besondere Bedeutung, wie sogleich hervortreten wird.

Das Koordinatensystem nämlich, welches bisher zu Grunde gelegt wurde, entspringt in dem allen Ellipsen gemeinsamen projektivischen Mittelpunkte P, dasjenige auf den photographischen Platten dagegen in deren Mittelpunkt (im Sinne der Bemerkungen auf *S. 113*), welcher mit der Abbildung des Zenithpunktes zusammenfällt oder zusammenfallen sollte. Mit den Formeln 13) muss deshalb noch eine Koordinaten-Verwandlung vorgenommen werden, und zwar eine Verschiebung in der ξ-Achse um die Strecke

$$N = 141{,}55\ mm$$

(d. i. das soeben berechnete $a - e$ bei der Zenithstern-Ellipse). Bei genauer Berücksichtigung des Sinnes der Verschiebungen ergeben sich dafür die Formeln

$$\left.\begin{aligned} \xi' &= N + \xi \\ \eta' &= \eta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 16)$$

Das genügt aber auch noch nicht zur praktischen Verwendung derselben, und zwar deswegen, weil das Fadenkreuz auf den Platten mit keinem seiner beiden „Fäden“ genau in die Richtung des Meridians fällt, sondern um einen Winkel

$$\mu = 20{,}0^0$$

davon abweicht. Fig. 4 soll zur Erläuterung der thatsächlichen Verhältnisse dienen; auch ist darin eine Konstruktion ausgeführt, welche für irgend einen ganz beliebigen

Punkt π der Fläche den Zusammenhang der Platten-Koordinaten $\xi'' \ \eta''$ mit den vorher besprochenen $\xi' \ \eta'$ abzuleiten gestattet. Man findet

$$\left.\begin{aligned} \xi'' &= \xi' \cos\mu + \eta' \sin\mu \\ \eta'' &= -\xi' \sin\mu + \eta' \cos\mu \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 17)$$

Substituirt man nun hierin aus 16) die Ausdrücke für ξ' und η', dann aus 13) diejenigen für ξ und η, so gelangt man schliesslich zu folgenden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \xi'' &= \left(N + \frac{r\cos w}{\cos\vartheta}\right)\cos\mu + r\sin w \sin\mu \\ \eta'' &= -\left(N + \frac{r\cos w}{\cos\vartheta}\right)\sin\mu + r\sin w\cos\mu \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 18)$$

in denen r nach 12) und 3) folgenden Werth hat

$$r = \frac{F \operatorname{tg}\beta}{\cos\vartheta} \cdot \frac{1 + \cos w \operatorname{tg}\vartheta \operatorname{tg}\beta}{1 - (\cos w \operatorname{tg}\vartheta \operatorname{tg}\beta)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 19)$$

Die Berechnung der Koordinaten nach diesen Ausdrücken ist nicht sehr bequem; man muss aber bedenken, dass es sich dabei nicht um laufende, sondern nur um ausnahmsweise Rechnungen handelt, welche höchstens zweimal im Jahre vorgenommen zu werden brauchen, während die fortlaufende Reduktion der Wolkenaufnahmen eine sehr viel einfachere Aufgabe ist.

Vor Benutzung der Gleichungen 18) und 19) hat man vor Allem den Winkel w zu ermitteln. Dabei ist zu beachten, dass zufolge der Lage des Koordinatensystems in Fig. 2 und 4 w nicht einfach den Stundenwinkel σ des Sternes bedeutet, sondern um 180° davon verschieden ist[1]); man hat nämlich zu setzen

$$w = 180^\circ + \sigma. \quad \ldots\ldots \quad 20)$$

Was nun σ selbst anbetrifft, so besteht dafür die Gleichung

$$\sigma = S - \alpha, \quad \ldots\ldots \quad 21)$$

worin α die Rektaszension des Sternes, S aber die Sternzeit des Ortes in dem betreffenden Momente bedeutet. Am einfachsten ist davon

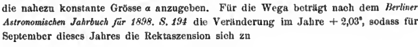


Fig. 4.

die nahezu konstante Grösse α anzugeben. Für die Wega beträgt nach dem *Berliner Astronomischen Jahrbuch für 1898, S. 194* die Veränderung im Jahre $+ 2{,}03^s$, sodass für September dieses Jahres die Rektaszension sich zu

$$\alpha = 18^h \, 33^m \, 30{,}62^s$$

ergiebt.

[1]) In Fig. 4, welche in ungefähr ¼ der natürlichen Grösse die richtigen Längenverhältnisse zur Anschauung bringt, ist der projektivische Mittelpunkt P der Ellipsen angegeben, und für irgend einen Punkt der Sternkurve $K_a \ K_e$ der Radiusvektor ϱ mit zugehörigem Polarwinkel ω, welcher, wie oben erörtert, im grossen Ganzen denselben Verlauf nimmt, wie der Polarwinkel w. Der Meridian erscheint im Bilde als die von Süd nach Nord verlaufende gerade Linie ξ oder ξ'; der Anfang der Sternkurve K_a liegt unmittelbar am Meridian, an der Nordseite des Bildes, folglich befand sich der Stern auch am Meridian, aber an der Südseite des Zeniths (weil das Objektiv über der Mitte zu denken ist); in demselben Augenblick ist also der Stundenwinkel σ noch Null, ω aber nach der Figur gerade 180° und dasselbe gilt (in diesem Momente exakt) vom Winkel w.

In demselben Jahrbuche sind auf *S. 19* die Sternzeiten im mittleren Berliner Mittag für den 16. und 27. Sept. 1898 bezw. zu

$$11^h\,41^m\,40{,}53^s \text{ und } 12^h\,25^m\,2{,}63^s$$

angegeben.

An diesen beiden Tagen wurden nämlich brauchbare Sternkurven von α Lyrae erzielt, und von einer jeden der Anfang und das Ende der Berechnung unterworfen. Die in Betracht gezogenen Momente sind nach Potsdamer mittierer Sonnenzeit die folgenden:

am 16. Sept.: $6^p\,47^m\,54{,}5^s$ und $8^p\,50^m\,54{,}5^s$; am 27. Sept.: $6^p\,20^m\,1{,}0^s$ und $8^p\,10^m\,1{,}0^s$.

Da der Längenunterschied zwischen der Berliner Sternwarte und dem Telegraphenberg in Potsdam $1^m\,19{,}5^s$ beträgt (Potsdam westlicher als Berlin), so berechnen sich für die angegebenen Momente die Potsdamer Sternzeiten *S* bezw. zu

$$18^h\,30^m\,42{,}23^s;\ 20^h\,34^m\,2{,}43^s;\ 18^h\,46^m\,6{,}20^s;\ 20^h\,36^m\,24{,}30^s$$

und hieraus nach Gleichung 21) die Stundenwinkel σ zu

$$23^h\,57^m\,11{,}61^s;\ 2^h\,0^m\,31{,}81^s;\ 0^h\,12^m\,35{,}58^s;\ 2^h\,2^m\,53{,}70^s.$$

Diese brauchen nur in Winkelmaass verwandelt zu werden, um dieselben mittels 20) in die Endgleichungen 18) und 19) einführen zu können.

Das Ergebniss der Rechnung ist in der folgenden Tabelle mit den unmittelbaren Messungen auf den Platten zusammengestellt; die Zahlen bedeuten Millimeter.

			ξ''			η''		
			gemessen	berechnet	Korrektion	gemessen	berechnet	Korrektion
Meteor. Obs.	16. Sept.	Anfang	− 41,12	− 41,46	− 0,34	14,50	17,01	+ 2,51
		Ende	− 55,70	− 56,28	− 0,58	− 66,70	− 63,95	+ 2,75
	27. Sept.	Anfang	− 44,40	− 44,68	− 0,28	5,00	7,63	+ 2,63
		Ende	− 55,65	− 56,31	− 0,66	− 68,50	− 65,68	+ 2,82
				Mittel	− 0,46		Mittel	+ 2,68
Tornow	16. Sept.	Anfang	− 40,95	− 41,46	− 0,51	17,45	17,01	− 0,44
		Ende	− 55,70	− 56,28	− 0,58	− 63,30	− 63,95	− 0,65
	27. Sept.	Anfang	− 44,15	− 44,68	− 0,53	8,02	7,63	− 0,39
		Ende	− 55,80	− 56,31	− 0,51	− 65,00	− 65,68	− 0,68
				Mittel	− 0,53		Mittel	− 0,54

Wenn man berücksichtigt, dass die Messungen auf den Platten nur mit Hülfe einer nach beiden Richtungen in ganze Millimeter getheilten Glasskale ausgeführt worden sind, so dürfte die Uebereinstimmung der vier einzelnen unter „Korrektion“ angegebenen Werthe untereinander als eine ganz befriedigende erscheinen. Mit Hülfe einer geeigneten Messvorrichtung würden sich Anfang und Ende der Sternbahnen viel genauer bestimmen lassen; für den vorliegenden Zweck erscheint es indessen überflüssig, hierin sehr weit zu gehen, weil die Genauigkeit, mit welcher identische Wolkenpunkte auf den Platten sich ausstechen lassen, doch nur auf höchstens $^1/_{10}$ *mm* zu veranschlagen ist.

Die Korrektionen der ξ-Koordinate sind von untergeordneter Bedeutung, weil man gar nicht nöthig hat, dieselben anzubringen, indem diese Koordinate in der Formel zur Höhenbestimmung überhaupt nicht vorkommt; nur zur Kontrole der Identität erscheint es zweckmässig, auch diese Koordinate abzulesen, indem dieselben nahezu gleich gross ausfallen müssen. Von grösster Wichtigkeit sind indessen die gefundenen Mittelwerthe der Korrektion bei der η-Koordinate; nunmehr ist erwiesen,

dass die provisorische Justirung am schlechtesten bei dem Hauptapparate auf dem Meteorologischen Observatorium gelungen ist, und man könnte die Fehler fortzubringen versuchen. Wegen der Einfachheit der rechnerischen Operation dürfte es sich indessen empfehlen, die Korrektionen jedesmal im richtigen Sinne in Anwendung zu bringen. Der Unterschied der Korrektionen bei beiden Apparaten beträgt hiernach 3,22 *mm*, während für diese „relative" Korrektion oben rund 3 *mm* angegeben war. Auch die jetzt erzielte genauere Korrektion ergiebt eine *Vergrösserung* der provisorisch gefundenen Höhen[1]).

III. Ergänzende Bemerkungen über die Höhenbestimmung bei Zenithaufnahmen.

Was die Höhenberechnung der Wolken selbst anbetrifft, so hat man nach Ausführung der Korrektionen zunächst die Differenz

$$p = \eta_2 - \eta_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 22)$$

zu bilden, wobei sich der Index 1 auf die Hauptstation, 2 auf die Nebenstation bezieht[2]). Diese Parallaxe p ist übrigens eine von Natur positive Grösse, sodass es hierbei gleichgültig ist, in welcher Richtung man η positiv rechnet, wenn es nur auf

[1]) Eine zu Anfang November 1898 an den beiden Apparaten vorgenommene Kontrole der *Bild*-Weiten führte zu dem Ergebniss, dass zwar das Mittel der zwei Bildweiten 183,62 *mm* mit dem oben angegebenen Sollwerthe 183,70 *mm* gut übereinstimmte, dass aber der Unterschied zwischen beiden 0,93 *mm* betrug und somit entschieden etwas grösser war, als zulässig ist. Es erschien deshalb nothwendig, die Sternaufnahmen mit den wirklichen Bildweiten

$$F_1 = 184{,}08 \ mm, \ F_2 = 183{,}15 \ mm$$

neu zu berechnen, wobei eine theilweise Revision der Rechnung genügte. Hierbei wurden folgende Werthe der Korrektionen gewonnen:

		Meteor. Obs.		Tornow	
		ξ''	η''	ξ''	η''
16. Sept.	Anfang	— 0,70	+ 2,65	+ 0,01	— 0,63
	Ende	— 0,98	+ 2,72	— 0,02	— 0,60
27. Sept.	Anfang	— 0,66	+ 2,75	0,00	— 0,56
	Ende	— 1,05	+ 2,79	+ 0,12	— 0,62
	Mittel	— 0,85	+ 2,73	+ 0,03	— 0,60

Man erkennt bei der Vergleichung mit der obigen Tabelle, dass sich die Korrektionen der ξ-Koordinate merklich geändert haben, diejenigen der η-Koordinate aber nur wenig; und die kleinen Aenderungen hatten den willkommenen und offenbar auch von vornherein zu erwartenden Erfolg, dass die Korrektionen untereinander noch wesentlich besser übereinstimmen als vorher; die relative Korrektion ist aber von 3,22 auf 3,33 *mm* übergegangen, also etwas grösser geworden.

Der in Rede stehende Zustand der Apparate darf aber natürlich nicht beibehalten werden, weil sonst die Ergebnisse, streng genommen, auch bei gleicher Höhe der Stationen nicht mehr nach der einfachen, weiter unten folgenden Formel 23) berechnet werden dürften, sondern nach der folgenden:

$$H = \frac{B F_2}{p + \frac{\eta_1}{F_1}(F_1 - F_2)},$$

wobei also die Berechnung ähnlich wie bei 23) erfolgt, aber die Parallaxe p korrigirt werden muss. Die beiden Bildweiten sollen deshalb — was unschwer zu erreichen sein wird — bis auf 0,1 *mm* gleich gemacht und dem richtigen Mittelwerthe möglichst nahegebracht werden.

[2]) Zur Vereinfachung sind hier die zwei Striche fortgeblieben, durch welche bei der Ableitung der Formeln 18) die Plattenmittelpunkts-Koordinaten charakterisirt waren.

beiden Platten in demselben Sinne geschieht. Die Höhenberechnung erfolgt dann nach der sehr einfach abzuleitenden Formel[1])

$$H = \frac{B\,F}{p}, \qquad 23)$$

sobald die Stationen in gleicher Seehöhe gelegen sind. B bedeutet die Basislänge (im vorliegenden Falle 1469.9 *m*) und F die oben angegebene Bildweite; F und p können natürlich, wie es am bequemsten ist, in Millimeter ausgedrückt werden, während man bei B und H nach Meter oder Kilometer zu rechnen pflegt. Zur bequemen Auswerthung dieser Gleichung wird natürlich eine ausführliche Tabelle berechnet, aus welcher hier ein kleiner Auszug mitgetheilt werden möge.

p	H
20 *mm*	13,50 *km*
30 „	9,00 „
40 „	6,75 „
60 „	4,50 „
80 „	3,38 „
100 „	2,70 „ .

Haben nun aber die beiden Apparate verschiedene Seehöhe, wie es in Potsdam leider nicht zu umgehen war, dann muss die nach vorstehender Formel gewonnene Höhe noch korrigirt werden, und zwar um den Betrag

$$C_\Delta = -\Delta\,\frac{\eta_2}{p}, \qquad 24)$$

wobei Δ die Höhendifferenz der Stationen (in unserem Falle 70,0 *m*) bedeutet. Diese Korrektion wird also auf jeden Fall Null, sobald die (korrigirte) Koordinate η_2 verschwindet, d. h. sobald der abgebildete Wolkenpunkt sich genau über der Nebenstation befunden hat.

Liegt dagegen der betreffende Wolkenpunkt, wie es gewöhnlich geschieht, *zwischen* beiden Stationen, dann ist jene Korrektion negativ zu nehmen, wenn (wie in unserem Falle) die Nebenstation tiefer liegt als die Hauptstation.

Da nun nach den obigen Festsetzungen die η-Koordinate im Bilde positiv gerechnet wird in der Richtung gegen Westen, d. h. in der Richtung von Station 1 nach Station 2, so fällt η_2 positiv aus, sobald, wie soeben angenommen, der Wolkenpunkt zwischen beiden Stationen liegt; es musste dem Ausdrucke also ein negatives Vorzeichen gegeben werden, um die früheren Festsetzungen über den Sinn der Koordinaten beibehalten zu können.

Bei ungleicher Höhe der beiden Stationen bedeutet B die Horizontalprojektion der Basis und H die Höhe der Wolken über dem Niveau der Hauptstation.

Aus der Hauptformel 23) für die Höhenberechnung ergiebt sich durch Differentiation

$$dH = -\frac{B\,F}{p^2}\,dp,$$

oder mit Rücksicht auf 23)

$$\frac{dH}{H} = -\frac{dp}{p}, \qquad 25)$$

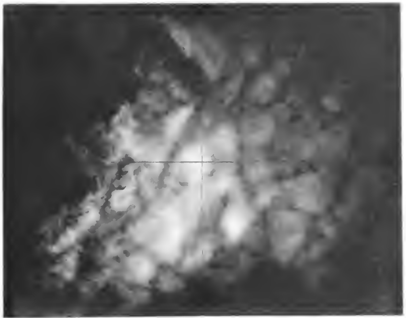
d. h. der relative Fehler der Höhenbestimmung ist gleich dem relativen Fehler der Parallaxe. Wenn also z. B. der absolute Fehler der Parallaxe den ungewöhnlich

[1]) C. Koppe, Photogrammetrie und internationale Wolkenmessung. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn 1896.

Nachbildung

einer mit dem photogrammetrischen Wolkenautomaten ausgeführten Aufnahme.

(ungefähr 3/4 der Originalgrösse).





Altocumulus. Höhe 3,61 *km*.

Parallaktische Verschiebung nur in horizontaler Richtung.

Verlag von Julius Springer in Berlin N.

grossen Betrag von 1 *mm* erreichte, so würde nach der vorstehenden kleinen Tabelle bei 2,70 *km* Wolkenhöhe der Fehler $^1/_{100}$ dieser Höhe, d. h. 27 *m* betragen; bei 13,50 *km* Wolkenhöhe dagegen $^1/_{20}$ derselben, d. h. 675 *m*. Bei $^1/_{10}$ *mm* absolutem Parallaxen-Fehler wären die entsprechenden Werthe des Höhenfehlers nur bezw. 2,7 *m* und 67,5 *m*. Immerhin ist ersichtlich, dass die Genauigkeit der Messung bei zunehmender Höhe sich ganz bedeutend verringert, denn der absolute Fehler der Parallaxen-bestimmung wird leider bei hohen Wolken nicht viel kleiner angenommen werden dürfen als bei niedrigen Wolken (*etwas* kleiner mag schon zutreffen, weil ja die Cirruswolken meistens scharf gezeichnete Gebilde sind, die überdies wegen des grossen Abstandes von der Basis an beiden Enden derselben ganz gleich aussehen).

Es ist aber zufolge der vorstehenden Erwägungen gar nicht daran zu zweifeln, dass es illusorisch wäre, mit den hier vorliegenden Mitteln eine grössere Genauigkeit als rund 100 *m* bei 15 *km* Höhe, 50 *m* bei 10 *km* und 5 *m* bei 3 *km* Höhe anstreben zu wollen. Wo man etwa meint, eine wesentlich grössere Genauigkeit erreicht zu haben, liegt sicher ein Irrthum zu Grunde. Der relative Fehler der Höhenbestimmung wird ja allerdings nach Gleichung 25) in dem Maasse verkleinert, als man p zu vergrössern vermag. Das ist möglich 1. durch eine Vergrösserung der Basis, 2. durch eine Vergrösserung der Bildweite F. Gegen 1. wäre einzuwenden, dass die niedrigeren Wolken dann schwieriger zu identifiziren sind, gegen 2., dass die Fläche des Bildes bei Verdoppelung der Bildweite auf das Vierfache wächst, und somit bedeutende Mehrkosten daraus entspringen würden.

Nach alledem scheint es mir, als wäre mit den von uns gewählten Dimensionen ungefähr das Richtige getroffen; eine Verkleinerung der Basis auf einige hundert Meter müsste z. B. als ganz unzulässig betrachtet werden, wenn man bezüglich der Cirruswolken noch einigermaassen brauchbare Höhenbestimmungen erzielen will. Wenn Herr A. W. Clayden[1]) bei einer Basis von 183 *m* Cirruswolken von 27 *km* Höhe gefunden haben will, so ist man trotz der allerdings grossen Bildweite von 46 *cm* geneigt, dem Ergebniss zu misstrauen. Zweifelsohne ist ja die Frage nach der Höhe, bis zu welcher die bei Tage sichtbaren Cirruswolken aufzutreten vermögen, von nicht geringem theoretischen Interesse. Zunächst kann es nicht gleichgültig sein, ob die an dem Cirrus festgestellten Luftbewegungen aus einem Niveau von etwa 13 *km* in ein mehr als doppelt so hohes verlegt werden, und zweitens werden unsere Vorstellungen über die Verbreitung des Wassers in der Atmosphäre dadurch irregeführt.

Angesichts der an diesem Beispiele erkennbaren Unsicherheit bezüglich der Höhe der Cirruswolken wird man zugeben müssen, dass es nicht viel schadet, wenn die betreffende Bestimmung um 100 bis 300 *m* ungenau ausfällt, wenn nur im Uebrigen die Messung als ganz sicher verbürgt werden kann; und das glaube ich — neben der grossen Bequemlichkeit der Methode — mit dem photogrammetrischen Wolkenautomaten erreicht zu haben.

[1]) *Photographing Meteorological Phenomena.* Vortrag gehalten in der *Royal Meteorol. Society* am 16. März 1898. *Quart. Journ. of the Royal Meteorol. Soc.* **24.** *Nr. 107. S. 169.*

Ueber Astigmatismus und Bildfeldwölbung bei astronomischen Fernrohrobjektiven.

Von
Dr. **H. Harting** in Jena.
(Mittheilung aus der optischen Werkstaette von C. Zeiss.)

Das *astronomische Fernrohrobjektiv* stellt eines der wenigen optischen Systeme dar, deren Aberrationen ausserhalb der optischen Achse sich leicht auf Grund einer mathematischen Betrachtung erörtern lassen. Die Bedingungen, welche die algebraische Behandlung voraussetzt, sind in Wirklichkeit so gut erfüllt, dass man einen vollkommenen Ueberblick über die Eigenschaften der Objektive schon aus den algebraischen Näherungsformeln erhält. Die Formeln, die eine einfache Erörterung über die Lage der beiden astigmatischen Bildebenen des Fernrohrobjektives ermöglichen, beruhen auf folgenden Voraussetzungen:

1. die das Objektiv in beliebiger Zahl zusammensetzenden Linsen sind *unendlich dünn*;

2. die Hauptstrahlen der von einem unendlich weit entfernten Punkt ausstrahlenden, schief einfallenden Büschel gehen durch den *Scheitel* des Objektives;

3. die Winkel der Hauptstrahlen mit der optischen Achse sind *klein* (höchstens 5°).

Die Gestalt der beiden astigmatischen Bildebenen ist gegeben durch die Lage der astigmatischen Bildpunkte auf den das schiefe Büschel darstellenden Hauptstrahlen, und man erhält als Krümmungsmaass, gemessen durch den reziproken Radius der Bildflächen in ihrem Scheitel, d. h. dem gemeinsamen Schnittpunkt mit der optischen Achse, *bezogen auf die Brennweite Eins*[1]),

$$\text{im sagittalen (äquatorealen) Hauptschnitt} \quad \varrho_s = +\sum \frac{n+1}{n}\varphi$$

$$\text{im tangentialen (meridionalen) Hauptschnitt} \quad \varrho_t = +\sum \frac{3n+1}{n}\varphi\,,$$

wo φ die reziproke Brennweite jeder einzelnen Linse und n der zugehörige Brechungsquotient ist; beide Flächen sind *konkav* gegen das Objektiv zu, falls ϱ_s und ϱ_t *positiv* sind.

Diese Gleichungen finden sich zuerst in der bekannten Abhandlung von Airy, *On the spherical aberration of the eye-pieces of telescopes (Transactions Cambridge Phil. Soc.* **3.** *1827*). Unabhängig von Airy hat sie, wie mir Herr Dr. von Rohr mittheilte, Breton (de Champ) entwickelt und in einem Aufsatze „*Sur la courbure des surfaces focales dans le cas d'un objectif composé d'un nombre quelconque de lentilles en contact, traversé en son centre de figure par des pinceaux ou faisceaux très-minces de rayons lumineux (Compt. rend.* **42.** *S. 960. 1856*) veröffentlicht. Auch Petzval und Seidel leiten die Gleichungen ab.

Da $\Sigma\varphi = +1$ ist, wird

$$\varrho_s = 1 + \sum\frac{\varphi}{n}\,,$$

$$\varrho_t = 3 + \sum\frac{\varphi}{n}$$

und

$$\varrho_t - \varrho_s = +2.$$

Bezeichne ich mit h die Höhe des Schnittpunktes eines Hauptstrahles mit der im Brennpunkt auf der optischen Achse errichteten senkrechten Ebene über der

[1]) Vgl. Czapski, Theorie der optischen Instrumente nach Abbe. *S. 110.*

Achse, so ist die astigmatische Differenz, d. i. die Entfernung der beiden astigmatischen Bildpunkte auf dem Hauptstrahl unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung,

$$\varDelta = \frac{h^2}{2}(\varrho_t - \varrho_s),$$

mithin *für jedes Fernrohrobjektiv, sofern nur die drei aufgeführten Bedingungen erfüllt sind,*

$$\varDelta = h^2 \quad \text{bezogen auf die Brennweite Eins}$$

und $$\varDelta = \frac{h^2}{f} \quad \text{für die Brennweite } f,$$

oder, wenn ich die Neigung des Hauptstrahles gegen die optische Achse vor und nach der Brechung mit i bezeichne,

$$\varDelta = i^2 f.$$

Die astigmatische Differenz beträgt also für jedes Fernrohrobjektiv, z. B. bei einer Neigung des Hauptstrahles von 5°, etwa $^3/_4$ Proz. der Brennweite, und es ist gänzlich ausgeschlossen, irgend etwas an dieser astigmatischen Differenz ändern zu können, so lange man die drei Voraussetzungen beibehält.

Es ist nun zu untersuchen, ob es möglich ist, den beiden astigmatischen Bildflächen eine derartige Lage zu geben, dass die im Brennpunkt auf der optischen Achse errichtete senkrechte Ebene symmetrisch zwischen ihnen liegt, und, falls dies in der Praxis sich nicht ermöglichen liesse, wie weit man die beiden Bildflächen nach der Brennpunktsebene hin strecken kann, um ein etwas ebeneres Bild als bei den gewöhnlichen zweitheiligen, aus alten Silikatgläsern hergestellten astronomischen Fernrohrobjektiven zu erreichen. Es ist also erwünscht, den in den Gleichungen für die Krümmungsmaasse auftretenden Ausdruck

$$\sum \frac{\varphi}{n} = -2$$

zu setzen, da sich dann $\varrho_s = -1$ und $\varrho_t = +1$ ergiebt.

Ausser der Maassstabbedingung

$$\Sigma \varphi = +1$$

muss noch jedes Fernrohrobjektiv der Bedingung für die *Achromasie* genügen

$$\sum \frac{\varphi}{\nu} = 0,$$

wobei der Zusammenhang zwischen ν und der Dispersion dn durch die bekannte Gleichung gegeben ist

$$\nu = \frac{n-1}{dn}.$$

Aus diesen beiden Bedingungsgleichungen folgt sofort

für ein *zweitheiliges* Fernrohrobjektiv $$\sum \frac{\varphi}{n} = \frac{1}{\nu_1 - \nu_2}\left(\frac{\nu_1}{n_1} - \frac{\nu_2}{n_2}\right),$$

für ein *dreitheiliges* Fernrohrobjektiv $$\sum \frac{\varphi}{n} = \frac{1}{\nu_2 - \nu_3}\left\{\frac{\nu_2}{n_2} - \frac{\nu_3}{n_3} + \frac{\varphi_1}{\nu_1}\left[\frac{\nu_1}{n_1}(\nu_2 - \nu_3) + \frac{\nu_2}{n_2}(\nu_3 - \nu_1) + \frac{\nu_3}{n_3}(\nu_1 - \nu_2)\right]\right\}.$$

Aus der ersten Gleichung ergiebt sich zunächst, wie übrigens auch aus dem Ausdruck $\Sigma \frac{\varphi}{n}$ selbst, dass für die beiden möglichen Kombinationen eines zweitheiligen Fernrohrobjektives: Crown voraus und Flint voraus bei sonst gleichen Verhältnissen die Lage der beiden astigmatischen Bildebenen die gleiche ist. Setzt man ferner in der zweiten Gleichung $\nu_1 = \nu_3$ und $n_1 = n_3$, so verschwindet der Koëffizient von φ, und

es bleibt für $\Sigma \frac{\varphi}{n}$ derselbe Ausdruck, wie der in der ersten Gleichung auftretende. Also auch dadurch, dass man die eine Linse eines gewöhnlichen zweitheiligen astronomischen Fernrohrobjektives in zwei Linsen spaltet, wird an der Lage der beiden astigmatischen Bildflächen nichts geändert. Man sieht leicht ein, dass nur durch Einführung verschiedener Glassorten der Ausdruck $\Sigma \frac{\varphi}{n}$ und durch ihn die Bildebenung verändert werden kann, während bei einer Zertheilung jeder Linse in noch so viele Theile $\Sigma \frac{\varphi}{n}$ unveränderlich bleibt.

I. $\frac{1}{\lambda} = +30$

n_1 \ n_2	1,50	1,53	1,56	1,59	1,62	1,65
1,50	+ 0,667	+ 1,046	+ 1,410	+ 1,761	+ 2,099	+ 2,424
1,53	+ 0,274	+ 0,654	+ 1,018	+ 1,369	+ 1,707	+ 2,032
1,56	− 0,103	+ 0,277	+ 0,641	+ 0,992	+ 1,330	+ 1,655
1,59	− 0,466	− 0,086	+ 0,278	+ 0,629	+ 0,967	+ 1,292
1,62	− 0,815	− 0,435	− 0,071	+ 0,279	+ 0,617	+ 0,943
1,65	− 1,152	− 0,772	− 0,408	− 0,057	+ 0,281	+ 0,606

ν_1	ν_2	$\nu_1 - \nu_2$
70	67,67	2,33
60	58,00	2,00
50	48,33	1,67
40	38,67	1,33
30	29,00	1,00
20	19,33	0,67

II. $\frac{1}{\lambda} = +12$

n_1 \ n_2	1,50	1,53	1,56	1,59	1,62	1,65
1,50	+ 0,667	+ 0,811	+ 0,949	+ 1,082	+ 1,210	+ 1,333
1,53	+ 0,510	+ 0,654	+ 0,792	+ 0,925	+ 1,053	+ 1,176
1,56	+ 0,359	+ 0,503	+ 0,641	+ 0,774	+ 0,902	+ 1,026
1,59	+ 0,214	+ 0,358	+ 0,496	+ 0,629	+ 0,757	+ 0,881
1,62	+ 0,074	+ 0,218	+ 0,356	+ 0,489	+ 0,617	+ 0,741
1,65	− 0,061	+ 0,083	+ 0,221	+ 0,344	+ 0,482	+ 0,606

ν_1	ν_2	$\nu_1 - \nu_2$
70	64,17	5,83
60	55,00	5,00
50	45,83	4,17
40	36,67	3,33
30	27,50	2,50
20	18,33	1,67

III. $\frac{1}{\lambda} = +6$

n_1 \ n_2	1,50	1,53	1,56	1,59	1,62	1,65
1,50	+ 0,667	+ 0,732	+ 0,795	+ 0,855	+ 0,914	+ 0,970
1,53	+ 0,588	+ 0,654	+ 0,716	+ 0,777	+ 0,835	+ 0,891
1,56	+ 0,513	+ 0,578	+ 0,641	+ 0,702	+ 0,760	+ 0,816
1,59	+ 0,440	+ 0,506	+ 0,568	+ 0,629	+ 0,687	+ 0,743
1,62	+ 0,370	+ 0,436	+ 0,499	+ 0,559	+ 0,617	+ 0,673
1,65	+ 0,303	+ 0,368	+ 0,431	+ 0,492	+ 0,550	+ 0,606

ν_1	ν_2	$\nu_1 - \nu_2$
70	58,33	11,67
60	50,00	10,00
50	41,67	8,33
40	33,33	6,67
30	25,00	5,00
20	16,67	3,33

IV. $\frac{1}{\lambda} = +4$

n_1 \ n_2	1,50	1,53	1,56	1,59	1,62	1,65
1,50	+ 0,667	+ 0,706	+ 0,744	+ 0,780	+ 0,815	+ 0,849
1,53	+ 0,614	+ 0,654	+ 0,691	+ 0,727	+ 0,762	+ 0,796
1,56	+ 0,564	+ 0,603	+ 0,641	+ 0,677	+ 0,712	+ 0,746
1,59	+ 0,516	+ 0,555	+ 0,593	+ 0,629	+ 0,664	+ 0,698
1,62	+ 0,469	+ 0,508	+ 0,546	+ 0,582	+ 0,617	+ 0,651
1,65	+ 0,424	+ 0,463	+ 0,501	+ 0,537	+ 0,572	+ 0,606

ν_1	ν_2	$\nu_1 - \nu_2$
70	52,50	17,50
60	45,00	15,00
50	37,50	12,50
40	30,00	10,00
30	22,50	7,50
20	15,00	5,00

V. $\frac{1}{\lambda} = +3$

n_1 \ n_2	1,50	1,53	1,56	1,59	1,62	1,65
1,50	+ 0,667	+ 0,693	+ 0,718	+ 0,742	+ 0,765	+ 0,788
1,53	+ 0,627	+ 0,654	+ 0,679	+ 0,703	+ 0,726	+ 0,749
1,56	+ 0,589	+ 0,616	+ 0,641	+ 0,665	+ 0,688	+ 0,711
1,59	+ 0,553	+ 0,580	+ 0,605	+ 0,629	+ 0,652	+ 0,675
1,62	+ 0,518	+ 0,545	+ 0,570	+ 0,594	+ 0,617	+ 0,640
1,65	+ 0,485	+ 0,511	+ 0,536	+ 0,560	+ 0,584	+ 0,606

ν_1	ν_2	$\nu_1 - \nu_2$
70	46,67	23,33
60	40,00	20,00
50	33,33	16,67
40	26,67	13,33
30	20,00	10,00
20	13,33	6,67

VI. $\frac{1}{\lambda} = +2$

n_1 \ n_2	1,50	1,53	1,56	1,59	1,62	1,65
1,50	+ 0,667	+ 0,680	+ 0,692	+ 0,704	+ 0,716	+ 0,727
1,53	+ 0,641	+ 0,654	+ 0,666	+ 0,678	+ 0,690	+ 0,701
1,56	+ 0,615	+ 0,628	+ 0,641	+ 0,653	+ 0,665	+ 0,676
1,59	+ 0,591	+ 0,604	+ 0,617	+ 0,629	+ 0,641	+ 0,652
1,62	+ 0,568	+ 0,581	+ 0,594	+ 0,606	+ 0,618	+ 0,629
1,65	+ 0,545	+ 0,558	+ 0,571	+ 0,583	+ 0,595	+ 0,606

ν_1	ν_2	$\nu_1 - \nu_2$
70	35,00	35,00
60	30,00	30,00
50	25,00	25,00
40	20,00	20,00
30	15,00	15,00
20	10,00	10,00

Ich will mich nun im Folgenden auf die Fernrohrobjektive beschränken, in denen nur *zwei* verschieden brechende Glassorten auftreten, zu denen also in erster Reihe die gewöhnlichen zweitheiligen, nicht verkitteten Objektive gehören. Um zunächst die grosse Mannigfaltigkeit aller möglichen Zusammenstellungen (zwei Brechungsquotienten und zwei Dispersionen) einzuschränken, führe ich die Differenz der ν ein und setze

$$\lambda = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1}.$$

Dadurch bekomme ich

$$\sum \frac{\varphi}{n} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right) + \frac{1}{n_2}.$$

Ich habe nun nach dieser Gleichung für sechs verschiedene Werthe von λ die vorstehenden Täfelchen berechnet, die mit den Argumenten n_1 (senkrechter Eingang) und n_2 (waagerechter Eingang) den Werth der Funktion $\Sigma \frac{\varphi}{n}$ ergeben. Die Werthe von $1/\lambda$ sind *positiv*, da ich bei der ganzen Rechnung dem ersten Medium mit dem Brechungsquotienten n_1 das grössere ν zuertheilt habe; für den umgekehrten Fall hat man nur n_1 mit n_2 zu vertauschen, um den zugehörigen Werth von $\Sigma \frac{\varphi}{n}$ zu erhalten. In jedem kleineren, rechts stehenden Täfelchen ist für das entsprechende $1/\lambda$ die zu einem gegebenen ν_1 gehörige Differenz $\nu_1 - \nu_2$ und das hieraus folgende ν_2 aufgeführt. Die sechs Werthe von λ sind so gewählt, dass sich für einen Werth von $\nu_1 = 60$ eine ν-Differenz von 2, 5, 10, 15, 20, 30 der Reihe nach ergiebt.

Für jede dieser Zusammenstellungen habe ich nun die in dem Glasverzeichniss des Jenaer Glaswerkes von Schott & Gen. aufgeführten Glassorten herausgesucht, welche eine dem ν_1 und $1/\lambda$ entsprechende ν-Differenz, abgesehen von kleinen in der Herstellung der Ersatzschmelzen begründeten Schwankungen, besitzen. Diese also *wirklich* existirenden Glaspaare stehen innerhalb der Einklammerung, die man in jeder der links stehenden Tabellen findet. Es sind aber bei dieser Durchmusterung die Werthe von ν berücksichtigt worden, die sich auf die Dispersion zwischen der C- und F-Linie des Spektrums, mithin auf ein *visuell* korrigirtes Objektiv beziehen; für ein *photographisch* korrigirtes System hat man die Werthe von ν aus der Dispersion zwischen der D- oder F- und einer im violetten Theil des Spektrums liegenden Linie (z. B. H_γ) zu entnehmen. Indessen macht die Einführung dieser letzteren Werthe von ν statt der ersteren keinen bemerkenswerthen Unterschied in der Abgrenzung der verwendbaren Glaspaare.

Die sechs Täfelchen ergeben nun Folgendes. Für $n_1 = n_2$ ist die Funktion $\Sigma \frac{\varphi}{n}$ unabhängig von der ν-Differenz und gleich $+\frac{1}{n_2}$; für $n_1 > n_2$, d. h. für anormale Glaspaare, wird sie positiv kleiner als $+\frac{1}{n_2}$, für $n_1 < n_2$, d. h. für normale Glaspaare, grösser als $+\frac{1}{n_2}$. Bei den gewöhnlichen Fernrohrobjektiven, die eine ν-Differenz von etwa 20 bis 25 haben, ist die Schwankung der Funktion, soweit vorhandene Glaspaare in Betracht kommen, nur gering. Setze ich z. B. ein Crown $n_1 = 1{,}50$, $\nu_1 = 60$ mit einem Flint $n_2 = 1{,}62$, $\nu_2 = 40$ zusammen, so bekomme ich nach Tafel V: $\varrho_2 = +1{,}765$, $\varrho_1 = +3{,}765$, Zahlen, die sich durch Einführung der stärker brechenden neuen Jenaer Barytcrowngläser etwas vermindern lassen. In demselben Maass, wie sich die ν-Differenz verringert, wird der Unterschied zwischen den äussersten Werthen der Funktion grösser, und man muss, um denselben Werth der Funktion zu erhalten, zugleich mit der Differenz der ν die der n vermindern. Soweit es sich also mit den Bedingungen, die das Objektiv in Bezug auf sphärische Korrektion zu erfüllen hat, vereinbaren lässt, verdienen die anormalen Glaspaare bei kleineren ν-Differenzen wegen der geringeren Krümmung der beiden astigmatischen Bildflächen den Vorzug; indessen darf man selbst bei Objektiven, die nur ein kleines Oeffnungsverhältniss zu haben brauchen, wie z. B. solche, die zur Photographie der Sonne bestimmt sind, nicht unter eine gewisse ν-Differenz, ungefähr 8 bis 10, heruntergehen. Dadurch ist auf der anderen

Seite einer besseren Anordnung der astigmatischen Bildflächen eine Grenze gesetzt; mithin ist es nicht möglich, durch Auswahl der Glasarten irgend einen beträchtlichen Vortheil zu erreichen. Dazu kommt, dass eine Verbesserung in Bezug auf die Bildebenung der Objektive nur für Projektion und Photographie in Erscheinung treten kann, während bei der Okularbeobachtung die Fehler der Okulare den gewonnenen kleinen Vortheil vollkommen illusorisch machen.

Jena, im März 1899.

Ein Thermostat mit elektrischer Heizvorrichtung für Temperaturen bis 500°.

Von
Dr. R. Rothe.
(Mittheilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Im Folgenden gebe ich die Beschreibung eines Temperaturbades für thermometrische Zwecke, welches mit elektrischer Heizvorrichtung versehen und in Temperaturen bis gegen 300° als Flüssigkeitsbad, darüber bis gegen 500° als Luftbad brauchbar ist; ich knüpfe daran einige allgemeinere Bemerkungen über die Anwendung der elektrischen Erwärmung bei derartigen Apparaten, Bemerkungen, welche auf Erfahrungen sich stützen, die ausser bei dem zu beschreibenden Temperaturbad auch bei andern elektrisch geheizten Thermostaten in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt gesammelt wurden.

Die Prinzipien, nach denen der im Nachstehenden beschriebene Apparat konstruirt wurde, sind die folgenden:

1. der Apparat sollte im Stande sein, in möglichst kurzer Zeit eine bestimmte, in allen Theilen des Bades gleichmässige Temperatur anzunehmen und sie mit möglichster Konstanz zu behalten;

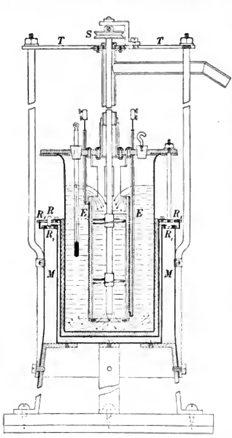
2. die zu beobachtenden Instrumente sollten sämmtlich unter denselben Bedingungen dem Einfluss des Rührwerks und der Heizung ausgesetzt sein;

3. es sollte möglich sein, die Thermometer mit nur kurzem herausragenden Faden oder ganz eintauchend zu beobachten.

In welcher Weise die Erfüllung dieser Bedingungen versucht wurde, zeigt die nachstehende Beschreibung.

Auf einem mit Eisenblech beschlagenen starken Brett ist mittels vier eiserner Füsse ein doppelwandiger, aussen mit Asbestpappe bekleideter zylindrischer Heizmantel M aus 1,5 *mm* starkem Kupferblech befestigt, welcher mit zwei seitlichen, in der Zeichnung nicht wiedergegebenen Rohren versehen ist, um bei der eventuellen Zuhülfenahme von Gasheizung den Flammengasen Abzug zu gewähren; bei der ausschliesslichen Anwendung der elektrischen Heizung sind die Rohre geschlossen und werden nur dann geöffnet, wenn ein Sinken der Temperatur durch aufsteigende kalte Luft herbeigeführt werden soll. Der innere Theil des Mantels ist unten durch einen hart gelötheten Boden dicht verschlossen; seine beiden Wände sind am oberen Ende durch einen Messingring R_1 von 15,6 *cm* Innendurchmesser verbunden, der eine kreisförmige Nuth besitzt. An dem Heizmantel sind ferner drei eiserne, 12 *mm* starke Stangen zur Unterstützung der oberen Theile des Apparates mittels schellenförmiger Befestigungen fest angebracht. In diesen äussern Mantel ist ein zylinderförmiges, unten verschlossenes Gefäss, ebenfalls aus Kupferblech von 1,5 *mm* Stärke, drehbar

hineingehängt mittels dreier im Kreise angeordneter stählerner Rollen R, welche in der Nuth des Messingringes R_1 leicht bewegt werden können; im Uebrigen ist dieses drehbare Gefäss von den äusseren Theilen des Apparates durch eine Luftschicht von etwa 1 *cm* Dicke getrennt. Das Gefäss dient zur Aufnahme des eigentlichen Bades, eines mit der Heizflüssigkeit gefüllten gläsernen Behälters, welcher mittels Asbestschnur fest, aber weich eingebettet ist und sammt Inhalt leicht ausgewechselt werden kann. Er ist ein aus Jenaer Grätheglas (von Schott & Gen.) geblasenes, etwa 4 *l* fassendes zylindrisches Becherglas von 1 bis 2 *mm* Wandstärke, wie man es im Handel känflich erhält. Seine Höhe beträgt etwa 28 *cm*. Ein Zerspringen des Glases ist in Folge der gleichmässigen Erwärmung und der nachgiebigen Einpackung nicht zu befürchten und selbst bei starker Inanspruchnahme des Apparates in höheren Temperaturen nicht eingetreten. Anf dem Rande des Glases und auf drei eisernen Trägern, welche in dem Ringe R_2 des drehbaren Knpfergefässes verschraubt sind, ruht, mit einer Asbestdichtung versehen, ein leichter Deckel aus Aluminium, welcher zehn kreisförmig angeordnete konische Löcher zur Aufnahme der in Korken oder passenden Metallbuchsen steckenden Thermometer besitzt; die freien Löcher werden durch konische Stahlstopfen verschlossen. Unten am Deckel ist die Rührvorrichtung angebracht, eine Turbine, deren zwei Schnecken von 4 *cm* Durchmesser und entsprechender Ganghöhe die Flüssigkeit kräftig durcheinander rühren, sodass selbst in höheren Temperaturen trotz der verhältnissmässigen Kleinheit des Bades Temperaturverschiedenheiten im Innern nicht beobachtet worden sind. An der Aussenseite des Rührwerks befindet sich der weiter unten beschriebene elektrische Heizkörper E. Die stählerne, etwa 60 *cm* lange Achse des Rührers geht durch den Deckel hindurch und so weit nach oben, dass die über die Messingrolle S gelegte, die Bewegung vermittelnde Lederschnur über die Thermometer hinweggeht; die Achse ist oberhalb des Deckels in eine Schutzröhre eingeschlossen, welche aus zwei gut ineinander passenden Theilen besteht; der eine ist am Deckel befestigt und mit dem Flüssigkeitsgefäss drehbar, der andere mit dem T-förmigen Joch T, welches das obere Achsenlager trägt, fest verbunden. Längs der Aussenseite dieser Schutzröhre erfolgt auch die Zuführung des elektrischen Heizstromes mittels zweier herumgewickelter umsponnener Kupfer-



litzen. Der untere Theil der Röhre ist znr Verhütnng von Knrzschluss mit einem Glasrohre umgeben; am oberen befindet sich eiu seitliches Ansatzrohr, mit welchem der Schlanch einer Saugpumpe oder ein Kühler zur Abführung etwaiger störender Dämpfe verbunden werden kann.

Die Höhe des frei sichtbaren Theiles des Glasgefässes beträgt etwa 10 *cm*. Das Niveau der Flüssigkeit steht entweder bis nahezu an den Deckel, um die Thermometer mit ganz eintauchendem Quecksilberfaden zn beobachten — was natürlich nur bei klarer Flüssigkeit möglich ist — oder es besteht ein Luftranm zwischen Deckel nnd Flüssigkeit, dessen Temperatur jedoch in Folge der Wärmestrahlung von unten der des Bades nahezn gleich ist; mau kann daher auch bei nndurchsichtigen Flüssigkeiten eine Korrektion für den herausragenden Faden selbst bei feineren Messungen sicher dann vernachlässigen, wenn sich die Knppe des Fadens hinreichend dicht über dem Flüssigkeitsniveau befindet. Eine beqneme Ablesung ist immer möglich, da sich auf der Oberfläche keine Wellen bilden, wenn die Flüssigkeit im Rührer von oben nach unten bewegt wird; eine scharfe Ablesung wird erleichtert durch eine seitlich befestigte verschiebbare Lupe, in deren Brennpnukt die Thermometer durch Drehung des innern Gefässes der Reihe nach gebracht werden können.

Durch die kreisförmige Anordnnng der Thermometer, das zentrale Rührwerk nnd durch die Anwendnng eines Glasgefässes ist die Erfüllung der beiden letzten der oben genannten Bedingungen erstrebt worden, die der ersten durch die Konstruktion der elektrischen Heizvorrichtung.

Die Heizvorrichtnng besteht ans einer Drahtspirale ans Konstantandraht von 0,75 *mm* Durchmesser, welche auf ein ganz im Inuern des Bades befindliches, die Rührturbine umgebendes Thonrohr mit eingeschnittenem Gewinde gewickelt ist. Die Stromzuführungsdrähte sind durch übergezogene Glasröhren vor Berührung gesichert. Da bei dem beschriebenen Apparate nnr nichtleitende Flüssigkeiten znr Verwendung kommen, so kann der nackte Draht direkt benutzt werden; dadurch wird der Vortheil erzielt, dass die in der Heizspirale erzeugte Wärme sofort an die Flüssigkeit abgegeben werden kann. Infolge dessen folgt die Temperatur des Apparates fast unmittelbar jeder Aenderung in der Stärke des Heizstromes, und eine Nachwirkung, wie sie z. B. bei Heizung mit Gas fast immer sich störend bemerkbar macht, ist nicht vorhanden. Die Regulirung der Temperatur und das Konstanthalten derselben erfolgt demnach sehr schnell, zumal bei der Anbringung des Heizkörpers inmitten des Bades die gesammte erzeugte Wärmemenge an die Flüssigkeit abgegeben wird.

Ist die Flüssigkeit des Bades elektrisch leitend (Wasser, Glyzerin in höheren Temperaturen, geschmolzener Salpeter), so kann man die Heizspirale in einem dicht schliessenden Hohlzylinder anbringen, der dann in derselben Weise im Innern des Bades befestigt wird, nnd bei dem die Stromzuführung isolirt im Innern eingelötheter Metallröhren erfolgen kann. Doch ist dann die Temperatnrregulirung des Bades wegen der erschwerten Wärmeabgabe des Heizdrahtes bei Weitem nicht so günstig, namentlich stört der verzögerte Wärmeausgleich beim Einstellen auf eine bestimmte Temperatur. Im Allgemeinen ist die erstere Anordnung in einer nichtleitenden Substanz unbedingt vorzuziehen.

Man wird zweckmässig Widerstand nud Material der Heizspirale möglichst so wählen, dass, wenn sie an die zur Verfügung stehende Stromquelle ohne weiteren Vorschaltwiderstand angeschlossen wird, etwas mehr Wärme entwickelt wird, als zum Gleichgewicht in der höchsten zu erreichenden Temperatur nothwendig ist, damit eine erforderliche Temperatursteigerung nicht zu langsam erfolgt. Bei dem beschrie-

benen Apparat besitzt die Heizspirale einen Widerstand von 22 *Ohm*; man erreicht beim Anheizen, während die Spirale an eine Akkumulatorenbatterie von 110 *Volt* Spannung angeschlossen ist, also bei einem Stromverbrauch von etwa 5 *Amp.*, eine Temperaturzunahme von rund 5° pro Minute, in höheren Temperaturen etwas weniger.

Zur Stromregulirung dient ein Vorschaltwiderstand aus Konstantanbändern mit zuverlässigen Gleitkontakten. Der Querschnitt der Bänder muss gross genug sein, um in hinreichend kleinen Intervallen reguliren zu können. Zweckmässig ist eine derartige Schaltung von Heizspirale und Vorschaltwiderstand, dass ohne Aenderung in der Einstellung des Letzteren schnell die Heizspirale kurz geschlossen bezw. mit dem maximal zulässigen Strom beschickt, oder der Strom ganz unterbrochen werden kann; ein einpoliger Umschalter für drei Einstellungen ist dazu wohl geeignet; ferner ist ein Strommesser im Stromkreise zum Reguliren gut brauchbar.

Beim Gebrauche des Apparates verfährt man zweckmässig folgendermaassen. Ist die Temperatur, bei welcher beobachtet werden soll, nahezu erreicht, so wird der Widerstand vorgeschaltet und durch Verschieben der Gleitkontakte bewirkt, dass die Temperatur im Bade hinreichend konstant ist. Alsdann kann man, ohne an dem Vorschaltwiderstand etwas zu ändern, d. h. ohne die Konstanz des Bades zu stören, durch zeitweises Kurzschliessen bezw. Ausschalten bewirken, dass die vorgeschriebene Temperatur genau erreicht wird. Auf diese Weise ist es z. B. möglich gewesen, bei genau 150,0° die Temperatur konstant zu halten, mit einer Aenderung von nur 0,01° innerhalb zehn Minuten.

Den ungefähren Energieverbrauch des Apparates zeigt die folgende Tabelle.

Temperatur	Stromstärke	Energieverbrauch
100°	2,1 *Amp.*	95 *Watt*
125°	2,7 „	160 „
150°	$3,1_5$ „	220 „
175°	3,5 „	270 „
200°	3,8 „	320 „
225°	4,1 „	370 „
	u. s. w.	

Als Flüssigkeit dient in niederen Temperaturen Petroleum, bis 300° Olivenöl; besonders bewährt hat sich ein Speisefett (Palmin), welches wenig Dämpfe entwickelt und bis gegen 200° hell bleibt, auch seiner Billigkeit wegen dem Olivenöl vorzuziehen ist; sein Schmelzpunkt liegt bei etwa 30°. In höheren Temperaturen (bis nahe an die Erweichungsgrenze des Glases, etwa 550°) ist der Apparat wiederholt als Luftbad benutzt worden; das in den erhitzten Lagern mit etwas Graphit geschmierte, leer laufende Rührwerk wirkt auch dann äusserst kräftig.

Der im Vorstehenden beschriebene Thermostat ist in der Werkstatt der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt angefertigt worden und seit einem Jahre zur Prüfung kleinerer Thermometer im Gebrauch. Es wird beabsichtigt, noch ein grösseres Modell zu beschaffen, für welches die erforderlichen grossen Glasgefässe aus Jenaer Geräthеglas ebenfalls von der Firma Schott & Gen. werden hergestellt werden. Es sei noch bemerkt, dass der im Vorstehenden beschriebene Apparat hauptsächlich für den Gebrauch in Temperaturen über 100° bestimmt ist. Beschränkt man sich auf niedere Temperaturen, so lassen sich mancherlei Vereinfachungen und Abänderungen anbringen, von denen beim Gebrauch in höhern Temperaturen Abstand genommen werden muss.

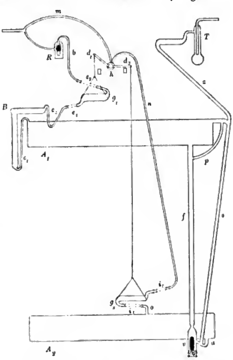
Charlottenburg, im März 1899.

Vereinfachungen an der Kolben-Quecksilberluftpumpe und vergleichende Versuche über die Wirksamkeit verschiedener Modelle von Quecksilberluftpumpen[1].

Von
Professor F. Neesen in Berlin.

Unter Kolben-Quecksilberpumpe verstehe ich die Art, bei welcher ein grösserer Behälter, der die Stelle des Stiefels bei den gewöhnlichen Luftpumpen vertritt, durch Füllung mit Quecksilber ganz luftleer gemacht wird. Die vereinfachte Form dieser Pumpen ist folgende (vgl. die Figur).

Eine horizontal liegende untere Röhre A_2 von etwa 5 *cm* Durchmesser dient zur Aufnahme des Quecksilbers. Ein Fortsatz o ist durch den Gummischlauch i_1 biegsam mit einer kleinen Glasröhre g_2 verbunden, die an dem Arme d_2 eines Hahnes h hängt. g_2 ist ferner durch den Gummischlauch i_2 biegsam mit einer Leitung n verbunden, welche zum Hahn h führt. Als Stiefel dient eine zweite horizontal liegende weite Röhre A_1. Von dieser geht ein Kapillarrohr c_1 zu einem kleinen Glasgefäss B, von diesem eine zweite Kapillare c_2 nach einer kurzen Glasröhre g_1, welche mit c_2 durch den Gummischlauch e_1 biegsam verbunden ist. g_1 hängt an einem zweiten Arm d_1 des Hebels h. Ein Schlauch e_2 verbindet g_1 mit dem Rückschlagventil R. Letzteres sowie der Hahn h stehen über w mit einer Saugpumpe in Verbindung. Von der Röhre A_1 führen ein Fallrohr f und ein Steigrohr s nach einem kleinen Ansatz a an dem unteren Rohre A_2. f ist unten durch ein Ventil v verschlossen, oben durch p mit dem Rohre s in Verbindung gesetzt. Schliesslich führt von dem oberen Ende von s eine Röhre z nach dem Trockengefäss T und zum Rezipienten.



Das Spiel der Pumpe lässt sich leicht übersehen. Beim Ingangsetzen der Saugpumpe pumpt letztere durch z zunächst A_1 . . . . R vor; der Hahn steht, da Gefäss g_2 mit Quecksilber gefüllt ist, also den Hahn h in die gezeichnete Stellung gebracht hat, so, dass Rohr A_2 über n und h mit der äusseren Luft verbunden ist. Daher wird das Quecksilber aus A_2 nach A_1 gedrückt, steigt aber, weil das Ventil v durch das aufsteigende Quecksilber geschlossen gehalten wird, nur in s hoch, schliesst z ab

[1]) Vorgetragen in der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Berlin am 17. 3. 1899.

und strömt von oben und theilweise durch p von unten in das Rohr A_1, treibt die Luft in dem Stiefel vor sich her, geht durch die Kapillare c_1 nach B und von hier auf dem Wege c_2 c_1 nach g_1. Durch das einströmende Quecksilber wird g_1 Uebergewicht erhalten und den Hahn h umschlagen. Dadurch tritt n, also auch A_2, in Verbindung mit w, somit auch der Saugpumpe. Nun fällt, weil A_2 luftleer gemacht wird, das Quecksilber aus A_1 über f nach A_2. Das Ventil v wird nämlich durch den Ueberdruck von oben geöffnet. Sowie sich A_1 entleert, stellt sich sofort die Verbindung zwischen A_1 und z wieder her, da auch in s das Quecksilber sinkt, sodass während der ganzen Zeit, in welcher A_1 sich entleert, die Luft aus dem Rezipienten nach A_1 überströmen kann. Das fallende Quecksilber steigt nach g_2 über; hierdurch erlangt g_2 Uebergewicht, schlägt den Hahn h um, was Verbindung zwischen der äusseren Luft und n bewirkt. Das Spiel wiederholt sich dann.

Die Neuerung gegen Früheres besteht zunächst in dem Ersatz des gewöhnlich kugelförmigen Behälters durch die zylindrische Röhre A_1 bezw. A_2. Es hat dieses drei Vortheile. Erstens ist die Herstellung leichter und billiger, zweitens spart man an Druckhöhen für das aufsteigende und fallende Quecksilber, drittens fliesst das Quecksilber wegen des Widerstandes der Glaswände viel ruhiger in A_1 ein. Es drängte sich mir zunächst das Bedenken auf, ob nicht die grössere Glasfläche ein vermehrtes Anhaften kleiner Luftblasen verursachen und dadurch die Wirksamkeit beeinträchtigen würde. Die Erfahrung hat, wie die nachfolgenden Messungen zeigen, das nicht erwiesen.

Die wichtigere Vereinfachung besteht darin, dass nicht mehr die ganze Menge des Quecksilbers zur Bethätigung der Steuerungsvorrichtung für die abwechselnde Bewegung des Quecksilbers benutzt wird, sondern nur ein kleiner Theil. Dadurch ist es möglich geworden, den ganzen Mechanismus auf einen kleinen Hahn h zu reduziren.

Zu der Vergleichung verschiedener Modelle kam ich durch Anfragen über die Geschwindigkeit der Wirkung der von mir angegebenen Pumpen, insbesondere über das Verhältniss der Kolbenpumpen zu den Tropfenpumpen, welche angesaugte Luft durch fallende Tropfen mitreissen. Ich denke, es wird die Mittheilung solcher Vergleichsversuche auch allgemeineres Interesse haben. Dank dem freundlichen Entgegenkommen der Hrn. Paalzow, Tiemann und Witt konnten sieben verschiedene Modelle miteinander verglichen werden; sechs von diesen waren selbstthätige, die durch Wasserpumpen getrieben wurden. Die Geschwindigkeit, mit welcher diese selbstthätigen Pumpen arbeiten, hängt von der Stärke der wirkenden Saugvorrichtung ab. Vier Modelle konnten bei demselben Wasserdruck und mit Wasserpumpen gleicher Art untersucht werden.

Als Rezipienten wurden eine kleine Entladungsröhre (weiter unten mit k bezeichnet) mit 97 *ccm* Inhalt und eine grosse Röhre (als g bezeichnet) mit 607 *ccm* Inhalt verwandt. Zur Messung der erreichten Verdünnung benutzte ich die Lichterscheinung bei elektrischen Entladungen in diesen Röhren.

Ich will nur für zwei derselben die Zeiten zur Erreichung solcher Verdünnungen wiedergeben, nämlich 1. für die, wo das Licht an der Kathode sich diffus zu verbreiten beginnt und 2., wo X-Strahlen auftreten.

Pumpe Nr. 1 ist eine als Töpler-Hagen'sche bekannte mit Handbetrieb von M. Stuhl in Berlin; Nr. 2 eine von mir angegebene mit Zuströmung des Quecksilbers von oben in den kugelförmigen Behälter und Hahnsteuerung durch Auftrieb, verfertigt von W. Niehls in Berlin; Nr. 3 eine von mir angegebene mit den vorher be-

schriebenen Vereinfachungen, Zufluss auch von oben, gefertigt von W. **Niehls** in Berlin; Nr. 4 eine **Kahlbaum**'sche Pumpe für physikalische Zwecke; Nr. 5 eine nach **Kahlbaum**'schem Prinzip konstruirte, aber sehr vereinfachte Pnmpe, angefertigt von **Burger** in Berlin; Nr. 6 eine von **Desaga** in Heidelberg angefertigte Pumpe nach **Babo**; Nr. 7 eine Tropfenpnmpe meiner Konstruktion von W. **Niehls**. Nr. 1 bis 3 gehören zu den Kolbenpumpen, Nr. 4 bis 7 zu den Tropfenpnmpen.

In der folgenden Tabelle sind neben den Zeiten bei Nr. 1 bis 3 in der Kolumne „Zahl" auch die Anzahl der Füllungen der Kolbenpumpen angegeben.

Pumpe	Röhre *k*				Röhre *g*			
	Verdünnung 1		X-Strahlen		Verdünnung 1		X-Strahlen	
	Zeit	Zahl	Zeit	Zahl	Zeit	Zahl	Zeit	Zahl
1	5 Min.	6	10 Min.	11	13 Min.	11	27 Min.	24
2a	4,5	5	10,5	12	9	10,3	22	25
2b					7	11,2	19,5	29,2
3					12	6,4	32,5	17,5
4	2,5		4,5		9,5		30	
5	9		15		6		35	
6	21		57					
7	3		5,5		15		21	

Für die Pnmpe 2 gebe ich zwei Ergebnisse, einmal (2a) für langsame Füllung des oberen Behälters nnd zweitens (2b) für rasche Füllung. Auch für die Pumpe 3 liegen Versnche mit verschiedener Geschwindigkeit des Anfsteigens des Quecksilbers vor. Indessen war es hier erst von sehr grossen Verdünnnngen an kurz vor dem Auftreten der Strahlen angezeigt, den Gang zu verlangsamen, da wegen der langgestreckten Gestalt die Wallungen des Quecksilbers anch bei sehr raschem Aufsteigen nicht sehr stark waren.

Bei den Versuchen mit Modell 3 und 6 war die wirksame Wasserpumpe sehr viel schwächer wie bei den andern, ferner waren die Zuflnssröhren des Quecksilbers bei 3 sehr viel enger wie bei den Modellen 1 nnd 2, woraus sich der grosse Unterschied in der Zeitdauer trotz geringerer Füllungszahl zum grössten Theil erklärt. Zum kleineren rührt derselbe davon her, dass der Behälter bei Nr. 3 der grösste war. Es fassten die Stiefel der Kolbenpumpen von Nr. 1 etwa 630 *ccm*, von Nr. 2 etwas weniger als 600 *ccm*, von Nr. 3 etwa 790 *ccm*.

Für Modell 6 hat der geringere Wasserdruck keinen Einfluss. Der richtige Maassstab zum Vergleich der Wirkung der Kolbenpumpen wird erhalten, wenn man gemäss dem Gesetze der Pumpenverdünnung die Potenzen der Quotienten ans Rezipient und Rezipient plus Stiefelraum vergleicht, deren Exponenten die Zahl der Füllungen sind. Ich vernachlässige hierbei das Volumen des Trockengefässes nnd der Zuleitungsröhren. Dann sind die Logarithmen dieser Verhältnisse, also von $\left(\frac{607}{630+607}\right)^{24}$ u. s. f. für 1, 2a, 3, welche bei demselben ruhigen Gange geprüft wurden, für

Nr. 1	Nr. 2a	Nr. 3
8,69152	8,53925	7,70558.

Nnn wird diejenige Pumpe für wirksamer zn erachten sein, welche bei Erreichung desselben Verdünnungsgrades theoretisch einen geringeren Verdünnungsgrad als die andere haben sollte, somit unter den dreien Nr. 3. Für 2a ist das Verhältniss in Wirklichkeit auch kleiner, wie oben angegeben, weil das Stiefelvolumen kleiner wie 600 *ccm* zu rechnen ist, welcher Werth oben zu Grunde gelegt wurde. Das Verhältniss

der Pumpen 2a und 3 zu 1 spricht dafür, dass es in der That vortheilhaft ist, den Stiefelraum, wie es bei 2a und 3 geschieht, während der ganzen Dauer seiner Entleerung mit dem Rezipienten in Verbindung zu setzen. Bei Pumpe Nr. 1 geschieht dies erst, wenn der Stiefelraum ganz entleert ist.

Bei Rezipienten mit geringem Rauminhalt wirken die Tropfenpumpen bedeutend rascher wie die Kolbenpumpen. Indessen ist bei den obigen Zahlen zu beachten, dass die Kahlbaum'sche Pumpe kein Trockengefäss besass, dass daher der von ihr zu entleerende Raum bei gleicher angesetzter Entladungsröhre erheblich kleiner ist. Denn die Trockengefässe haben etwa 150 *ccm* Inhalt. Mit Rücksicht hierauf scheint auch bei kleinem Rezipienten Nr. 4 nicht wirksamer wie Nr. 7 zu sein. Für grössere Rezipienten wird der Vorsprung der Tropfenpumpen geringer; es ist dieses Zurückbleiben für Nr. 7 auf die Wirkung bei höheren Dichten zu schieben. Bei eingetretener grosser Verdünnung wirkt die Pumpe Nr. 7 am raschesten.

Ich habe eine Kombination von Tropfenpumpe und Kolbenpumpe versucht, um auch die Zeit, welche bei letzterer während des Füllens des oberen Behälters verloren geht, nutzbar zu machen und die Wirksamkeit der Tropfenpumpe bei höheren Drucken durch die Kolbenpumpe zu unterstützen. Zu dem Zwecke liess ich das Quecksilber zunächst in die Tropfenpumpe steigen; das aus dieser ablaufende Quecksilber füllte den oberen Behälter einer Kolbenpumpe. Tropfenpumpe und dieser obere Behälter waren beide mit dem zu entleerenden Rezipienten in Verbindung. Der Erfolg war aber nicht der Art, dass es angezeigt erscheint, dafür die naturgemäss grössere Verwicklung in dem Aufbau der Pumpe in den Kauf zu nehmen.

Referate.

Das grosse Fernrohr für die Pariser Weltausstellung.

Von P. Gautier. *Annuaire pour l'an 1899, publié par le bureau des longitudes.*

Für die nächstjährige Pariser Weltausstellung ist von französischer Seite ein mit einem Foucault'schen Siderostaten verbundenes Fernrohr von 60 *m* Brennweite und 1,25 *m* Objektivöffnung geplant, dessen Herstellung in der Gautier'schen Werkstatt erfolgt.

Das 60 *m* lange Rohr liegt fest horizontal in der Nord-Südrichtung und empfängt die Lichtstrahlen des zu beobachtenden Objektes vom Spiegel eines am Nordende aufgestellten Foucault'schen Siderostaten (vgl. die Abbildung eines solchen in *dieser Zeitschr.* ***10.*** *S. 328. 1890*). Der Spiegel hat einen Durchmesser von 2 *m*, eine Dicke von 27 *cm*, ein Gewicht von 3600 *kg*, mit Fassung von 6700 *kg*. Die Schmelze wurde in den Glashütten von Jeumont unter der Leitung von Hrn. Despret gemacht. Von zwölf Scheiben erwiesen sich nur zwei als gelungen. Mit den Metalltheilen der Fassung steht der Spiegel nicht in direkter Berührung, sondern er liegt überall auf Polstern auf. Hebel mit Gegengewichten sorgen durch Verminderung des Druckes, den die horizontale Achse des Spiegels auf ihre Lager ausübt, für leichte Beweglichkeit des Spiegels. Der Träger des Spiegels, an dessen oberem Ende sich jene Achsenlager befinden, und der selbst, damit der Spiegel in verschiedene Azimute gebracht werden kann, drehbar sein muss, wiegt 15 000 *kg*. Mit $^9/_{10}$ seines Gewichtes schwimmt er in einer Quecksilber enthaltenden Rinne von 2 *m* Durchmesser.

Der Sockel, auf dem der Siderostat ruht und mittels sechs Schrauben in die richtige Stellung gebracht werden kann, hat eine Höhe von 1,70 *m* und eine Länge von 10,50 *m*. Die Höhe von der unteren Sockelfläche bis zum oberen Ende der durch Uhrwerk bewegten Stundenachse beträgt ebenfalls 10,50 *m*. Das Uhrwerk wird durch ein Gewicht von 100 *kg* getrieben. Die grobe sowie die feine Einstellung im Stundenwinkel und in Deklination ge-

schieht durch Schlüssel, die vom Sockel aus gehandhabt werden. Der ganze Siderostat wiegt 45 000 *kg*.

Das Fernrohr ist mit zwei Objektiven versehen, einem für optische und einem für photographische Zwecke, jedes natürlich aus Crown- und Flintglaslinse bestehend. Ohne Fassung wiegt jedes Objektiv etwa 600 *kg*, mit Fassung 900 *kg*. Beide Objektive sind neben einander aufgestellt und, indem sie senkrecht zum Tubus auf Schienen gefahren werden, mit einander leicht vertauschbar. Der Tubus besteht aus 2 *mm* dickem Stahlblech und wiegt bei einem Durchmesser von 1,50 *m* 21 000 *kg*. Zusammengesetzt ist er aus vierundzwanzig Stücken. Er ruht mit acht gusseisernen Sockeln auf acht Steinsäulen, die, um eine Verschiebung der Sockel bei Ausdehnung des Rohres zu gestatten, Schienen tragen, auf denen die Sockel gleiten.

Das letzte Stück des Rohres, welches das Okular trägt, ist mit dem vorderen Theil durch einen Balgenauszug verbunden und lässt sich vom Okular aus durch einen 1,50 *m* langen Schlüssel, der eine am Hauptrohr sitzende Schraube dreht, zum Zweck der Fokusirung verstellen. Es ruht auf vier Rädern, die auf zwei in der Rohrrichtung gelegten Schienen laufen, sodass also bei Einstellung des Fadensystems in die Brennebene das letzte Rohrstück auf den Schienen gefahren wird.

Ein Stern, dessen Bild im Fernrohr in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint, dessen Strahlen also vom Spiegel des Siderostaten horizontal in das Fernrohr reflektirt werden, behält während der Drehung des Himmels immer seine Lage im Gesichtsfeld bei, die Bilder der benachbarten Sterne dagegen drehen sich um den Mittelpunkt. Dadurch ändern diese aber ihre Lage zum Fadensystem, ein Umstand, der für die Ausführung exakter mikrometrischer Messungen recht ungünstig ist. Zur Beseitigung dieses Uebelstandes wird das Fadenkreuz durch ein Uhrwerk gedreht. Im Innern des Rohres von 1,50 *m* Durchmesser, an seinem nach dem Okular liegenden Ende, befindet sich nämlich ein zweites Rohr von 1,20 *m* Durchmesser, das von mehreren Rollen seine Führung erhält und durch eine von jenem Uhrwerk bewegte Schraube ohne Ende, die in einen Zahnkreis eingreift, gedreht wird. In diesem Rohr befindet sich das in Rektaszensien um zwei Minuten verschiebbare Fadenmikrometer, das auch durch eine photographische Kamera, ein Spektroskop oder einen Projektionsapparat ersetzt werden kann.

Die Geschwindigkeit, mit welcher das Rohr durch das Uhrwerk gedreht werden muss, damit die Sterne nicht vom Mikrometerfaden heruntergehen oder auf der photographischen Platte statt eines Punktes einen Kreisbogen hinterlassen, ist von der Deklination und vom Stundenwinkel des eingestellten Sternes abhängig. Nur wenn die Deklination desselben der Aequatorhöhe des Aufstellungsortes gleich ist, für Paris also gleich 41° 10′, behalten die sämmtlichen Sterne im Gesichtsfeld ihre Stellung unverändert bei; ist die Deklination kleiner, so bewegen sich die Sterne im Sinne des Uhrzeigers um den Mittelpunkt; ist die Deklination grösser, im entgegengesetzten Sinne. Wird z. B. in Paris ein Stern von 10° südlicher Deklination, wenn er den Stundenwinkel 3 oder 21 Uhr hat, im Siderostaten eingestellt, so drehen sich die ihn umgebenden Sterne im Sinne des Uhrzeigers mit einer Geschwindigkeit, dass sie, wenn diese sich gleich bliebe, in 48 Stunden einen Umlauf vollenden würden. Bei Einstellung des Siderostaten auf einen Stern von 70° nördlicher Deklination und 3 oder 21 Uhr Stundenwinkel ist die Drehungsgeschwindigkeit der benachbarten Sterne dieselbe wie vorhin, aber im entgegengesetzten Sinn. Eine Stunde später ist die Geschwindigkeit in (zufälligerweise) beiden Fällen um etwa $^1/_{10}$ ihres Betrages gewachsen. Ist, um noch ein Beispiel zu geben, ein Stern von 60° Deklination und 10 oder 14 Uhr Stundenwinkel eingestellt, so bewegen sich die ihn umgebenden Sterne mit einer Geschwindigkeit, mit der sie, wenn sie konstant bliebe, in 12 Stunden einen Umlauf, entgegengesetzt der Bewegung des Uhrzeigers, vollenden würden.

Dass bei dem Pariser Fernrohr die veränderliche Geschwindigkeit, mit der der innere Tubus sich drehen muss, diesem auf automatische Weise ertheilt würde, hält Ref. für ausgeschlossen; erwähnt ist in dem Artikel nichts darüber. Wahrscheinlich liest man aus einem Täfelchen für die gerade stattfindende Einstellung des Siderostaten die dem inneren Rohr

zu ertheilende Geschwindigkeit ab und verzichtet wohl meist auf eine Aenderung dieser Geschwindigkeit mit dem Stundenwinkel. Für längere photographische Expositionen ist das Fernrohr wegen Mangels einer fortwährenden Kontrole der Einstellung ausserdem nicht brauchbar. In den meisten Fällen dürfte von der Möglichkeit, das innere Rohr zu drehen, gar kein Gebrauch gemacht werden.

Für das Schleifen des Spiegels mussten wegen dessen Grösse und Schwere einige besondere Einrichtungen getroffen werden. Die allgemein übliche Methode, den Spiegel in horizontaler Lage rotiren und die Schleifplatte geradlinig darüber hin und her gehen zu lassen, wurde beibehalten. Der Spiegel lag dabei auf einer grossen gusseisernen Platte, allerdings nicht unmittelbar, sondern es war eine 20 *mm* dicke Flanellschicht dazwischen, die sich während des zum Schliff des Spiegels gebrauchten Jahres um 2 *mm* zusammendrückte. An drei Punkten wurde der Spiegel ausserdem noch gehalten. Die gusseiserne Platte wurde getragen von einer starken, nach unten sich verjüngenden Achse, die in einer unten offenen Konusbuchse lief und auf einer Stahlkugel stand. Ausserdem aber erhielt die Platte noch ihre Führung durch eine im Durchmesser von 1,30 *m* um das Zentrum geführte Schiene.

Wie auf die exakte Ausführung dieser Vorrichtung, so war grosse Sorgfalt auch darauf zu verwenden, die zur Führung der Schleifplatte dienenden, auf einander gleitenden Flächen genau eben herzustellen und die Schleifplatte überall in genau gleicher Entfernung von der Spiegelfläche zu halten. Diese Entfernung wurde täglich mittels Komparatoren bestimmt, welche eine Ablesung von 0,001 *mm* gestatteten. Welche Entfernung man bei Anwendung der verschieden feinen Schmirgel am besten wählte, mussten die Versuche lehren. Für den feinsten Schmirgel betrug sie 0,02 *mm*. Wählte man die Entfernung geringer, so zerriss die Flüssigkeitsschicht und es entstanden Kratzer auf der Spiegelfläche. Zum Heben und Herablassen der 1 *m* im Durchmesser besitzenden Schleifplatte diente eine Schraube am oberen Ende ihrer Achse.

Das Schleifen fand in den Nachmittagsstunden zwischen 2 und 5 Uhr statt, weil zu dieser Zeit die Temperatur am wenigsten schwankte, während der Vormittag auf die Justirung der Maschine verwandt wurde. Die Schleifmaschine war zur Vermeidung rascher Temperaturänderungen in einem besonderen Häuschen mit doppelten Holzwänden aufgestellt. Die Temperatur wurde an einem in fünftel Grad getheilten Thermometer bis auf $^1/_{25}$° abgelesen. War eine Temperaturungleichheit entstanden, so wurde an die kältere Stelle eine schwach brennende Gasflamme gebracht. Der Arbeiter, welcher die Schleifplatte von Zeit zu Zeit mit neuem Schmirgel zu versehen hatte, brauchte sich der Maschine nicht zu nähern. Mittels einer kleinen Spritze entnahm er einem Gefäss die Mischung von Schmirgel und Wasser und spritzte sie dann in einen Kanal, der durch die Schleifplatte hindurchging und in ihrem Zentrum endigte. Auf diese Weise wurde eine gleichmässige Vertheilung des Schmirgels zwischen den beiden Flächen erzielt.

Für die Politur des Spiegels wurde Papier und venetianischer Tripel benutzt. Natürlich diente dieselbe Einrichtung, welche zum Schleifen gedient hatte, auch zum Poliren. Wurde die Polirplatte mittels der oben erwähnten Schraube so weit gesenkt, dass das Papier mit dem Spiegel in Berührung kam, so trat eine Erwärmung und infolge dessen Deformation ein. Nach zahlreichen Versuchen fand man, dass man die beiden Flächen in einem Abstand von 0,03 *mm* lassen müsse, um dem Tripel und Glasstaub genügend Raum zu geben. Aber trotzdem fand wohl noch eine geringe Erwärmung statt, denn es zeigte sich, dass der Spiegel hohl wurde. Es wurde daher den Gleitflächen eine Krümmung ertheilt, und zwar musste der Pfeil dieser Kurve, wie die Versuche ergaben, 1 *cm*, ihr Radius etwa 70 *m* betragen.

Von Wichtigkeit erscheint dem Ref., hervorzuheben, dass der Schliff und die Politur des Spiegels allein durch maschinelle Einrichtungen bewirkt worden ist, ohne Zuhülfenahme der Hand.

Die Versilberung der Fläche erfolgte erst, nachdem der Spiegel montirt war; bei Neuversilberung braucht er also nicht erst abgenommen zu werden. Er wird zu dem Zweck durch vier auf der Rückseite seiner Fassung befindliche, gegen Zylinder aus Buchsbaum-

holz wirkende Schrauben zur Hälfte, also 14 *cm*, aus der Fassung herausgehoben, in welcher Stellung er durch einen Ring gehalten wird, und dann mittels eines von der Mitte der Fassung nach hinten gehenden Führungsstabes umgekippt, sodass er nach unten gerichtet ist. Von unten wird hierauf ein Trog mit der Silberlösung dem Spiegel genähert, bis dieser genügend eintaucht. Der Trog ruht nämlich auf einem in der Höhe verstellbaren Klotz, welcher, da er nicht im Wege ist, auch nach der Versilberung und Entfernung des Troges an seiner Stelle belassen wird.

Die Glasscheiben für die Objektive sind von Mantois geliefert worden. Der Schliff war bei Abfassung des Artikels noch nicht vollendet. Die Gleitflächen haben in diesem Fall natürlich die Krümmung zu erhalten, welche der Fläche gegeben werden soll. Aus dem Artikel, der im nächsten *Annuaire* die Herstellung der Objektive behandeln soll, dürfte hervorgehen, ob auch diese bei blosser Anwendung maschineller Einrichtungen gelang oder ob, wozu man sich bisher bei grösseren Objektiven immer gezwungen sah, mit der Hand nachgeholfen werden musste.

Es ist höchst interessant, dass die Gautier'sche Werkstatt sich der Aufgabe unterzogen hat, Linsen und Spiegel von solch kolossalen Dimensionen zu schaffen. Das „grosse Fernrohr" dürfte denn auch gewiss ein Zugstück der Pariser Weltausstellung werden. Ob es in optischer Hinsicht hochgespannte Erwartungen befriedigt, ist natürlich noch zweifelhaft, selbst wenn die Arbeit tadellos ausgeführt sein sollte, da die Schwere, welche auf die montirten Glasmassen ganz anders wirkt wie in ihrer Lage unter der Schleifplatte, im Spiegel wie in den Linsen leicht Deformationen hervorrufen kann. Der Ref. ist daher, bis zum Beweise des Gegentheils, weit entfernt davon, der Behauptung beizutreten, dass man mit dem grossen Fernrohr mehr erreichen werde, als bisher mit Fernrohren von bedeutend geringeren Dimensionen. *Kn.*

Der Siedepunkt des flüssigen Wasserstoffs.

Von J. Dewar. *Chem. News* **79.** *S. 133. 1899.*

Frühere Untersuchungen des Verf. mit einem Platinwiderstands-Thermometer ergaben für den Siedepunkt des Wasserstoffs —238° (35° absolut). Neuere Versuche mit einem anderen Platindraht von anderer Herkunft lieferten praktisch das gleiche Resultat. Um konstante Fehler auszuschliessen, bestimmte Dewar nunmehr die Temperatur auch noch mit einem Rhodiumplatin-Thermometer, von welchem nachgewiesen war, dass die Aenderung seiner Leitungsfähigkeit von 0° bis zum Siedepunkt der flüssigen Luft proportional der Temperatur erfolgte. In diesem Falle ergab der Versuch den Siedepunkt des Wasserstoffs zu —246° (27° absolut). Die mangelnde Uebereinstimmung zwischen den Messungen mit den verschiedenen Thermometern führt der Verf. darauf zurück, dass die Abweichung von der Proportionalität zwischen Temperatur und elektrischer Leitungsfähigkeit bei reinem Platin grösser sei, als bei Rhodiumplatin. Der mit dem Rhodiumplatin-Thermometer gefundene Werth für den Siedepunkt des Wasserstoffs verdiene also mehr Zutrauen.

Um jeden Zweifel auszuschliessen, benutzte Verf. endlich zur Feststellung der Temperatur noch ein Wasserstoffthermometer, in welchem das Gas unter vermindertem Druck stand. Dies Thermometer, welches den Siedepunkt des Sauerstoffs zu —182,5° (90,5° absolut) ergab, lieferte für den Siedepunkt des Wasserstoffs den Werth —252° (21° absolut). Hieraus folgt, dass der Siedepunkt des Wasserstoffs niedriger liegt, als man bisher annahm.

Schl.

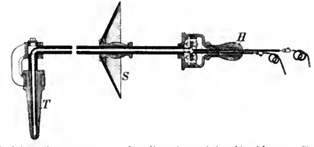
Der Schmelzpunkt von Gusseisen.

Von R. Moldenko. *Engineering* **67.** *S. 330. 1899.*

Die vorliegende Arbeit kann als ein neuer Beweis für die andere pyrometrische Instrumente weit übertreffende Genauigkeit des Le Chatelier'schen Thermoelements und seine bequeme und leichte Verwendbarkeit in technischen Betrieben angesehen werden. Es werden die Schmelzpunkte von im Ganzen dreiundsiebzig Proben von Roh- und Gusseisen, Stahl sowie einigen Eisenlegirungen mitgetheilt, welche mittels des genannten Pyrometers in den Schmelzöfen selbst ermittelt wurden. Für Roh- und Gusseisen liegen die Einzel-

werthe der Schmelztemperaturen je nach dem Kohlenstoff- und Kieselgehalt des Materials zwischen 1090° und 1250°, für die Stahlsorten und die Legirungen zwischen 1195° und 1340°.

Die Montirung des Elements, wie sie bei den vorstehend mitgetheilten Versuchen zur Verwendung gekommen ist, zeigt die untenstehende Figur. An ein mit Handhabe *H* und verschiebbarem Schutzschirm *S* versehenes Eisenrohr kann in rechtem Winkel oder auch geradlinig ein Ansatz *T* aus feuerfestem Thon angeschraubt werden, in dessen Spitze die Löthstelle des Elements sich befindet. Seine Drähte sind von einander und von dem eisernen



Rohr durch Asbeströhren getrennt und endigen in zwei Anschlussklemmen für die Kupferdrähte, welche zu einem d'Arsonval-Galvanometer führen. Auf diese Weise montirt und gehörig vorgewärmt, kann das Thermoelement direkt in das geschmolzene Metall, dessen Temperatur gemessen werden soll, eingeführt und auch leicht wieder entfernt werden, um an anderer Stelle Verwendung zu finden.

Auf einige Fehlerquellen, welche bei der im Vorstehenden beschriebenen Montirung nicht ausgeschlossen zu sein scheinen, sei besonders hingewiesen. Die Asbest-Isolation kann in höheren Temperaturen Schwierigkeiten durch Schmelzen des Materials herbeiführen; eine Isolation durch Porzellankapillaren, wenigstens in dem der Löthstelle benachbarten Theile der Röhre, wäre hier wohl vorzuziehen. Eine erhebliche Fehlerquelle kann ferner durch die Wärmeleitung der Drähte dann entstehen, wenn das Thermoelement nicht tief genug in die zu messende Temperatur eintaucht. Endlich können durch Veränderung der Temperatur an den freiliegenden Klemmschrauben („kalten Löthstellen") Fehler hervorgerufen werden; die Klemmen sollten mindestens von Wärme-Isolatoren umgeben sein. Ueber die Temperatur dieser Klemmen, sowie über die Aichung des Thermoelements werden keine Angaben gemacht, wodurch die Zuverlässigkeit der mitgetheilten Werthe etwas beeinträchtigt wird.

Rt.

Ueber rationelle Verwendung der Dunkelfeldbeleuchtung.

Von W. Gebhardt. *Zeitschr. f. wissenschaftl. Mikroskopie* **15.** *S. 289. 1899.*

Verf. geht davon aus, dass die Dunkelfeldbeleuchtung in den Kreisen der wissenschaftlichen Mikroskopiker ziemlich selten benutzt wird. Er findet den Grund in den Mängeln der älteren Blendeneinrichtungen, welche für die Ausnutzung der stärkeren Vergrösserungen nicht geeignet sind.

Die in den Beleuchtungsapparat eingeschaltete Sternblende passt nur für Objektive von etwa 0,3 numerischer Apertur; bei stärkeren Objektiven muss durch aufgesetzte Blenden die Apertur auf dies Maass eingeschränkt werden; der Vortheil des grösseren Auflösungsvermögens geht also verloren. Um diesem Uebelstand abzuhelfen, müssen für die Objektive höherer Apertur in die Sternblende Zentralscheiben von entsprechend grösserem Durchmesser eingesetzt werden. Abblendung des Objektivs wird nur vorgenommen, um grössere Fokustiefe zu erzielen und die Bildkrümmung weniger hervortreten zu lassen. Um genügend Licht zu erhalten, ist ein Kondensor mit grosser Oeffnung (Immersionskondensor) zu empfehlen. Die Schwierigkeiten, welche der Gebrauch eines Kondensors von mehr als 1,4 Apertur mit sich bringt, nöthigen dazu, Immersionsobjektive auf 1,0 Apertur abzublenden; sie besitzen dann gegenüber den stärksten Trockensystemen den Vortheil grösserer Bildschärfe. *A. K.*

Ueber einige optische Vervollkommnungen an dem Zeiss-Greenough'schen stereoskopischen Mikroskop.

Von H. Harting. *Zeitschr. f. wissenschaftl. Mikroskopie* **15.** *S. 299. 1899.*

Das binokulare Mikroskop (*diese Zeitschr.* **18.** *S. 256. 1898*) war bisher nur für die Verwendung des Objektivs a_2 ($f = 35$ *mm*) eingerichtet; dazu sind jetzt noch Trockensysteme mit den Aequivalentbrennweiten 55, 45, 30 *mm* und eine Wasserimmersion 26 *mm* gekommen. Als Okulare eignen sich die Huyghens'schen 1, 2, 3 und ein Ramsden'sches, als „Orthomorphisches Okular 4“ bezeichnet. Es wird eine Tabelle mitgetheilt, die Vergrösserung und Gesichtsfeld für die verschiedenen Kombinationen enthält; die Vergrösserung schwankt zwischen 8- und 72-fach, das Gesichtsfeld zwischen 12,5 und 1,5 *mm*. Die Objektivpaare sind auf ihrem Schlittenstück so montirt, dass man beim Wechseln der Objektive die Einstellung nicht zu ändern braucht. Die Fassung der Objektive ist durch Zeichnungen dargestellt, aus denen man auch den Arbeitsabstand derselben erkennt, welcher zwischen 70 und 30 *mm* liegt.

A. K.

Ueber die Bedingungen möglichst präziser Abbildung eines Objekts von endlicher scheinbarer Grösse durch einen dioptrischen Apparat.

Von L. v. Seidel. Aus dem Nachlasse herausgegeben von S. Finsterwalder. *Sitzungsber. d. Münch. Akad. 1898. S. 395.*

Die Arbeit stammt aus dem Jahre 1880, in dem ihr Inhalt bereits in einer Akademiesitzung vorgetragen wurde. Die Einleitung des Herausgebers bringt einige Notizen über die Geschichte der sphärischen Aberrationen 3. Ordnung; es wird auf die Priorität W. R. Hamilton's aufmerksam gemacht, welche sich auf einen Bericht im *Report of the third meeting of the British Association, Cambridge 1833* gründet (*On some results of the view of a characteristic function in optics*).

Seidel selbst giebt zunächst einen Ueberblick über das in seiner früheren Arbeit (*Astron. Nachrichten Nr. 1027 bis 1029. 1855*) eingeschlagene Verfahren und die dort gewonnenen Resultate. Er zeigt dann, dass die von E. Abbe aufgestellte Sinusbedingung für kleine Oeffnungen, die ja Voraussetzung für Seidel's Untersuchungen bilden, mit der von ihm als Fraunhofer'sche bezeichneten Bedingung zusammenfällt. Den Schluss bildet eine Diskussion der Gestalt der Brennfläche für einen ausserachsialen Punkt. *A. K.*

Ueber Galvanometer.

Von W. E. Ayrton und T. Mather. *Phil. Mag.* **46.** *S. 349. 1898.*

Im Jahre 1890 hatten Ayrton und Sumpner eine Arbeit über Galvanometer veröffentlicht, in der zum ersten Male Vorschläge zur einheitlichen Definition der Empfindlichkeit von Galvanometern gemacht wurden. Die damals gegebene Definition wird jetzt etwas verändert: Als Empfindlichkeit des Galvanometers wird nunmehr definirt die Anzahl der Skalentheile, um die dasselbe durch 1 *Mikroampere* abgelenkt wird, wenn der Skalenabstand gleich 1000 Skalentheilen ist, die Schwingungsdauer 10 Sekunden und der Widerstand der Spulen 1 *Ohm* beträgt. Hat das Galvanometer einen anderen Widerstand, so kann die Umrechnung nach zwei Gesetzen erfolgen, indem man die gefundene Empfindlichkeit durch $r^{\frac{1}{2}}$ oder durch $r^{\frac{2}{5}}$ dividirt. Ayrton und Mather haben keine Entscheidung über die Richtigkeit eines dieser Gesetze getroffen, sondern berechnen ihre Zahlen nach beiden Gesetzen nebeneinander. Wird das Galvanometer ballistisch gebraucht, so hat man unter Empfindlichkeit die Anzahl Skalentheile Ausschlag zu verstehen, die unter denselben Bedingungen durch 1 *Mikrocoulomb* hervorgerufen werden.

Auf Grund dieser Definition werden nun zunächst in einer Tabelle die Zahlen von 94 Galvanometertypen aus früherer und neuerer Zeit zusammengestellt. In der folgenden Zusammenstellung findet man die aus dieser Tabelle entnommenen Angaben für zwölf Galvanometer, von denen die letzten vier nach dem d'Arsonval'schen Typus konstruirt sind.

Nr.	Urheber		r	$\alpha/r^{\frac{1}{2}}$	$\alpha/r^{\frac{2}{3}}$
1	Paschen	1893	60	5800	8750
2	„	1896	40	4280	6150
3	Nichols	1892	9,3	2200	2730
4[1]	Weiss	1895	—	750	—
5	Wadsworth	1894	86	675	1050
6	Weiss	1895	—	600	—
7[2]	Snow	1892	140	470	770
8	Elliott	vor 1890	6000	206,5	493
9	Ayrton-Mather	1897	243	570	985
10	„ „	1897	267	421	735
11	„ „	1897	244	375	650
12	„ „	1890	21	19,8	27

Nr. 8 und Nr. 12 sind die besten Instrumente, die in der im Jahre 1890 veröffentlichten Tabelle stehen. Die oben aufgeführten Zahlen geben ein gutes Bild von der Vervollkommnung beider Galvanometertypen seit jener Zeit.

Ein Typus von Galvanometern, welcher im Jahre 1890 noch unbekannt war, ist derjenige der *Oszillographen*; es sind dies Instrumente mit ausserordentlich kurzer Schwingungsdauer. Die folgende Tabelle enthält die Angaben für vier Instrumente, von denen die beiden ersten ein bewegliches Magnetsystem, die beiden letzten feststehende Magnete und bewegliche Spulen besitzen.

Urheber		A	f	r	K (Näherungswerth)	$\alpha/r^{\frac{1}{2}}$	$\alpha/r^{\frac{2}{3}}$
Hotchkiss u. Millis	1895	0,256	31	4,1	$2{,}2 \cdot 10^{-5}$	228	263
McKittrick	1896	0,377	1400	270	$1{,}0 \cdot 10^{-5}$	600	1050
Duddell	1897	0,358	156	1,3	$30 \cdot 10^{-6}$	1070	1090
„	1898	0,093	420	2,08	$6 \cdot 10^{-8}$	33000	35600

Es bedeuten A die Schwingungsdauer in Tausendtel Sekunden, f die Ablenkung für 1 *Amp.* bei einem Abstand von 1000 Skalentheilen, r den Widerstand, K das Trägheitsmoment in *C.G.S.*-Einheiten, $\alpha/r^{\frac{1}{2}}$ und $\alpha/r^{\frac{2}{3}}$ die Empfindlichkeit für 1 *Amp.* und $^1/_{1000}$ Sek. Schwingungsdauer.

Schliesslich mag noch eine Tabelle aufgeführt werden, in der einige Galvanometer nach dem d'Arsonval-Typus enthalten sind, die als Spannungsmesser gebraucht werden.

Urheber		A	α	r	r_1
Ayrton	1888	2,6	0,105	21	57,5
Ayrton-Mather	1892	2,2	1,31	13,2	24,8
Queen & Co.	1893	aperiodisch	1,13	—	178
Crompton	1896	12,1	1,83	103,3	143,3
Ayrton-Mather	1897	5,84	6,55	22,2	35,1
Ayrton-Mather	1897	7,6	17,7	1,9	5,75

In dieser Tabelle bedeuten A die Schwingungsdauer in Sekunden, α die Ablenkung für 1 *Mikrovolt* bei einem Abstand von 1000 Skalentheilen, r den Widerstand der beweglichen Spule, r_1 den Gesammtwiderstand des Spannungsmessers.

[1]) Mit vertikalen Magneten.

[2]) Für bolometrische Messungen.

Im Anschluss daran untersuchen die Verfasser theoretisch die Frage, welches die grösste erreichbare Empfindlichkeit eines Galvanometers für eine gegebene Schwingungsdauer ist. Eine Anwendung ihrer Formeln auf einige der untersuchten Galvanometer zeigt, dass bei denselben die theoretisch berechnete Empfindlichkeit nicht erreicht wird. Im letzten Theil der Arbeit wird die Frage behandelt, wann für Nullmethoden ein schwach astasirtes und wann ein höher astasirtes Galvanometer zweckmässig ist. Ist die Empfindlichkeit so gering, dass eine volle Halbperiode abgewartet werden muss, bis man den Ausschlag deutlich bemerkt, so wird die Grösse dieses Ausschlages in kürzerer Zeit erreicht, wenn man die äussere Richtkraft verringert. Dagegen wird ein bestimmter Ausschlag, der bei beiden Empfindlichkeiten nur ein Bruchtheil des maximalen Ausschlages beträgt, in gleicher Zeit erreicht; das unempfindlichere Instrument wird aber eher in seine Ruhelage zurückkehren. Aus einer theoretischen Berechnung wird daher die Regel abgeleitet, dass die äussere Richtkraft, wenn sie für ein Galvanometer leicht verändert werden kann, zweckmässig so gewählt wird, dass die Empfindlichkeit etwa zwei- bis dreifach so gross ist, wie für die gewünschte Genauigkeit eben noch durchaus nothwendig ist. *E. O.*

Die Wiener Stadtpläne zur Zeit der ersten Türkenbelagerung.

Von S. Wellisch. *Zeitschr. d. österr. Ing. u. Archit.Vereins* **50.** *S. 537, 552 u. 562. 1898.*

Wenn ich in dieser Zeitschrift auf den genannten interessanten Aufsatz aufmerksam mache, so geschieht es, weil sein Verfasser bei der Analyse der aus 1547 stammenden Wiener Stadtpläne von Augustin Hirschvogel und Bonifacius Wolmuet auch die bei der Aufnahme verwendeten Instrumente und Methoden kurz erläutert. Die „Quadranten" von Hirschvogel waren Vollkreise (Gradscheiben, mit Nullpunkt im Osten, nicht im Norden oder Süden verwendet); auf sechs wichtigen Punkten des Aufnahmegebiets wurde je (und zwar auf einem daselbst angebrachten Mühlstein!) eine solche Gradscheibe aufgelegt, deren Umkreis in 90 Gradus (zu je 4° also) eingetheilt ist. Auf jeder Scheibe sind nach 13 Zielpunkten (auf allen sechs Standpunkten denselben) die Richtungen gezogen; es sind noch 4 der 6 Scheiben vorhanden. Die Scheibe wurde mit Hülfe einer kleinen Bussole orientirt. Die abgelesenen Richtungen aller Strahlen auf jedem Standpunkt sind übrigens auch zu einem *Abriss* jeder Station zusammengetragen; in einem Buch sind alle diese Ablesungen bis auf ½ Gradus (2°) genau notirt und für jeden Strahl ist seine Länge bis auf ganze Klafter angegeben. Wie sind diese Entfernungen zu Stande gekommen? Auf jedem der 6 Standpunkte finden sich die 5 übrigen nicht unter den angeschnittenen Punkten, vielmehr nur die schon genannten 13 Punkte. „Leider", sagt der Verfasser, „schweigt die sonst sehr ausführliche Instruktion über den Vorgang bei der gegenseitigen Festlegung der Standpunkte untereinander, sodass wir nicht mit Sicherheit behaupten, sondern bloss zögernd die Vermuthung aussprechen können, dass Augustin Hirschvogel, welcher sich ohne Zweifel eines ausgedehnten Dreiecksnetzes als Grundlage für die Stadtvermessung bedient hat, die *Triangulirung* — deren Erfindung dem Snellius (1615) zugeschrieben wird — bereits gekannt und bei der geometrischen Aufnahme der Hauptstadt Oesterreichs im Jahre 1547 zum ersten Male zur Anwendung gebracht hat." Dass es sich um eine Art Triangulationsverfahren handelt, ist sicher; aber dieses Verfahren ist nicht identisch mit dem von Snellius (der sich, wie auch wenig später Schickhart, von der Bussole frei gemacht hat), und es ist *vor* dem Wiener Plan von 1547 vielfach benutzt worden.

Zur Höhen- und Entfernungsmessung benutzte Hirschvogel u. A. auch den Winkelhaken, ferner diente zur Entfernungsbestimmung der Messzirkel sowie ein besonderer Distanzmesser, der aber nur so viel oder so wenig geleistet haben kann als andere Parallaxendistanzmesser jener Zeit auch.

Die einfache Methode, nach der der Verf. den mittleren Fehler der alten Pläne feststellt (Vergleichung von Entfernungen, die auf dem Plan gemessen sind, mit den heutigen Zahlen für diese Entfernungen, wobei selbstverständlich nur Punkte zu wählen sind, deren Identität genügend verbürgt erscheint), sei ebenfalls angeführt. Die Genauigkeit der alten

Wiener Pläne fällt freilich gering aus: etwa $5^1/_2$ % der Längen. Es wäre, wenn dies angeht mit Rücksicht auf Punktidentifizirung, nur erwünscht, *kurze* Entfernungen (Klein-Aufnahme) und *grosse* Entfernungen (Grossmessung) zu trennen. Von Interesse ist auch der Nachweis, dass beim *Stich* des Hirschvogel'schen Plans durch den Kupferstecher fast 1 % an Längengenauigkeit im Vergleich mit der Originalzeichnung verloren ging. Es wäre nicht ohne Werth, mit dieser Zahl ähnliche Angaben aus späterer Zeit vergleichen zu können. *Hammer.*

Ueber die erreichbare Genauigkeit der Nonienablesung an Kreisen.

Von G. Cicconetti. *Rivista di Topogr. e Catasto.* ***11.*** *S. 1. 1898/99.*

Der Verf. sucht aufs Neue die richtige Beziehung zwischen dem Kreishalbmesser und der Nonienangabe. Dass die einliegenden Nonien (auf derselben ebenen, zylindrischen oder konischen Fläche mit der Theilung) sich den aufliegenden überlegen zeigen, ist ohne Weiteres verständlich; weniger das zweite Ergebniss des Verfassers, nach dem die kleinste Entfernung zwischen zwei Theilstrichen (Noniusstrich und Limbusstrich), die noch wahrgenommen werden kann, *innerhalb gewisser Grenzen* von der Vergrösserung der angewandten Lupe oder des Mikroskops — es sind bei den zahlreichen Versuchen Vergrösserungen zwischen 3 und 10 bis 11 benutzt worden — unabhängig sein soll. Für die beiden genannten Klassen von Nonien findet der Verf. die Werthe $\varepsilon_0 = 3{,}0\ \mu$ (aufliegende), $\varepsilon_0 = 1{,}5\ \mu$ (einliegende); zwischen der gewünschten Ablesung f in $''$ und dem Halbmesser der Theilung hat man dann die Beziehung

$$f'' = \frac{2\,\varepsilon_0}{R}\,\varrho'';$$

soll also z. B. der Nonius 10″ geben, so ist für

$$\text{die erste Art von Nonien } R = \frac{2 \cdot 0{,}003}{10} \cdot 206265 = 124\ mm,$$

$$\text{„ zweite „ „ „ } R = \frac{2 \cdot 0{,}0015}{10} \cdot 206265 = 62\ mm.$$

Hammer.

Neues Universalinstrument.

Von A. Salmoiraghi. *Ebenda* ***11.*** *S. 27. 1898/99.*

Es werden kurze Mittheilungen über ein Universalinstrument gegeben, das der Leiter der berühmten „Filotecnica" in Mailand seinen Instrumententypen auf Wunsch des Militärgeographischen Instituts in Florenz angereiht hat. Für deutsche Leser ist nur bemerkenswerth, dass sich die Formen solcher Instrumente, die früher uns z. Th. etwas ungewohnt waren, immer mehr den deutschen Modellen nähern. *Hammer.*

Neu erschienene Bücher.

F. Kohlrausch und **L. Holborn,** Das Leitvermögen der Elektrolyte, insbesondere der Lösungen; Methoden, Resultate und chemische Anwendungen. gr. 8⁰. XVI, 211 S. m. 64 Fig. u. 1 Taf. Leipzig, B. G. Teubner 1898. Geb. in Leinw. 5,00 M.

Aus dem Wunsche, auch technischen Zwecken das elektrolytische Leitvermögen zugänglich und dienstbar zu machen, ist, wie die Verf. angeben, das kleine Buch entstanden, das gewissermaassen als eine sehr ausführliche Ausarbeitung der betreffenden Abschnitte aus Kohlrausch's „Leitfaden der praktischen Physik" alles das enthält, was bei der Bestimmung, Berechnung und Verwerthung des Leitvermögens elektrolytischer Lösungen zu wissen und zu beachten nöthig ist. Eingehend werden die bei den Widerstandsmessungen praktisch benutzten Instrumente, Apparate und Methoden besprochen: Die Widerstandsgefässe in ihren mannigfachen, den verschiedenen Zwecken angepassten Formen, die Vorrichtungen zur Erregung der ja meistens angewandten Wechselströme und zu deren Beobachtung (Elektrodynamometer, akustisches und optisches Telephon), die Anordnung des

Ganzen in der Wheatstone'schen Brücke mit ihren verschiedenen, der Erhöhung der Bequemlichkeit wie der Genauigkeit dienenden Modifikationen, ferner die der Wechselstrommethode anhaftenden, aus dem Einfluss von Selbstinduktion, Polarisation und Kapazität entspringenden Fehlerquellen und die Mittel, sie unschädlich zu machen, dann, wenn auch nur kurz, die Gleichstrom benutzenden Methoden und endlich die Bestimmung der „Widerstands-Kapazität" der Gefässe. Auf die nichtelektrische Seite übergehend, behandeln die Verf. die der Messung zu unterwerfenden Lösungen bezüglich ihrer Herstellung mit wohlbekannter Konzentration, sowie bezüglich der Regulirung und Bestimmung ihrer Temperatur, die ja auf das Leitvermögen so grossen Einfluss hat. Eine Darstellung der Theorie der Stromleitung in Elektrolyten liefert die hier benutzten Begriffe und die bisher aufgefundenen Gesetzmässigkeiten.

Um nun die zahlreichen schon vorliegenden Ergebnisse der Messungen von Leitvermögen bequem zugänglich zu machen, sind sie sorgfältig gesammelt und tabellarisch wiedergegeben, und zwar, was hier zum erstenmal geschieht, *im selben einheitlichen, dem modernen Gebrauch einzig entsprechenden Maass*: das Leitvermögen desjenigen Körpers ist gleich 1 gesetzt, dessen Zentimeterwürfel den Widerstand 1 *Ohm* besitzt, und die Konzentration einer Lösung gleich 1, wenn sie 1 Gramm-Aequivalent in 1 *ccm* enthält.

Dies reiche, zuverlässige Zahlenmaterial wird stets einen Hauptwerth des Buches ausmachen und mit dazu beitragen, das elektrolytische Leitvermögen praktischer Verwendung mehr als bisher zu empfehlen. Kann es doch, wie die Verf. darlegen, zur bequemen und sicheren Analyse von Lösungen einzelner oder auch gemischter Elektrolyte dienen, die im Falle sehr grosser Verdünnung kaum durch eine andere Methode auch nur annähernd gleicher Genauigkeit ersetzt werden kann. Zur Erleichterung der bei allen solchen Messungen nöthigen Rechnungen ist noch eine Anzahl Tabellen beigefügt. Auch die Literatur des behandelten Gegenstandes ist ausführlich zusammengestellt. *Wg.*

Prévot, *Topographie. Livre 1er, Instruments.* kl. 8°. 438 S. Paris 1898.

In dem ziemlich starken Band, der einen Theil der *Bibliothèque du conducteur des travaux publics* bildet, beschreibt der Verfasser die in Frankreich in der Feldmessung und Topographie gebräuchlichen Instrumente. Das einleitende Kapitel enthält eine elementare Darstellung der Fehlertheorie (zunächst mit Rücksicht auf die im Folgenden überall gemachten Genauigkeitsangaben für die einzelnen Instrumente), das zweite die Beschreibung von Instrumententheilen, die sich an verschiedenen Instrumenten wiederholen. Im dritten, der Horizontalwinkelmessung gewidmeten Kapitel wird das Graphometer (Halbkreis-Astrolabium) mit Fadendioptern immer noch mitgeführt; als Genauigkeit eines damit gemessenen Winkels von 60 *m* langen Schenkeln bei 2 *cm* Zentrirfehler wird ein m. F. von 5' bis 6' (= etwa 3') angegeben. Für das Pantometer von 10 *cm* Durchmesser wird etwa derselbe Fehler berechnet. Bei dem geringen Preis, zu dem jetzt teleskopirte kleine Winkelmessinstrumente zu haben sind, ist das stetige Zurückweichen jener Instrumente erklärlich und erwünscht; z. B. hat das kleine *Goniomètre de poche* (*S. 145*) bei 10 *cm* Durchmesser unter denselben Umständen nur einen etwa halb so grossen Fehler. Bei den Bussolen taucht neben den spezifisch französischen Formen in Fig. 97 ein Breithaupt'sches Modell auf; bei den Diopterkreuzscheiben fehlt ein konischer oder sphärischer Kopf (der m. F. der prismatischen Kreuzscheibe wird bei 8 bis 10 *cm* Durchmesser zu 10' = 5', für Arbeit auf ebenem Boden also zu hoch angegeben), bei den Reflexionskreuzscheiben wird besonders das bekannte Coutureau'sche Instrument gelobt (Verbindung von Spiegelkreuz und Winkelspiegel, wobei beide neben einander stehen, statt wie bei uns gewöhnlich übereinander; die Genauigkeit wird zu < 5' = < 3' angegeben). Im vierten Kapitel, Höhenwinkelmessung, treten in den Eklimetern und Klisimetern Instrumentformen auf, die in Deutschland nicht üblich sind, da man bei uns für ähnliche Zwecke stets Theodolite mit kleinen Höhenkreisen (die in Frankreich meist nicht mehr Theodolit, sondern *Tachéomètre* heissen) oder aber Freihandinstrumente benutzt; auch Gefällmesser wie die von Chézy (mit Diopter) und Berthélemy (mit Fernrohr) sind bei uns kaum in Gebrauch. Bei der Entfernungsmessung und zwar zunächst der direkten Längenmessung findet sich immer noch

die Messkette neben dem Messband; an Genauigkeit steht zwischen beiden die Stahldrahtkette von Tranchart; bei der indirekten Entfernungsmessung findet der Verf. für einen Fadendistanzmesser mit 20-fach vergrösserndem Fernrohr mit der Konstanten 100 und bei Anwendung einer *cm*-Latte als m. F. der Entfernung D den Werth $(0{,}04 + 0{,}0006\ D)$ Meter; wie stark sind dabei die Fäden? Bei dem Sanguet'schen Diastimometer (Glas mit prismatischem Anzug vor das Objektiv vorzusetzen) ist an die wesentlich gleiche, aber bequemere Einrichtung von Richards zu erinnern. Dem Sanguet'schen selbstrechnenden Stadiometer wird bei Anwendung des Verhältnisses $^1/_{100}$ eine Genauigkeit von 8 *cm* auf 100 *m*, bei Anwendung des Verhältnisses $^1/_{20}$ von 3 *cm* auf 100 *m* zugeschrieben (nach Sanguet selbst ist die Genauigkeit $[0{,}04 + {}^1/_{4000} \cdot D]$ Meter bei $^1/_{100}$ und $[0{,}02 + {}^1/_{10000} \cdot D]$ Meter bei $^1/_{20}$). Bei den Nivellirinstrumenten im siebenten Kapitel (es sei aufmerksam gemacht auf die Beseitigung des seitherigen Doppelsinns des französischen Worts Niveau bei Prévot: *niveau* heisst bei ihm, wie überall im Französischen seither, nur noch Nivellirinstrument, dagegen bezeichnet er die sonst ebenso genannte Libelle als *nivelle*) werden besonders erläutert die bekannten französischen Formen von Égault, Bourdalouë, Lenoir (mit Horizontalkreis) und das schöne Instrument *à nivelle indépendante* (von Berthélemy ausgeführt), das beim französischen Feinnivellement verwendet worden ist. Ueber Barometer finden sich nur einige wenige Notizen. Ziemlich ausführlich sind dagegen wieder die Tachymeter behandelt. Die Notizen über Messungen unter Tag bieten nichts Bemerkenswerthes; ebensowenig der Anhang (von Roux) über flüchtige Aufnahmen, in dem viele Wiederholungen (Kreuzscheiben, Latten u. s. f.) sich finden, einige Bussolen und einige Goulier'sche Instrumente und endlich einige der bekanntesten Telemeter besprochen werden.

Im Ganzen darf man bei Durchsicht dieser Darstellung der französischen topographischen Instrumente sagen, dass der deutsche Instrumentenbau dem französischen überall ebenbürtig, bei einigen wichtigen Instrumenten entschieden überlegen ist. *Hammer.*

E. Cohen, Sammlung v. Mikrophotographien zur Veranschaulichung der mikroskopischen Struktur von Mineralien u. Gesteinen. 3. Aufl. 1. Lfg. Imp.-4°. 20 Lichtdr.-Taf. Stuttgart, E. Schweizerbart. In Mappe 24,00 M.

W. Ostwald, Lehrbuch der allgemeinen Chemie. In 2 Bdn. Bd. 2; Thl. 2: Verwandtschaftslehre. 4. Lfg. 2. Aufl. gr. 8°. S. 605 bis 828 m. 82 Fig. Leipzig, W. Engelmann. 5,40 M.

J. Weisstein, Die rationelle Mechanik. 2. Bd.: Dynamik der Systeme. — Statik u. Dynamik flüss. Körper. gr. 8°. VIII, 255 S. m. 31 Fig. Wien, W. Braumüller. 7,00 M.

G. Kapp, Dynamomaschinen f. Gleich- u. Wechselstrom. 3. Aufl. Mit 200 in den Text gedr. Fig. gr. 8°. VIII, 486 S. Berlin, J. Springer. — München, R. Oldenbourg. Geb. in Leinw. 12,00 M.

A. Kerber, Beiträge zur Dioptrik. 5. Hft. gr. 8°. 16 S. Leipzig, G. Fock in Komm. 0,50 M.

E. L. Nichols u. W. S. Franklin, *The Elements of Physics. A college textbook. New edition, revised, with additions. 3 Volumes. Vol. I: Mechanics and Heat.* 8°. VIII, 219 S. m. Fig. New-York 1899. Geb. in Leinw. 6,50 M.

Galbraith u. Haughton, *Optics. New edition, revised and enlarged by J. Warren.* 8°. Mit Illustrationen. London 1899. Geb. in Leinw. 2,70 M.

J. Montpellier u. M. Aliamet, *Guide pratique de Mesures et Essais industriels. Tome I: Instruments et méthodes de mesure des grandeurs fondamentales, geométriques et mécaniques.* gr. 8°. VI, 432 S. m. 275 Fig. Paris 1899. 14,20 M.

A. Mullin, *Traité élémentaire de l'Électricité industrielle théorique et pratique.* 8°. 713 S. m. 345 Fig. Paris 1899. Geb. in Leinw. 13,50 M.

Observationer, *Nautisk-meteorologiske. Udgivne af det Danske Meteorologiske Institut.* 4°. XVII, 205 S. m. 19 Taf. Kopenhagen 1898.

H. Poincaré, *Scientia. La théorie de Maxwell et les oscillations Hertziennes.* 8°. 80 S. Chartres 1899. 3,00 M.

Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. **H. Landolt**, Vorsitzender, Prof. Dr. **A. Westphal**, geschäftsführendes Mitglied, Prof. Dr. **E. Abbe**, Dr. **H. Krüss**.

Redaktion: Prof. Dr. **St. Lindeck** in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang. **Juni 1899.** Sechstes Heft.

Theorie des Reversionsprismas.

Von
B. Wanach in Potsdam.

Um jedes mögliche Missverständniss von vornherein auszuschliessen, sei gleich bemerkt, dass hier unter „Reservionsprisma“ nicht das rechtwinklig gleichschenklige „Zenithprisma“ verstanden ist, welches die Aufgabe hat, den Achsenstrahl eines optischen Systems rechtwinklig zu seiner ursprünglichen Richtung abzulenken, sondern ein gleichschenkliges Prisma, welches den Achsenstrahl in seiner Richtung unverändert lässt und nur das durch ein Fernrohr oder Mikroskop gesehene Bild in sein Spiegelbild umwandelt.

Fig. 1 stellt einen Querschnitt durch ein solches Prisma dar nebst zwei Strahlen, dem Achsenstrahl —·—·—· und einem in derselben Ebene verlaufenden geneigten Strahl — — — —. Es ist ohne Weiteres ersichtlich, dass die achsenparallelen Strahlen, soweit sie überhaupt nur *eine* Reflexion und *zwei* Brechungen erleiden, parallel zu ihrer ursprünglichen Richtung austreten müssen, sobald die Basis des Prismenquerschnitts jener optischen Achse parallel läuft und das Prisma gleichschenklig ist; auf die Grösse der Prismenwinkel kommt es dabei nicht an. Ebenso



Fig. 1. Fig. 2.

sieht man, dass unter diesen Bedingungen alle Strahlen, welche in der Querschnittsebene verlaufen und ebenfalls nur einmal reflektirt und zweimal gebrochen werden, in dieser Ebene (die auf allen Prismenflächen senkrecht steht) bleiben, aber nach ihrem Austritt aus dem Prisma mit dem Achsenstrahl zwar denselben Winkel bilden, wie vor dem Eintritt, aber nach der entgegengesetzten Richtung divergiren, während geneigte Strahlen, welche vor dem Eintritt in einer zur reflektirenden Fläche des Prismas parallelen Ebene verlaufen, *parallel* zu ihrer ursprünglichen Richtung austreten müssen, wenn auch eine Verschiebung des Strahls dadurch verursacht wird, dass das Prisma auf ihn ähnlich wirkt, wie eine geneigte planparallele Platte.

Ferner ist ohne Weiteres ersichtlich, dass die Wirkung der Dispersion des Prismas sich nur darin äussert, dass die verschiedenfarbigen Komponenten eines Strahls nach dem Austritt parallel zu einander verlaufen müssen (Fig. 2), wodurch nur in dem Falle für das Auge farbige Ränder des Gesichtsfeldes entstehen können, wenn nicht *alle* in das Prisma eintretenden Strahlen in das Auge gelangen. Aus demselben Grunde, aus welchem von Okularen (für Fernrohr oder Mikroskop) nur

Achromasie der Brennweiten, nicht auch gleichzeitig Achromasie der Schnittweiten verlangt wird, wie bei Objektiven, wird durch Einschalten eines Reversionsprismas zwischen Okular und Auge keine Aenderung des Achromatismus bewirkt.

Zwei Bedingungen muss das Reversionsprisma aber erfüllen, und die Wege zur Erfüllung dieser Bedingungen zu finden, ist der Zweck folgender Untersuchungen; es darf nämlich das Gesichtsfeld des Okulars nicht wesentlich beschränken und keine Lichtschwächung durch Abblendung verursachen, wenigstens in der Nähe der Bildfeldmitte. Dass diese Bedingungen praktisch erfüllbar sind, haben vielfache Erfahrungen erwiesen; hier sei nur erwähnt, dass am Strassburger Meridiankreise[1]) seit 1892 ununterbrochen ein Reversionsprisma vor dem Okular in Benutzung ist und weder bei Beobachtnngen der schwächsten überhaupt für das Instrument zugänglichen Sterne merkbar stört, noch z. B. beim Aufsuchen des Mondkraters „Mösting *A*“, wozu ein grösseres Gesichtsfeld gehört, als sonst zn Messungszwecken verlangt wird.

Wesentliche Bedingung für die Verwendbarkeit des Reversionsprismas ist freilich ein Okular, welches einen möglichst grossen Angenabstand hat, und aus diesem Grunde hat vermnthlich das Reversionsprisma noch nicht die Verbreitung gefunden, die es für Messungszwecke verdient durch seine Eigenschaft, das Bild um 180° zu drehen, wenn man das Prisma um 90° (um die optische Achse als Drehungsachse) dreht. Am Strassburger Heliometer wird es anch dazu benutzt, das Bild um verschiedene Winkel zu drehen, wodurch man nnabhängig wird von persönlichen Fehlern, die vom Positionswinkel abhängen; man kann eben durch Drehnng des Prismas jede beliebige Linie des Bildes stets in dieselbe, z. B. vertikale Lage bringen.



Fig. 3. Fig. 4.

Der Strahlenverlauf im astronomischen Fernrohr ist bekanntlich ein solcher, wie ihn Fig. 3 darstellt. Die Strahlen —·—·—· gehören zu einem in der optischen Achse liegenden Objektpunkt, die Strahlen — — — und ···· zu den äussersten, am Rande des Gesichtsfeldes befindlichen Punkten. Bestimmend für das Reversionsprisma sind drei Grössen: die Distanz D der Austrittspupille von der äussersten Linsenfläche des Okulars, der Durchmesser A der Austrittspupille (des Bildes, welches das Okular von der Eintrittspupille, der Objektivfassung, entwirft) und der Winkel Ω, welchen die Randstrahlen (— — — oder ····) mit der Achse nach dem Austritt aus dem Okular bilden, oder mit anderen Worten, der halbe scheinbare Gesichtsfeldwinkel. Durch diese drei Grössen sind alle aus dem Okular austretenden Strahlen bestimmt; möglich sind nur solche Strahlen, welche *innerhalb* der Austrittspupille durchgehen und mit der Achse einen Winkel $\omega < \Omega$ bilden. Denkt man sich also ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit seinem Anfangspunkt an den *Rand* des aus dem Okular tretenden Strahlenkegels gelegt in der Entfernung D von der Ebene der Austrittspupille (vgl. Fig. 4), die x-Achse parallel zur optischen Achse, positiv in der

[1]) Vgl. *Annalen der Kais. Univ.-Sternwarte in Strassburg* **1.** *S. 14. 1896.*

Richtung vom Okular fort, die y-Achse in der Richtung zur optischen Achse hin, welche sie schneidet, positiv, und die z-Achse, welche dann den Strahlenkegel tangirt, senkrecht zu beiden, so ist ein Strahl bestimmt durch die Koordinaten y_0 und z_0 seines Schnittpunktes mit der Ebene $x = 0$ (der yz-Ebene), seine Neigung ω gegen die x-Achse (und die optische Achse), welche stets positiv gerechnet werde, und endlich den Winkel ϑ, welchen die yz-Spur des Strahls (seine Projektion auf die yz-Ebene) mit der y-Achse bildet; dieser Winkel werde von 0° bis 360° gezählt von der Richtung $+y$ über $+z$ (90°), $-y$ (180°), $-z$ (270°) nach $+y$ herum. Statt durch ω und ϑ kann die Richtung des Strahls auch definirt werden durch den Winkel φ, den seine xy-Spur mit der x-Achse bildet, positiv, wenn x und y gleichzeitig wächst, und den Winkel ψ, den die xz-Spur mit der x-Achse bildet, ebenfalls positiv, wenn x und z gleichzeitig wächst. Es bestehen dann zwischen diesen Winkeln die Beziehungen

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\omega\cos\vartheta \qquad 1)$$

$$\operatorname{tg}\psi = \operatorname{tg}\omega\sin\vartheta \qquad 2)$$

Alle Strahlen, welche durch das Zentrum der Anstrittspupille gehen, müssen dann den Bedingungen genügen

$$y_0 = D\operatorname{tg}\Omega + \frac{A}{2} - D\operatorname{tg}\varphi \qquad 3)$$

$$z_0 = -D\operatorname{tg}\psi \qquad 4)$$

und alle überhaupt möglichen Strahlen, die eine gegebene Richtung φ, ψ haben, sind definirt durch die Bedingungen

$$\left(y_0 - D\operatorname{tg}\Omega - \frac{A}{2} + D\operatorname{tg}\varphi\right)^2 + (z_0 + D\operatorname{tg}\psi)^2 \leq \left(\frac{A}{2}\right)^2 \qquad 5)$$

$$\operatorname{tg}^2\varphi + \operatorname{tg}^2\psi \leq \operatorname{tg}^2\Omega \qquad 6)$$

Das gesuchte Prisma muss also so beschaffen sein, dass alle Strahlen, welche den Bedingungen 5) und 6) genügen, es in regulärer Weise durchsetzen, d. h. nach ihrer Brechung an der ersten Seitenfläche nicht auf die zweite Seitenfläche, sondern auf die Basisfläche treffen, und nach totaler Reflexion an dieser von der zweiten, nicht der ersten Seitenfläche wieder hinausgebrochen werden. In Fig. 5 sind für ein rechtwinklig gleichschenkliges Prisma mit dem Brechungsindex $n = 1{,}6$ zwei irreguläre und ein regulärer Strahl dargestellt. Ausserdem muss das Strahlenbündel aber nach dem Austritt aus dem Prisma einen genügend engen Querschnitt haben, um von der Pupille des Auges vollständig aufgenommen werden zu können.

Fig. 5.

In dem oben definirten Koordinatensystem ist das Prisma derart zu orientiren, dass die reflektirende Basisfläche in die xz-Ebene und die eine Kante in die z-Achse fällt (vgl. Fig. 6). Der Winkel, den die Seitenflächen (brechenden Flächen) des Prismas mit der Basisfläche (reflektirenden Fläche) bilden, sei $= p$, die Länge der Basisfläche $= l$ und der Brechungsindex $= n$. Dann lautet die Gleichung der ersten Brechungsfläche

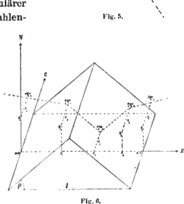


Fig. 6.

$$x \sin p - y \cos p = 0 \quad \ldots \quad 7)$$

und die Gleichungen des einfallenden Strahls

$$\begin{cases} y = y_0 + x \operatorname{tg} \varphi \quad \ldots \quad 8) \\ z = z_0 + x \operatorname{tg} \psi \quad \ldots \quad 9) \end{cases}$$

Hierans ergeben sich dio Koordinaten des Einfallspnnktes

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{y_0 \cos p \cos \varphi}{\sin (p - \varphi)} \quad \ldots \quad 10) \\ y_1 = \dfrac{y_0 \sin p \cos \varphi}{\sin (p - \varphi)} \quad \ldots \quad 11) \\ z_1 = z_0 + \dfrac{y_0 \cos p \cos \varphi}{\sin (p - \varphi)} \, . \operatorname{tg} \psi \quad \ldots \quad 12) \end{cases}$$

Aus 7), 10), 11) nnd 12) ergeben sich die Gleichungen des Einfallslothes

$$\begin{cases} y = \dfrac{y_0 \cos \varphi}{\sin p \sin (p - \varphi)} - x \operatorname{cotg} p \quad \ldots \quad 13) \\ z = z_0 + \dfrac{y_0 \cos p \cos \varphi}{\sin (p - \varphi)} \operatorname{tg} \psi \quad \ldots \quad 14) \end{cases}$$

Die Gleichung der Einfallsebene lautet zufolge 8), 9), 13) und 14)

$$x + (y - y_0) \operatorname{tg} p - (z - z_0) \frac{\cos (p - \varphi)}{\cos p \cos \varphi} \operatorname{cotg} \psi = 0 \quad \ldots \quad 15)$$

und für den Einfallswinkel α geben dieselben Gleichungen

$$\cos^2 \alpha = \frac{\sin^2 (p - \varphi)}{1 + \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \psi} \quad \ldots \quad 16)$$

Hieraus ergiebt sich für den Brechungswinkel β

$$\cos^2 \beta = \frac{n^2 + (n^2 - 1) \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \psi - \cos^2 (p - \varphi)}{n^2 (1 + \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \psi)} \quad \ldots \quad 17)$$

Da der gebrochene Strahl durch den Einfallspunkt 10) 11) 12) gehen, in der Einfallsebene 15) liegen und mit dem einfallenden Strahl 8) 9) den Winkel $\alpha - \beta$ bilden muss, lanten seine Gleichungen

$$\begin{cases} y = \dfrac{y_0 \cos \varphi \, W - x \sin (p - \varphi) \left[\cos p \, W - \sin p \cos (p - \varphi)\right]}{\sin (p - \varphi) \left[\sin p \, W + \cos p \cos (p - \varphi)\right]} \quad \ldots \quad 18) \\ z = z_0 - \dfrac{y_0 \cos p \cos \varphi \operatorname{tg} \psi \left[\cos \varphi - \cos p \cos (p - \varphi) - \sin p \, W\right] - x \cos \varphi \operatorname{tg} \psi \sin (p - \varphi)}{\sin (p - \varphi) \left[\sin p \, W + \cos p \cos (p - \varphi)\right]} \quad 19) \end{cases}$$

worin

$$W = \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \psi - \cos^2 (p - \varphi)} \, .$$

Die Gleichung der reflektirenden Fläche

$$y = 0 \quad \ldots \quad 20)$$

ergiebt mit 18) und 19) dio Koordlnaten des Reflexionspunktes

$$x_2 = \frac{y_0 \cos \varphi \, W}{\sin (p - \varphi) \left[\cos p \, W - \sin p \cos (p - \varphi)\right]} \quad \ldots \quad 21)$$

$$y_2 = 0 \quad \ldots \quad 22)$$

$$z_2 = z_0 + \frac{y_0 \cos \varphi \operatorname{tg} \psi \left[\cos^2 p \, W + \sin^2 p \sin (p - \varphi)\right]}{\sin (p - \varphi) \left[\cos p \, W - \sin p \cos (p - \varphi)\right]} \quad \ldots \quad 23)$$

Man könnte nun den Verlauf des Strahls bis znr zweiten Brechungsfläche

$$x \sin p + y \cos p = l \sin p \quad \ldots \quad 24)$$

und über den Schnittpunkt mit ihr (x_3, y_3, z_3) hinaus weiter verfolgen, doch kommt man kürzer auf folgendem Wege zum Ziel. Aus der Gleichheit von Reflexions- und Einfallswinkel nebst der Gleichschenkligkeit des Prismas folgt, dass nicht nur

$$x_3 - x_2 : x_2 - x_1 = y_3 : y_1 = z_3 - z_2 : z_2 - z_1,$$

sondern auch, wenn man mit y_4 und z_4 die Koordinaten des Schnittpunkts des austretenden Strahls mit der Ebene $x = l$ bezeichnet, dass

$$l - x_2 : x_2 = y_4 : y_0 = z_4 - z_2 : z_2 - z_0.$$

Diese Proportionen ergeben aber unmittelbar aus 21) und 23) die Ausdrücke

$$\begin{cases} y_4 + y_0 = l \cos p \dfrac{\sin(p-\varphi)}{\cos\varphi} \left\{ 1 - \dfrac{\operatorname{tg} p \cos(p-\varphi)}{W} \right\} & \quad \ldots \quad 25) \\ z_4 - z_0 = l \cos^2 p \cdot \operatorname{tg}\psi \left\{ 1 + \dfrac{\operatorname{tg}^2 p \sin(p-\varphi)}{W} \right\} & \quad \ldots \quad 26) \end{cases}$$

Da die Richtungskomponenten des austretenden Strahls $-\varphi$ und ψ sind, lauten seine Gleichungen nunmehr

$$\begin{cases} y = y_4 - (x - l) \operatorname{tg}\varphi & \quad \ldots \ldots \quad 27) \\ z = z_4 + (x - l) \operatorname{tg}\psi & \quad \ldots \ldots \quad 28) \end{cases}$$

Damit alle Strahlen, die vom Okular ausgehen, überhaupt auf die erste Brechungsfläche des Prismas treffen können, gilt für p die Bedingung

$$p > \Omega \geq \varphi \quad \ldots \ldots \quad 29)$$

Eine obere Grenze für p ist durch die Bedingung gegeben, dass alle Strahlen nach der ersten Brechung auf die Reflexionsebene gelangen, dass also x_2 für alle Strahlen positiv und das grösste von allen x_2 kleiner ist als l; x_2 ist aber, da alle übrigen Faktoren in 21) positiv sind, dann positiv, wenn auch

$$[\cos p\, W - \sin p \cos(p - \varphi)] > 0,$$

oder wenn

$$\operatorname{tg} p < \frac{\sqrt{n^2 + (n^2 - 1)\cos^2\varphi \operatorname{tg}^2\psi} - \cos\varphi}{\sin\varphi}$$

für alle Strahlen gilt; $\operatorname{tg} p$ muss also kleiner sein als der kleinste mögliche Werth des Ausdrucks rechts, oder es muss

$$\operatorname{tg} p < \frac{n - \cos\Omega}{\sin\Omega} \quad \ldots \ldots \quad 30)$$

sein, weil die Wurzel für $\psi = 0$ ihren kleinsten Werth n annimmt, und weil

$$\frac{n - \cos\Omega}{\sin\Omega} < \frac{n - \cos\varphi}{\sin\varphi},$$

solange $n > \sec\Omega$; und das findet in praxi immer statt, da stets $n > 1{,}5$, also grösser als die Sekante von 48° ist, während ein Gesichtsfeld von 96° nie vorkommt.

Wenn p einem der beiden durch 29) und 30) gegebenen Grenzwerthe gleich wäre, so müsste $l = \infty$ sein, damit alle Strahlen die erste brechende und die reflektirende Fläche des Prismas überhaupt erreichen. Sobald also l endlich ist, wird der Spielraum für p kleiner; der Strahl, dessen Schnittpunkt mit der Ebene $x = \frac{1}{2} l$ am höchsten liegt, also

der Strahl $\varphi = -\Omega$, $\quad y_0 = A + 2D \operatorname{tg}\Omega$, $\quad$ wenn $\frac{1}{2} l < D$,
oder der Strahl $\varphi = +\Omega$, $\quad y_0 = A$, $\quad$ wenn $\frac{1}{2} l > D$,

darf nämlich nicht etwa über die obere Kante des Prismas, d. h. die Schnittlinie beider brechenden Flächen hinweggehen, oder es muss die Bedingung erfüllt sein

$$A + 2D \operatorname{tg}\Omega - \tfrac{1}{2} l \operatorname{tg}\Omega < \tfrac{1}{2} l \operatorname{tg} p, \text{ wenn } \tfrac{1}{2} l < D, \text{ und}$$
$$A + \tfrac{1}{2} l \operatorname{tg}\Omega < \tfrac{1}{2} l \operatorname{tg} p, \text{ wenn } \tfrac{1}{2} l > D,$$



oder, indem mit $\overline{D - \frac{1}{2} l}$ der absolute Werth der Differenz bezeichnet wird,

$$A + D \operatorname{tg} \Omega < \tfrac{1}{2} l \operatorname{tg} p - \overline{D - \tfrac{1}{2} l} \operatorname{tg} \Omega \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 31)$$

Die nächste zu erfüllende Bedingung ist die, dass alle Strahlen die endlich begrenzte Reflexionsebene treffen, dass also l grösser sein muss als der grösste mögliche Werth von x_2. Durch partielle Differentiation von 21) nach ψ erhält man

$$\frac{\partial x_2}{\partial \psi} = -\frac{x_2^2}{y_0} \cdot \frac{(n^2-1) \sin p \cos \varphi \sin (p - \varphi) \cos (p - \varphi)}{[\cos \psi \, W]^3} \cdot \operatorname{tg} \psi \quad . \; . \; . \quad 32)$$

Hieraus folgt, da alle Faktoren ausser $\operatorname{tg} \psi$ stets positiv sind, dass unter allen Strahlen mit demselben φ derjenige mit $\psi = 0$ den grössten Werth von x_2 besitzt. Man darf sich folglich bei der Untersuchung dieser Bedingung auf die Strahlen mit $\psi = 0$ beschränken. Setzt man also in Gl. 21) $\psi = 0$, so kann sie auf die Form gebracht werden

$$[\psi = 0] \quad x_2 = \frac{y_0 \cos \varphi}{\sin (p - \varphi)} \cdot \frac{\cos \left\{ \operatorname{arc} \sin \left[\frac{\cos (p - \varphi)}{n} \right] \right\}}{\cos \left\{ p + \operatorname{arc} \sin \left[\frac{\cos (p - \varphi)}{n} \right] \right\}} \quad . \; . \quad 33)$$

Die Bestimmung des Maximums von x_2 auf analytischem Wege ist praktisch nicht ausführbar, daher wird man es durch Proberechnungen nach 33) suchen müssen, wie später an einem praktischen Beispiel erläutert werden soll. Dabei muss für y_0 der jeweilig grösste mögliche Werth, nämlich

$$y_0 = A + D \operatorname{tg} \Omega - D \operatorname{tg} \varphi$$

in 33) eingesetzt werden.

Ferner kommt es darauf an, dass alle Strahlen nach ihrer Reflexion nicht zurück auf die erste, sondern auf die zweite brechende Fläche treffen, dass also für alle Strahlen

$$x_2 = l \sin^2 p + l \sin p \cos p \cdot \frac{\cos (p - \varphi)}{W} + y_0 \cos p \frac{\cos \varphi}{\sin (p - \varphi)} > \tfrac{1}{2} l . \quad . \quad 34)$$

Weil nun

$$\frac{\partial x_3}{\partial \psi} = - l (n^2 - 1) \cdot \frac{\sin p \cos p \cos (p - \varphi) \cos^2 \varphi}{[\cos \psi \, W]^3} \cdot \sin \psi$$

stets mit ψ verschiedenes Zeichen hat und nur für $\psi = 0$ verschwindet, so hat x_3 nur ein Maximum in Bezug auf ψ, dagegen kein Minimum in analytischem Sinne; wohl aber existirt praktisch ein Minimum wegen der Bedingung 6) für ψ, nämlich x_3 erreicht für ein bestimmtes y_0 und φ seinen kleinsten möglichen Werth, wenn ψ seinen grössten (positiven oder negativen) Werth hat, oder wenn

$$\operatorname{tg}^2 \psi = \operatorname{tg}^2 \Omega - \operatorname{tg}^2 \varphi .$$

Da ausserdem x_3 stets gleichzeitig mit y_0 wächst, so erhält man den kleinsten zu einem gegebenen φ gehörigen Werth von x_3, indem man ausser obigem Ausdruck für $\operatorname{tg}^2 \psi$ den kleinsten möglichen Werth von y_0, nämlich

$$y_0 = D (\operatorname{tg} \Omega - \operatorname{tg} \varphi)$$

in 34) einsetzt. Ersetzt man ausserdem φ nach 1) durch ϑ und Ω, welches in diesem Falle wegen obiger Bestimmung von ψ für ω zu setzen ist, so erhält man die Bedingung

$$\tfrac{1}{2} l \cdot \frac{\cos \left\{ 2p + \operatorname{arc} \sin \left[\frac{\cos p \cos \Omega + \sin p \sin \Omega \cos \vartheta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \Omega \sin^2 \vartheta}} \right] \right\}}{\cos \left\{ \operatorname{arc} \sin \left[\frac{\cos p \cos \Omega + \sin p \sin \Omega \cos \vartheta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \Omega \sin^2 \vartheta}} \right] \right\}} \cdot \frac{\operatorname{tg} p \operatorname{cotg} \Omega - \cos \vartheta}{1 - \cos \vartheta} < D . \quad . \quad 35)$$

Da hier ausser dem Faktor $\cos\left\{2p + \arcsin\left[\,.\,.\,.\,\right]\right\}$ kein Glied negativ werden kann, wird diese Bedingung stets erfüllt sein, wenn jener Faktor negativ wird, wenn also

$$\frac{\cos p \cos \Omega + \sin p \sin \Omega \cos \vartheta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \Omega \sin^2 \vartheta}} > \cos 2p\, . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 36)$$

Für $\vartheta = 0$ ist, damit die Bedingung 35) erfüllt wird, das Bestehen der Ungleichheit 36) *nothwendig*, weil die linke Seite von 35) wegen $1 - \cos\vartheta = 0$ unendlich wird, und nur, wenn sie *negativ* unendlich ist, kleiner als D bleibt. Setzt man in 36) $\vartheta = 0$, so erhält man also als in allen Fällen nothwendige Bedingung

$$\frac{\cos(p - \Omega)}{n} > \cos 2p\, . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 37)$$

Mit 37) beginnt man am besten, schon wegen der Einfachheit der Rechnung, die Untersuchung dieser dritten Bedingung. Wird 37) nicht erfüllt, so ist p zu klein; wird es aber erfüllt, so muss zu 36) übergegangen werden, wobei man zuerst untersucht, ob jene Ungleichheit auch für $\vartheta = 180^0$ bestehen bleibt, ob also

$$\frac{\cos(p + \Omega)}{n} > \cos 2p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 38)$$

Ist das nicht der Fall, so ist derjenige Werth von ϑ zu suchen, für welchen die Ungleichheit 36) zu bestehen aufhört.

Wichtig ist es, dass die linke Seite von 36) nur *ein* Minimum für $\vartheta = 0$ und nur *ein* Maximum für $\vartheta = 180^0$ hat; es existirt scheinbar noch eines, denn die Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left\{\frac{\cos p \cos \Omega + \sin p \sin \Omega \cos \vartheta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \Omega \sin^2 \vartheta}}\right\} = 0$$

hat ausser der Wurzel $\sin\vartheta = 0$ noch eine, nämlich

$$\cos\vartheta = \operatorname{tg} p \cdot \frac{n^2 - \sin^2\Omega}{\sin\Omega \cos\Omega}\,,$$

welche aber wegen 29) nicht reell ist; denn sonst müsste, da $\cos\vartheta \leq 1$ ist,

$$(n^2 - 1)\operatorname{tg} p \leq -\frac{\cos\Omega}{\cos p}\sin(p - \Omega)$$

sein, was unmöglich ist, so lange $p > \Omega$.

Hat man also den Werth Θ von ϑ gefunden, für welchen die Ungleichheit 36) eben zu bestehen aufhört, so muss untersucht werden, ob die Ungleichheit 35) für alle Werthe von ϑ zwischen Θ und 180^0 erfüllt wird.

Zum Schluss ist dann noch zu untersuchen, ob das Prisma ein genügend enges Strahlenbündel aussendet, welches von der Pupille des Beobachters *ganz* aufgenommen wird. Die Prüfung dieser letzten Bedingung würde sich analytisch so komplizirt gestalten, dass sie praktisch ganz unausführbar wäre; daher muss man hier ebenfalls den Weg der Proberechnungen einschlagen, indem man für gewisse Strahlengruppen nach 25) und 26) die Werthe von y_4 und z_4 berechnet. Für diese Rechnungen wählt man am besten die durch 3) und 4) definirten Strahlen, welche der Kürze halber „Zentralstrahlen" genannt werden mögen; denn weil $y_4 + y_0$ und $z_4 - z_0$ nach 25) und 26) für eine bestimmte Richtung der Strahlen konstante Grössen sind, so bildet jeder Zentralstrahl auch nach seinem Austritt aus dem Prisma die Achse eines Zylinders, welcher die Gesammtheit aller ihm parallelen Strahlen enthält und jede zur yz-Ebene parallele Ebene in einem Kreise mit dem Radius $\frac{1}{2}A$ schneidet. Da aber die Augenpupille nicht in die Ebene $x = l$ selbst gebracht, sondern ihr nur bis auf etwa 5 *mm* genähert werden kann, so muss man die Schnittfigur des austretenden Strahlenbündels

mit der Ebene $x = l + 5$ *mm* suchen. Nach 27) und 28) sind aber die Koordinaten des Schnittpunktes eines Strahls mit dieser Ebene

$$y_4 - 5 \operatorname{tg} \varphi \quad \text{und} \quad z_4 + 5 \operatorname{tg} \psi.$$

Berechnet man diese Werthe für eine genügende Anzahl Zentralstrahlen und trägt sie auf Koordinatenpapier in genügendem Maassstabe ein, mindestens etwa in 10-facher Vergrösserung, so wird man durch Konstruktion die Kurve finden können, welche alle diese Punkte einschliesst; hierauf braucht man nur noch auf genügend vielen Punkten dieser Kurve als Zentren Kreise mit dem Radius $\frac{1}{2} A$ zu ziehen und die diese Kreise (aussen) einhüllende Kurve zu konstruiren, welche dann die Schnittfigur des gesammten Strahlenbündels darstellt. Lässt sich dieser Figur ein Kreis umschreiben, der kleiner ist, als die Augenpupille, dessen Durchmesser also nicht mehr als 4 *mm* bis höchstens 5 *mm* beträgt, so ist damit auch die letzte an das Prisma zu stellende Bedingung erfüllt.

Ueber die Wahl des für das Prisma zu verwendenden Glases sei hier gleich erwähnt, dass in den meisten, wenn nicht in allen praktisch vorkommenden Fällen der horizontale Durchmesser (in der z-Richtung) des Querschnitts des Strahlenbündels mit der Ebene $x = l + 5$ *mm* grösser ist als der vertikale (in der y-Richtung), und dass ersterer, wie aus 26) und 21) folgt[1]), stets mit wachsendem n abnimmt, sodass also ein möglichst grosser Brechungsindex zu wählen ist. Gemäss einer brieflichen Mittheilung der Jenaer Glaswerke Schott & Genossen darf aber höchstens das Schott'sche Glas O. 102 mit

$$n_D = 1{,}649$$

benutzt werden, weil die stärker brechenden Gläser zu wenig witterungsbeständig sind. Jedenfalls wird man gut thun, zunächst mit diesem Werth von n die günstigste Gestalt und Grösse des Prismas zu suchen und sich erst hinterher zu überzeugen, ob vielleicht ein kleineres n Vortheil bringt, falls die y-Ausdehnung des austretenden Strahlenbündels grösser sein sollte als die z-Ausdehnung. Dieser Fall dürfte nach Proberechnungen, die ich ausgeführt habe, nur bei sehr kleinem Gesichtsfelde ($\Omega < 15^0$) eintreten.

Zur Erläuterung der Anwendung der oben entwickelten Formeln will ich im Folgenden als Beispiel das günstigste Prisma berechnen für ein Fernrohr, bestehend aus einem 4-zölligen Objektiv ($O = 108$ *mm*) mit dem Oeffnungsverhältniss 1 : 12 (also Brennweite $F = 1296$ *mm*) und einem orthoskopischen Okular von Zeiss[2]) mit der Aequivalentbrennweite $f = 12{,}5$ *mm*; die Messung ergab den Augenabstand $D = 11$ *mm* und den halben Gesichtsfeldwinkel $\Omega = 18^0$, wenn die Randzone des Gesichtsfeldes, zu deren Bildung nicht mehr das *volle* Objektiv beiträgt, abgeblendet wird. Mit Einschluss dieser Randzone wäre das scheinbare Gesichtsfeld etwas grösser als 40^0, doch beschränkt man sich am besten auf das gleichförmig erleuchtete Gesichtsfeld allein.

Die Grenzwerthe von p sind nach 29) und 30) 18^0 und 66^0; zu den ersten Proberechnungen sind also etwa die Werthe $p = 35^0, 40^0, 45^0, 50^0$ und 55^0 zu wählen, welche auch der Bedingung 38) durchweg genügen; wenn es sich erweisen wird, dass der günstigste Werth von p grösser als 35^0 ist, so braucht die weitläufige Prüfung von 35) nicht ausgeführt zu werden.

---

[1]) Nach 21) nimmt x_2 mit wachsendem n ab, folglich auch l, welches nichts Anderes ist als das Maximum von x_2.

[2]) Dieser Okulartypus zeichnet sich vor allen anderen mir bekannt gewordenen durch den im Verhältniss zur Aequivalentbrennweite grössten Augenabstand aus.

Die Berechnung der kleinsten genügenden Länge l des Prismas aus 33) gestaltet sich für $p = 45^0$ folgendermaassen:

$$A = \frac{Of}{F} = 1{,}0416; \quad D \operatorname{tg} \Omega = 3{,}5741; \quad \mathrm{I} = A + D \operatorname{tg} \Omega = 4{,}6157; \quad \lg n = 0{,}2172$$

$p = 45^0$

$\varphi =$	$+18^0$	$+12^0$	$+6^0$	0^0	-6^0	-12^0	-18^0	-7^0	-5^0
$D \operatorname{tg} \varphi =$	+3,5741	+2,3381	+1,1561	0,0000	−1,1561	−2,3381	−3,5741	−1,3506	−0,9621
$y_0 = \mathrm{I} - D \operatorname{tg} \varphi =$	1,0416	2,2776	3,4596	4,6157	5,7718	6,9538	8,1898	5,9663	5,5781
$\lg y_0 =$	0,0177	0,3574	0,5390	0,6642	0,7613	0,8422	0,9133	0,7757	0,7465
$\mathrm{II} = \lg y_0 \cos \varphi =$	9,9959	0,3478	0,5366	0,6642	0,7589	0,8326	0,8915	0,7725	0,7448
$\mathrm{III} = \mathrm{II} - \lg \sin (p - \varphi) =$	0,3389	0,6117	0,7377	0,8147	0,8684	0,9090	0,9416	0,8760	0,8605
$\lg \mathrm{IV} = \lg \cos (p - \varphi) - \lg n =$	9,7327	9,7064	9,6733	9,6323	9,5817	9,5189	9,4398	9,5721	9,5909
$\beta = \arcsin \mathrm{IV} =$	32°42,5′	30°34,5′	28°7,6′	25°23,7′	22°26,3′	19°17,2′	15°58,8′	21°55,3′	22°56,7′
$\mathrm{V} = \mathrm{III} + \lg \cos \beta =$	0,2639	0,5467	0,6832	0,7705	0,8342	0,8839	0,9245	0,8134	0,8247
$\lg x_2 = \mathrm{V} - \lg \cos (p + \beta) =$	0,9357	1,1503	1,2202	1,2448	1,2502	1,2466	1,2387	1,2501	1,2501

Nachdem die Rechnung bis zum Vertikalstrich geführt ist, sieht man, dass das Maximum von $\lg x_2$ nahe bei $\varphi = -6^0$ liegen muss; rechnet man darauf für $\varphi = -7^0$, so erhält man einen kleineren Werth, ebenso auch für $\varphi = -5^0$, also ist für $p = 45^0$ anzunehmen $\lg l = 1{,}2502$.

Für andere Werthe von p kann man sich natürlich einen grossen Theil der Rechnung sparen, da man voraussetzen darf, dass für benachbarte Werthe von p das Maximum von $\lg x_2$ auch nahe bei demselben φ eintreten wird; bis $\mathrm{II} = \lg y_0 \cos \varphi$ braucht man natürlich auch für jedes φ nur *einmal* zu rechnen. So findet man die in folgender Tabelle zusammengestellten Werthe:

p	φ	$\lg l$
30°	−6°	1,2229
35	−8	1,2231
40	−8	1,2327
45	−6	1,2502
50	−3	1,2779
55	+3	1,3220
60	+13	1,4150

Diese Tabelle ist weiter ausgedehnt, als nöthig wäre, damit man für zwischenliegende Werthe von p, welche die folgenden Rechnungen erfordern werden, $\lg l$ schneller findet, indem die zu erprobenden Werthe von φ an der Hand der Tabelle in sehr enge Grenzen geschlossen werden können.

Die Prüfung der Bedingung 31) gestaltet sich folgendermaassen:

$p =$	35°	40°	45°	50°	55°	
$\lg {}^1\!/_2 \operatorname{tg} p =$	9,5442	9,6228	9,6990	9,7752	9,8538	$D = 11$
${}^1\!/_2\, l \operatorname{tg} p =$	5,852	7,170	8,896	11,30	14,99	$\lg \operatorname{tg} \Omega = 9{,}5118$
${}^1\!/_2\, l =$	8,358	8,545	8,896	9,482	10,50	
$\lg D - {}^1\!/_2\, l =$	0,4219	0,3900	0,3230	0,1813	9,6990	
$D - {}^1\!/_2\, l \operatorname{tg} \Omega =$	0,858	0,798	0,684	0,493	0,163	
${}^1\!/_2\, l \operatorname{tg} p - D - {}^1\!/_2\, l \operatorname{tg} \Omega =$	4,994	6,372	8,212	10,81	14,83	$> 4{,}616 = A + D \operatorname{tg} \Omega$

Also genügen alle Werthe von p, welche grösser als 35° sind, auch dieser Bedingung.

Bevor wir nun zur Bestimmung des günstigsten Werthes von p schreiten, erledigen wir zweckmässig eine Vorarbeit zur Durchrechnung des Strahlenbündels durch das definitive Prisma auf dem auf *S. 167* beschriebenen Wege. Wählen wir dazu ausser

dem Achsenstrahl ($\omega = 0$) noch die Zentralstrahlen mit $\omega = \Omega = 18^0$, $\vartheta = 0^0$, 15^0, 30^0 u. s. w., ferner $\omega = 12^0$, $\vartheta = 0^0$, 30^0, 60^0 u. s. w. und endlich $\omega = 6^0$, $\vartheta = 0^0$, 45^0, 90^0 u. s. w., so wären zunächst ω und ϑ nach 1) und 2) in φ und ψ zu verwandeln, darauf nach 3) und 4) y_0 und z_0, und schliesslich $-y_0 - 5\,\mathrm{tg}\,\varphi$ und $+z_0 + 5\,\mathrm{tg}\,\psi$ zu berechnen.

Die Rechnung für $\omega = 18^0$ gestaltet sich wie folgt:

$\omega = 18^0$ $\quad \lg \mathrm{tg}\,\omega = 9{,}5118$ $\quad \lg D = 1{,}0414$ $\quad {}^1/_2 A + D \,\mathrm{tg}\,\Omega = 4{,}095$

$\vartheta =$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$\lg \mathrm{tg}\,\psi =$	$-\infty$	8,9218	9,2108	9,3613	9,4493	9,4967	9,5118 [1]
$\varphi =$	18° 0,0'	17° 25,4'	15° 43,0'	12° 56,4'	9° 13,8'	4° 48,5'	0° 0,0' [1]
$z_0 =$	0,000	− 0,925	− 1,787	− 2,527	− 3,095	− 3,452	− 3,574
$y_0 =$	0,521	0,643	1,000	1,568	2,308	3,170	4,095
$-y_0 - 5\,\mathrm{tg}\,\varphi =$	− 2,146	− 2,212	− 2,407	− 2,717	− 3,120	− 3,591	− 4,095
$+z_0 + 5\,\mathrm{tg}\,\psi =$	0,000	− 0,504	− 0,975	− 1,378	− 1,688	− 1,883	− 1,949
$\vartheta =$	180°	165°	150°	135°	120°	105°	90°
$y_0 =$	7,669	7,547	7,190	6,622	5,882	5,020	4,095
$-y_0 - 5\,\mathrm{tg}\,\varphi =$	− 6,044	− 5,978	− 5,783	− 5,473	− 5,070	− 4,599	− 4,095

Weiter braucht die Rechnung nicht geführt zu werden, denn es ist

im ersten,	zweiten,	dritten,	vierten Quadranten
$\varphi(\vartheta) = \varphi(\vartheta)$	$= -\varphi(180^0 - \vartheta)$	$= -\varphi(\vartheta - 180^0) =$	$\varphi(360^0 - \vartheta)$
$\psi(\vartheta) = \varphi(90^0 - \vartheta) =$	$\varphi(\vartheta - 90^0)$	$= -\varphi(270^0 - \vartheta)$	$= -\varphi(\vartheta - 270^0)$

und ferner

$$y_0(\vartheta) = y_0(360^0 - \vartheta),$$
$$z_0(\vartheta) = z_0(180^0 - \vartheta) = -z_0(\vartheta - 180^0) = -z_0(360^0 - \vartheta).$$

Auch die Berechnung von y_4 und z_4 nach 25) und 26) braucht nur bis $\vartheta = 180^0$ geführt zu werden, da offenbar

$$y_4(\vartheta) = y_4(360^0 - \vartheta) \text{ und } z_4(\vartheta) = -z_4(360^0 - \vartheta).$$

Da zu erwarten ist, dass das austretende Strahlenbündel seine grösste Ausdehnung in der z-Richtung in der Nähe von $\vartheta = 90^0$ bezw. 270^0 bei $\omega = \Omega = 18^0$ haben wird, so wären zunächst etwa für die Prismen mit $p = 35^0$, 45^0 und 55^0 die Werthe von $z_4 + 5\,\mathrm{tg}\,\psi$ für $\omega = 18^0$ und $\vartheta = 75^0$, 90^0 und 105^0 zu berechnen, sowie zur Vergewisserung, ob die Ausdehnung in der y-Richtung wesentlich geringer ist, $y_4 - 5\,\mathrm{tg}\,\varphi$ für $\vartheta = 0^0$ und 180^0; diese Rechnungen gestalten sich für $p = 35^0$ wie folgt:

$p = 35^0$ $\quad \lg l = 1{,}2231$ $\quad \lg l \cos p = 1{,}1365$ $\quad \lg \mathrm{tg}^2 p = 9{,}6904$ $\quad \lg \mathrm{tg}\,p = 9{,}8452$ $\quad \lg(n^2 - 1) = 0{,}2353$
$\lg l \cos^2 p = 1{,}0499$ $\quad n^2 = 2{,}7192.$

$\omega =$	18°				
$\vartheta =$	0°	75°	90°	105°	180°
$\varphi =$	+ 18° 0,0'	+ 4° 48,5'	0° 0,0'	− 4° 48,5'	− 18° 0,0'
$\lg \mathrm{tg}\,\psi =$	$-\infty$	9,4967	9,5118	—	—
$\mathrm{I} = \lg l \cos p \sin(p - \varphi) =$	0,6024	—	—	—	1,0388
$\mathrm{II} = \lg \mathrm{tg}^2 p \sin(p - \varphi) =$	—	9,3919	9,1490	9,4968	—
$\mathrm{III} = \lg \mathrm{tg}\,p \cos(p - \varphi) =$	9,8258	—	—	—	9,6247
$\lg \cos^2(p - \varphi) =$	9,9612	9,8734	9,8268	9,7708	9,5590
$\mathrm{IV} = \mathrm{I} - \lg \cos \varphi =$	0,6242	—	—	—	1,0606
$\mathrm{V} = \lg(n^2 - 1) \cos^2 \varphi =$	0,1917	0,2323	0,2353	—	—
$\mathrm{VI} = \lg l \cos^2 p \,\mathrm{tg}\,\psi =$	—	0,5466	0,5617	0,5466	—
$\lg \mathrm{VII} = \mathrm{V} + 2 \lg \mathrm{tg}\,\psi =$	$-\infty$	9,2257	9,2589	—	—
$\mathrm{VIII} = n^2 + \mathrm{VII} =$	2,7192	2,8874	2,9008	2,8874	2,7192
$W^2 = \mathrm{VIII} - \cos^2(p - \varphi) =$	1,8047	2,1403	2,2297	2,2975	2,3570

[1]) Diese Grössen werden zur Rechnung nach 25) und 26) gebraucht, nicht aber ψ und $\lg \mathrm{tg}\,\varphi$.

$\lg W =$	0,1282	0,1652	0,1741	0,1807	0,1862
$\lg \mathrm{IX} = \mathrm{III} - \lg W =$	9,6976	—	—	—	9,4385
$\lg \mathrm{X} = \mathrm{II} - \lg W =$	—	9,2267	9,2749	9,3161	—
$\lg (y_4 + y_0) = \mathrm{IV} + \lg (1 - \mathrm{IX}) =$	0,3245	—	—	—	0,9212
$\lg (z_4 - z_0) = \mathrm{VI} + \lg (1 + \mathrm{X}) =$	—	0,6142	0,6366	0,6283	—
$y_4 + y_0 =$	2,111	—	—	—	8,341
$z_4 - z_0 =$	—	4,113	4,331	4,249	—
$y_4 - 5 \operatorname{tg} \varphi =$	− 0,035	—	—	—	2,297
$z_4 + 5 \operatorname{tg} \psi =$	—	2,230	2,382	2,366	—

Führt man dieselbe Rechnung auch für $p = 45^\circ$ und 55° aus, so ergiebt sich

für $p = 35^\circ$ die y-Ausdehnung $= 2,33$ *mm* und die z-Ausdehnung $> 4,76$
„ 45 „ „ 2,36 „ „ „ „ 4,53
„ 55 „ „ 3,50 „ „ „ „ 5,28,

und in allen drei Fällen gehört das Maximum von $z_4 + 5 \operatorname{tg} \psi$ zu einem ϑ zwischen 90° und 105°; um das günstigste p zu finden, wird man also nur $z_4 + 5 \operatorname{tg} \psi$ für $\vartheta = 90^\circ$, 95°, 100° und 105° berechnen, um daraus das Maximum durch graphische Interpolation zu finden. So ergiebt sich

für $p = 40^\circ$ das Maximum von $z_4 + 5 \operatorname{tg} \psi = 2,299$ *mm*
„ 42 „ „ „ „ 2,282 „
„ 44 „ „ „ „ 2,281 „
„ 43 „ „ „ „ 2,280 „ .

Für $p = 45^\circ$ ergiebt die genauere Rechnung dieses Maximum $= 2,286$ *mm*, folglich wäre es praktisch gleichgültig, ob man $p = 43^\circ$ wählt oder ein gleichschenklig rechtwinkliges Prisma von richtiger Länge; für $p = 43^\circ$ ist $\lg l = 1,2422$, also $l = 17,47$ *mm*, für $p = 45^\circ$ dagegen $l = 17,79$ *mm*. In anderen Fällen, d. h. für Okulare mit anderem Augenabstand und anderem Gesichtsfeld aber kann das günstigste p beträchtlich kleinere Werthe annehmen.

Das gefundene günstigste Prisma mit $p = 43^\circ$ genügt der Bedingung, dass das Auge das ganze austretende Strahlenbündel aufnehmen soll, nicht, denn die grösste Ausdehnung in der z-Richtung ist gleich

$$2 \times (\text{Maximum von } z_4 + 5 \operatorname{tg} \psi) + \varDelta = 5,6 \; mm;$$

dieser letzten Bedingung könnte nur durch ein Glas von höherem Brechungsindex genügt werden. Dennoch wird man bei Nachtbeobachtungen das ganze Gesichtsfeld übersehen können, nur die dem Maximum von $z_4 + 5 \operatorname{tg} \psi$ entsprechenden Ränder in verringerter Lichtstärke, denn bei schwacher Beleuchtung wird der Durchmesser der Augenpupille grösser sein als

$$2 \times (\text{Maximum von } z_4 + 5 \operatorname{tg} \psi) - \varDelta = 3,50 \; mm.$$

Um auch diese Ränder in voller Lichtstärke zu sehen, muss das Auge etwas seitlich bewegt werden, ebenso wie in dem Falle, dass man in ein gewöhnliches Okular aus grösserer Entfernung als der „Augendistanz“ genannten Entfernung der Austrittspupille hineinsieht.

Praktisch zum grössten Theil entbehrlich, aber theoretisch interessant wird es sein, den Verlauf des ganzen Strahlenbündels nach dem Austritt aus dem Prisma genauer zu verfolgen. Die Rechnung nach dem obigen Schema ergiebt folgende Werthe von y_4, z_4, $y_4 - 5 \operatorname{tg} \varphi$ und $z_4 + 5 \operatorname{tg} \psi$, denen für später zu erörternde Zwecke noch die Koordinaten y_3 und z_3 der Schnittpunkte der austretenden Strahlen mit der letzten Prismenfläche hinzugefügt sind.

$\omega = 0^0$

$y_4 = y_3 = 0{,}596\ mm$ $z_4 = z_3 = 0{,}000\ mm$

$\omega = 6^0$

ϑ	y_4 mm	z_4 mm	$y_4 - 5\,\mathrm{tg}\,\varphi$ mm	$z_4 + 5\,\mathrm{tg}\,\psi$ mm	y_3 mm	z_3 mm
0°	0,801	0,000	0,275	0,000	0,903	0,000
45	0,735	0,137	0,363	0,509	0,799	0,073
90	0,614	0,218	0,614	0,711	0,614	0,149
135	0,541	0,172	0,913	0,511	0,501	0,132
180	0,522	0,000	1,048	0,000	0,469	0,000

$\omega = 12^0$

ϑ	y_4 mm	z_4 mm	$y_4 - 5\,\mathrm{tg}\,\varphi$ mm	$z_4 + 5\,\mathrm{tg}\,\psi$ mm	y_3 mm	z_3 mm
0°	1,151	0,000	0,088	0,000	1,491	0,000
30	1,062	0,150	0,141	0,681	1,323	− 0,001
60	0,857	0,309	0,326	1,230	0,967	+ 0,118
90	0,666	0,431	0,666	1,494	0,666	0,279
120	0,569	0,432	1,100	1,353	0,511	0,331
150	0,557	0,273	1,478	0,801	0,465	0,220
180	0,563	0,000	1,626	0,000	0,458	0,000

$\omega = \Omega = 18^0$

ϑ	y_4 mm	z_4 mm	$y_4 - 5\,\mathrm{tg}\,\varphi$ mm	$z_4 + 5\,\mathrm{tg}\,\psi$ mm	y_3 mm	z_3 mm
0°	1,672	0,000	0,017	0,000	2,566	0,000
15	1,625	0,071	0,056	0,495	2,450	− 0,147
30	1,491	0,161	0,084	0,971	2,136	− 0,211
45	1,302	0,271	0,153	1,420	1,728	− 0,155
60	1,091	0,398	0,278	1,805	1,321	− 0,001
75	0,899	0,526	0,478	2,095	0,988	+ 0,193
90	0,755	0,632	0,755	2,257	0,755	0,369
105	0,668	0,690	1,089	2,259	0,613	0,484
120	0,636	0,682	1,449	2,089	0,512	0,519
135	0,642	0,599	1,791	1,748	0,515	0,472
150	0,669	0,446	2,076	1,259	0,514	0,356
165	0,696	0,237	2,265	0,658	0,521	0,190
180	0,706	0,000	2,331	0,000	0,524	0,000

Trägt man diese y_4 und z_4 in 66-facher Vergrösserung auf Millimeterpapier ein, so erhält man die in Fig. 7 durch Kreuze dargestellten Punkte; die zu einem gemeinsamen ω gehörigen sind durch ausgezogene, die zu einem gemeinsamen ϑ gehörigen durch gestrichelte Kurven verbunden, und da die Figur vollkommen symmetrisch zur y-Achse verlaufen muss, ist nur die rechte Hälfte (z_4 positiv, $\vartheta = 0^0$ bis 180^0) gezeichnet. Bemerkenswerth ist, dass die Kurve für $\vartheta = 180^0$ eine theilweise doppelte Gerade ist; mit $\omega = 0$ beginnend geht sie anfangs abwärts bis zu einem Minimum, welches 0,1 mm (im Maassstabe der Figur) unter dem Punkt $\omega = 6^0$, $\vartheta = 180^0$ liegt, und steigt sodann bis über den Anfangspunkt hinaus, liegt also unterhalb des Anfangspunktes doppelt.

Um die äussere Begrenzung der Schnittfigur des gesammten austretenden Strahlenbündels mit der Ebene $x = l$ zu erhalten, ergänzt man nun zunächst (natürlich nicht rechnerisch, sondern konstruktiv) für den unteren Theil der Fig. 7 noch die Kurven für einige Zwischenwerthe von ω, konstruirt dann die alle jene Kurven einhüllende Kurve, wie in der in etwa 17-facher Vergrösserung wiedergegebenen Fig. 8 geschehen ist, zieht ferner um genügend viele Punkte dieser Kurve als Zentren Kreise mit dem

Radius $\frac{1}{2}A$ und konstruirt die diese Kreise einhüllende Kurve; diese letzte ist dann die gesuchte äusserste Begrenzung des Strahlenbündels, welche in Fig. 8 mit $x = l$ bezeichnet ist.

In Fig. 8 sind nun noch die Punkte $y_4 - 5 \operatorname{tg} \varphi$, $z_4 + 5 \operatorname{tg} \psi$, durch kleine Kreise bezeichnet, hinzugefügt und für $\omega = 18^0$ mit den zum selben ϑ gehörigen Punkten $y_4\, z_4$ durch gerade Linien (Projektionen der betreffenden Strahlenstücke auf die yz-Ebene) verbunden. Die zugehörige, alle Strahlen umschliessende Kurve ist ebenfalls in Fig. 8 eingetragen und mit $x = l + 5$ bezeichnet. Beschreibt man den kleinsten möglichen Kreis um diese Kurve, so giebt der Kreis

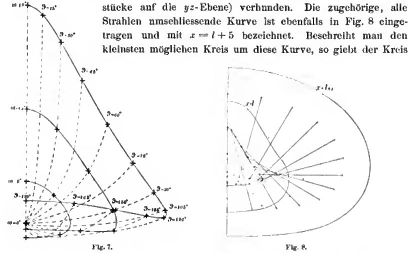


Fig. 7.

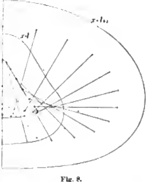


Fig. 8.

an, wie gross die Pupille des Beobachters sein muss, um ohne Bewegung des Auges das ganze Gesichtsfeld ohne Abschwächung der Ränder zu überblicken; in unserem Falle findet man durch Messung den Durchmesser gleich 5,6 *mm*.

Ueber die Ausdehnung des Prismas in der z-Richtung ist bisher noch nichts bestimmt worden. Da die Projektionen der innerhalb des Prismas verlaufenden Stücke der Strahlen auf die xy-Ebene ungebrochene Gerade sind, so ist klar, dass die Breite b des Prismas in der z-Richtung nicht grösser zu sein braucht, als das Doppelte des grössten vorkommenden z_1 oder z_3, je nachdem, welches grösser ist. Das Maximum von z_1 ist leicht analytisch zu bestimmen; es ergiebt die Bedingung

$$b > (A + 2\,D \operatorname{tg} \Omega) \sqrt{\sin(p - \Omega) \sin(p + \Omega)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 39)$$

oder für unser Beispiel $b > 4{,}98$ *mm*.

Weniger einfach ist die Bestimmung des Maximums von z_3, denn die analytische Bestimmung würde zu ungemein verwickelten Rechnungen führen; daher wird es besser sein, dieses Maximum graphisch zu bestimmen. Hierzu dienen die oben aufgeführten Werthe von y_3 und z_3, berechnet nach den Formeln

$$y_3 = y_4 \frac{\sin p \cos q}{\sin(p - q)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 40)$$

$$z_3 = z_4 - y_3 \frac{\operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg} p}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 41)$$

welche man durch Elimination von x aus 24), 27) und 28) findet. Diese Punkte sind in Fig. 9 (Vergr. 33-fach) durch kleine Kreise dargestellt und für $\omega = \Omega$ mit den zugehörigen Punkten $y_4\, z_4$ durch gerade Linien (Projektionen der Strahlenstücke zwischen der Prismenfläche und der Ebene $x = l$ auf die yz-Ebene) verbunden.

Wie man sieht, schneiden die Kurven der $y_3 z_3$ für $\omega = 18^0$ und 12^0 die Linie $z_3 = 0$ an drei Stellen, bei $\vartheta = 0^0$, $\vartheta = 180^0$ und dazwischen in einem beiden Kurven gemeinsamen Schnittpunkt; dieser Punkt ist theoretisch interessant, denn in ihm schneiden sich auch alle übrigen entsprechenden Kurven, welche zu einem genügend grossen ω gehören. Setzt man nämlich in 41) $z_3 = 0$, so findet man mit Berücksichtigung von 40), 25), 26, 3) und 4) die Bedingung

$$\frac{\sqrt{n^2 + (n^2 - 1)\cos^2 q \operatorname{tg}^2 \psi} - \cos^2 (p - q)}{\sin (p - q)} = \frac{l \operatorname{tg} p}{D(\operatorname{tg} p - \operatorname{tg} \Omega) - \frac{1}{2} A}, \quad 42)$$

welcher alle diejenigen Paare von φ und ψ entsprechen müssen, für welche $z_3 = 0$ werden soll, auch wenn ψ nicht $= 0$ ist. Das hierzu gehörige y_2 ergiebt sich aber aus den Gleichungen 40), 25), 42) und 3)

$$y_2 = (l - D) \sin p \cos p - (\tfrac{1}{2} A + D \operatorname{tg} \Omega) \sin^2 p, \quad \ldots \ldots \quad 43)$$

d. h. also unabhängig von φ und ψ, folglich auch von ω. Während also im oberen Theil der Fig. 9 jeder Punkt nur von einem einzigen Zentralstrahl, im unteren Theil an allen Stellen, wo sich die Kurven der $y_2 z_3$ für zwei verschiedene ω schneiden, von nicht mehr als zwei Zentralstrahlen durchsetzt wird, treffen diesen ausgezeichneten Punkt unendlich viele Zentralstrahlen.

Fig. 9.

Ein ähnliches Verfahren, die äussere Begrenzung des Strahlenbündels auf der zweiten Prismenfläche zu finden, wie es für die Ebene $x = l$ angewandt werden konnte, ist schwer ausführbar. Da nämlich die Bündel von Parallelstrahlen, deren Achsen die Zentralstrahlen sind, alle Ebenen $x =$ konst. in Kreisen mit dem Radius $\frac{1}{2} A$ schneiden, werden sie die Prismenfläche in Ellipsen schneiden; die eine Achse dieser Ellipsen wird stets in die z-Richtung fallen und die Länge A haben, während die andere Achse in einer Ebene $z =$ konst. liegt und die Länge

$$\frac{A \cos \varphi}{\sin (p - \varphi)}$$

hat; die Projektionen dieser Ellipsen auf die yz-Ebene werden also Ellipsen sein, deren z-Achse $= A$ und deren y-Achse $= \frac{A \sin p \cos q}{\sin (p - q)}$ ist. Solche Ellipsen müsste man anstatt der Kreise vom Radius $\frac{1}{2} A$ in der Ebene $x = l$ in Fig. 9 konstruiren, und das können wir uns sparen, da wir nur den grössten möglichen Werth von z_3 brauchen, der offenbar nicht grösser sein kann als der grösste für einen Zentralstrahl gültige Werth von $z_3 + \frac{1}{2} A$, in unserem Falle also 0,51 *mm* + 0,52 *mm* = 1,03 *mm*. Demnach genügt für die austretenden Strahlen bereits die Breite des Prismas $b > 2{,}06$ *mm*, und maassgebend bleibt die frühere, durch die eintretenden Strahlen bedingte Grenze.

Der obere Theil des Prismas, die Nachbarschaft der Kante, in welcher die beiden brechenden Flächen zusammenstossen, tritt nicht in Wirksamkeit, denn der grösste Werth von y_1 ist kleiner als die Höhe des Prismas

$$h = \tfrac{1}{2} l \operatorname{tg} p = 8{,}15 \text{ mm};$$

es ist nämlich

$$\text{Maximum von } y_1 = \frac{D \operatorname{tg} \Omega + A \pm D \operatorname{tg} \Omega}{\sin (p \pm \Omega)} \sin p \cos \Omega,$$

wo die $\left\{\begin{matrix}\text{oberen}\\ \text{unteren}\end{matrix}\right\}$ Zeichen gelten, wenn der oberste Punkt der Austrittspupille $\left\{\begin{matrix}\text{innerhalb}\\ \text{ausserhalb}\end{matrix}\right\}$ des Prismas zu liegen kommt. In unserem Falle ist dieses Maximum $= 6{,}07$ *mm*, und das Maximum von y_3 wird, wie die Betrachtung der Fig. 9 lehrt, gleich sein dem zu $\omega = \Omega$ und $\vartheta = 0$ gehörigen $y_3 + \frac{1}{2}\frac{A \sin p \cos \Omega}{\sin(p - \Omega)}$, also gleich $2{,}57$ *mm* $+ 0{,}80$ *mm* $= 3{,}37$ *mm*, sodass wiederum die eintretenden Strahlen ausschlaggebend sind. Es darf also oben ein 2 *mm* hohes Stück des Prismas weggeschliffen werden, um die Fassung kleiner machen zu können.

Ueber die Beschaffenheit des Prismas ist zu bemerken, dass es hauptsächlich auf möglichst homogenes Glas und möglichst genau ebene Gestalt der Flächen ankommt, in bedeutend höherem Grade als beim Zenithprisma, dessen Kathetenflächen fast senkrecht von den Strahlen durchsetzt werden. Auf grosse Genauigkeit der Winkel kommt es weniger an; ein Unterschied der beiden spitzen Winkel von wenigen Bogenminuten dürfte wenig schaden, denn er wird ebenso wirken, als ob man auf die eine der brechenden Flächen des vollkommen gleichschenkligen Prismas noch ein dünnes Prisma auflegt, dessen brechender Winkel jenem Unterschiede gleichkommt; es wird also eine für das Auge unmerkliche Dispersion eintreten. Noch stärker darf die Grösse des Winkels p von der geforderten abweichen, besonders in negativem Sinne, wenn nur die Länge l genau dem Winkel p angepasst wird; eine Veränderung von p um 1° hat ja, wie wir auf *S. 171* sahen, eine praktisch ganz unerhebliche Vergrösserung des Querschnitts des austretenden Strahlenbündels zur Folge.

Die Fassung des Prismas aber muss sehr exakt gearbeitet werden. Sie soll möglichst genau um die optische Achse des Okulars drehbar sein und die Drehung soll, um Verstellungen des Fernrohrs durch diese Manipulation zu vermeiden, spielend leicht, aber auch ohne Schlotterung ausführbar sein.

Die reflektirende Prismenfläche muss möglichst genau parallel zur optischen Achse des Okulars gelagert und von ihr um den Betrag $\frac{1}{2} A + D \operatorname{tg} \Omega$ entfernt sein. Die dem Okular zugekehrte Kante des Prismas soll von der äussersten Linsenfläche nur um ein Minimum abstehen.

Die unvermeidlichen kleinen Abweichungen von dieser idealen Lage werden praktisch nicht schaden, denn sie wirken blos in der Weise, dass ein geringer Bruchtheil der Lichtstärke der Gesichtsfeldränder durch Abblendung an der einen oder anderen Kante des Primas verloren geht.

Der Augendeckel endlich muss derart durchbohrt sein, dass die Kurve $x = l$ in Fig. 8 vollständig in die Oeffnung fällt; in unserem Falle müsste z. B. eine kreisförmige Oeffnung etwas über 2,5 *mm* Durchmesser haben und das Zentrum muss 0,93 *mm* über der reflektirenden Fläche des Prismas, also von dieser aus gerechnet 3,17 *mm* diesseits der optischen Achse des Okulars liegen; genügen würde auch ein zur Achse des Okulars zentrischer Kreis von 8,19 *mm* Durchmesser, doch wird die kleinere, exzentrische Oeffnung jedenfalls vorzuziehen sein.

Die obigen weitläufigen Rechnungen brauchen nicht von Fall zu Fall wiederholt zu werden; was den Einfluss des Objektivs betrifft, so ist nur sein Oeffnungsverhältniss maassgebend, da A praktisch nur von diesem (streng genommen von dem Verhältniss der Objektivöffnung zur *Summe* der Brennweiten von Objektiv und Okular) und ebenso D in praktisch zu geringfügigem Maasse (der Unterschied der beiden D für zwei Objektive mit den Brennweiten F und ∞ ist für ein Okular mit der Aequi-

valentbrennweite f gleich $f^2 : F$) von der Objektivbrennweite abhängt. Genügt ein Prisma einer gewissen Fernrohrkombination, so wird für jedes stärkere Okular vom selben Typus (gleichem Gesichtsfeld und gleichem Verhältniss des Augenabstandes zur Aequivalentbrennweite) ein proportional der Okularbrennweite verkleinertes Prisma desto eher genügen, so lange das Oeffnungsverhältniss des Objektivs dasselbe bleibt, da die Kurve $x = l$ in Fig. 8 im selben Verhältniss kleiner wird.

Dass ein Okular von möglichst grossem Augenabstand am günstigsten ist, lässt sich zwar nicht mit Sicherheit unmittelbar aus den Formeln ersehen; eine zweite der obigen gleiche Rechnung für $D = 10$ *mm* statt 11 *mm* ergiebt aber als kleinstes erreichbares Maximum von $z_4 + 5 \operatorname{tg} \psi$ den Werth 2,41 *mm* statt 2,28 *mm*, sodass also die orthoskopischen Okulare von Zeiss mindestens für schwächere Vergrösserungen am geeignetsten zur Verwendung eines Reversionsprismas sind.

Zum Schlusse sei nochmals auf zwei Eigenthümlichkeiten des Strahlenganges hingewiesen, auf welche man ohne eingehendere Untersuchung vielleicht nicht verfallen würde. In Fig. 10 ist der xy-Schnitt des oben berechneten Prismas in etwa dreifacher Vergrösserung dargestellt nebst dem Verlauf des Achsenstrahls und vier anderer Strahlen, welche alle auf das Zentrum der Austrittspupille zielen und mit dem Achsenstrahl Winkel von $\pm 9^0$ und $\pm 18^0$ bilden. Auffällig ist bereits, dass die beiden Strahlen $\varphi = -18^0$ und $\varphi = -9^0$ die reflektirende Fläche fast genau in demselben Punkte erreichen; der Strahl $\varphi = -12^0$ würde sogar noch etwas weiter nach rechts auftreffen. Denkt man sich das Strahlensystem aber parallel aufwärts gerückt, sodass es auf den höchsten Punkt der durch ihren vertikalen Durchmesser dargestellten Austrittspupille zielt, so muss aus doppeltem Grunde der Strahl $\varphi = -9^0$ weiter nach rechts als der Strahl $\varphi = -18^0$ auf die Reflexionsebene treffen; erstens rücken nämlich die Punkte, in welchen beide Strahlen die erste brechende Fläche treffen, wegen der Konvergenz der Strahlen näher aneinander, und zweitens wird der Weg von dieser Fläche zur Reflexionsebene länger.

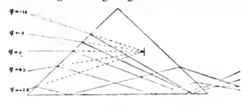


Fig. 10.

Praktisch wichtiger aber ist es, dass die Strahlen sich nach ihrem Austritt nicht mehr in *einem* Punkte schneiden, dass also die scharfe Austrittspupille des Fernrohrs durch das Prisma gewissermaassen verwaschen wird. Dazu kommt noch, dass Strahlen, welche in einer zur reflektirenden Fläche parallelen Ebene verlaufen, gegeneinander aber geneigt sind, nach ihrem Austritt zwar parallel zu ihrer ursprünglichen Richtung weitergehen, aber nicht mehr in ein und derselben Horizontalebene liegen, und dass obendrein solche auf einen Punkt der Austrittspupille zielende Strahlen gleich bei ihrem Austritt aus dem Prisma divergiren, wie am anschaulichsten die räumlich ausgedehnt zu denkende Fig. 8 lehrt (man denke sich die durch Kreuze bezeichneten Punkte in der Papierebene, die durch Kreise bezeichneten aber 25 *cm* über dem Papier schwebend).

Genau so wie ein Reversionsprisma von der Länge l und dem Winkel p wirkt übrigens eine planparallele Platte von der Dicke $l \sin p$, welche um den Winkel p gegen die optische Achse geneigt wird. Denkt man sich nämlich an die Reflexionsebene des Reversionsprismas ein ganz gleiches Prisma mit der entsprechenden Ebene angekittet, so werden die Strahlen, statt reflektirt zu werden, in das zweite Prisma

eintreten, und der weitere Verlauf dieser Strahlen ist genau das Spiegelbild der vorher reflektirten Strahlen. Die Eintritts- und Austrittsfläche dieses verkitteten Prismenpaares aber sind Stücke der oben definirten planparallelen Platte.

Daraus, dass die oben beschriebene, unregelmässig astigmatische Verzerrung der Strahlenkegel eintritt, folgt, was praktisch wichtig ist, dass zwar die Einschaltung des Prismas oder der Platte zwischen Okular und Auge das virtuelle Bild nicht im geringsten verschlechtert, wenn es als im Unendlichen liegend, das Fernrohr also als teleskopisches System betrachtet wird; denn in diesem Falle wird eben nur richtige *Richtung* der Strahlen gefordert, ihre räumliche Lage aber ist gleichgültig. Ebenso darf die beliebig geneigte planparallele Platte vor das Objektiv eines Fernrohrs gesetzt werden, wie beim Helmholtz'schen Ophthalmometer; vollkommen streng zwar nur, wenn das Objekt im Unendlichen liegt, wobei das Helmholtz'sche Ophthalmometer seine Anwendbarkeit verlieren würde, aber praktisch unmerklich bleibt die Verundentlichung der Bildpunkte auch bei endlicher, nicht gar zu kleiner Objektdistanz, wobei die benutzten von den Objektpunkten zum Objektiv gelangenden Strahlenkegel eine geringe Oeffnung haben. Dasselbe gilt für die mit dem Auge betrachteten, in der deutlichen Sehweite liegenden virtuellen Bilder, deren Strahlenkegel die Augenpupille zur Grundfläche und die deutliche Sehweite zur Achsenlänge haben. Werden aber *weit* geöffnete vom Objekt ausgehende Strahlenkegel benutzt, wie beim Mikroskop, so muss bekanntlich schon bei zur Achse senkrechten planparallelen Platten (Deckgläschen) auf deren Dicke bei der Konstruktion des Objektivs Rücksicht genommen werden. Und ebenso würden die Bilder wohl merklich verschlechtert werden, wollte man, wie mehrfach vorgeschlagen worden ist (vgl. den Artikel „Mikrometer und Mikrometermessungen" von Becker in *Valentiner's Handwörterbuch der Astronomie 3. S. 218 u. 219*), ein Doppelbildmikrometer derart herstellen, dass man *zwischen* Objektiv und Okular eines Fernrohrs planparallele Platten setzt, welche durch Neigung gegen die Achse den Ort der Bilder verschieben; sie werden bei starken Neigungen zugleich auch die Qualität der Bilder beeinträchtigen, und zwar nicht einmal in symmetrischer Weise, sodass systematische, von der Distanz abhängige Messungsfehler entstehen. Die Unschärfe wird dabei desto stärker sein, je grösser das Oeffnungsverhältniss des Objektivs ist.

Potsdam, im April 1899.

Farbenkorrektion und sphärische Aberration bei Fernrohrobjektiven.

Von
Dr. R. Steinheil in München.

Die von Hrn. S. v. Merz veröffentlichte Mittheilung über das Königsberger Heliometerobjektiv[1]) enthält die Konstanten der zu diesem Objektiv verwendeten Gläser für eine Reihe von Wellenlängen im sichtbaren Spektrum; sie bietet deshalb Gelegenheit, an einem allgemein bekannten und oft untersuchten Objektiv eine Frage mit Hülfe der strengen Rechnung zu studiren, welche sonst meist nur mit Hülfe von praktischen Beobachtungen untersucht wurde. Es ist dies der *Verlauf der Farbenkurve des Objektivs und der sphärischen Aberration durch den wirksamen Theil des Spektrums.*

Zu diesem Zwecke wurden drei Objektive von gleicher Brennweite berechnet und für sieben Stellen im sichtbaren Theil des Sonnenspektrums je ein Achsen- und

[1]) Vgl. *diese Zeitschr. 18. S. 288. 1898.*

ein Randstrahl durch das Objektiv verfolgt. Die so gefundenen Vereinigungsweiten und Brennweiten sind in Tabellen zusammengestellt, die Vereinigungsweiten auch noch graphisch dargestellt.

Das erste Objektiv ist eine einfache Linse von genau gleicher Oeffnung und Brennweite wie das Königsberger Heliometerobjektiv, hergestellt aus dem auch zu jenem Objektiv verwendeten Crownglas.

Das zweite Objektiv ist das Königsberger Heliometerobjektiv selbst.

Das dritte ist ein zweilinsiges Objektiv aus neuen, von Schott & Genossen in Jena hergestellten Gläsern, die das sekundäre Spektrum zu vermindern erlauben. Die Oeffnung dieses Objektivs ist kleiner als beim Fraunhofer'schen Objektiv, weil diese neuen Gläser nicht gestatten, in der Helligkeit höher als bis $^1/_{20}$ oder höchstens $^1/_{18}$ zu gehen. Die Oeffnung dieses Objektivs wurde deshalb zu 56,6''' statt 70,2''' gewählt.

In den Tabellen sind in der 1. Kolumne die Fraunhofer'schen Linien und Wellenlängen, in der 2. die Vereinigungsweiten der Achsenstrahlen, in der 3. die Vereinigungsweiten der Randstrahlen, in der 4. die Differenzen der beiden letzteren, in der 5. und 6. Kolumne die Brennweiten der Achsen- und Randstrahlen und in der 7. die Differenzen derselben aufgeführt. An den Kopf jeder Tabelle sind die Elemente des Objektivs und die Exponenten gesetzt.

I.

	Crown
$H_0 = 31,5$	B 1,523746
$R_0 =$ 695,96 OZ	C 1,524738
$D_1 = 6$	D 1,527357
$R_2 = 4175,76$ UZ	E 1,530726
	F 1,533699
	G 1,539271
	H 1,543985

	Vereinigungsweiten			Brennweiten		
	A	R	Δ $A-R$	A	R	Δ $A-R$
B 686,7	1136,09	1135,22	+ 0,87	1139,46	1138,67	+ 0,79
C 656,3	1133,93	1133,04	+ 0,89	1137,31	1136,52	+ 0,79
D 589,3	1128,29	1127,41	+ 0,88	1131,66	1139,88	+ 0,78
E 526,9	1121,12	1120,24	+ 0,88	1124,48	1123,70	+ 0,78
F 486,2	1114,87	1113,99	+ 0,88	1118,22	1117,44	+ 0,78
G 430,7	1103,32	1102,45	+ 0,87	1106,67	1105,90	+ 0,77
H 396,9	1093,75	1092,88	+ 0,87	1097,08	1096,32	+ 0,76

II.

	Crown	Flint
$H_0 = 35,1$	B 1,523746	1,628463
$R_0 =$ 838,164 OZ	C 1,524738	1,630307
$D_1 = 6$	D 1,527357	1,635451
$R_2 =$ 333,768 UZ	E 1,530726	1,642271
$D_3 = 0,01$	F 1,533699	1,648455
$R_4 =$ 340,536 UZ	G 1,539271	1,660623
$D_5 - 4$	H 1,543985	1,671168
$R_6 =$ 1172,508 UZ		

	Vereinigungsweiten			Brennweiten		
	A	R	Δ $A-R$	A	R	Δ $A-R$
B 686,7	1128,16	1128,00	+ 0,16	1131,92	1132,02	— 0,10
C 656,3	1127,76	1127,61	+ 0,15	1131,52	1131,63	— 0,11
D 589,3	1127,44	1127,34	+ 0,10	1131,18	1131,34	— 0,16
E 526,9	1127,55	1127,53	+ 0,02	1131,29	1131,52	— 0,23
F 486,2	1128,10	1128,15	— 0,05	1131,83	1132,12	— 0,29
G 430,7	1130,65	1130,87	— 0,22	1134,37	1134,80	— 0,43
H 396,9	1133,50	1133,86	— 0,36	1137,21	1137,77	— 0,56

III.

		Crown	Flint
$H_0 = 28{,}3$		B 1,522584	1,517313
	$R_0 = 624{,}85$ OZ	C 1,523523	1,518394
$D_1 = 6{,}8$		D 1,526054	1,521375
	$R_2 = 112{,}41$ UZ	E 1,529283	1,525187
$D_3 = 0{,}01$		F 1,532086	1,528472
	$R_4 = 112{,}10$ UZ	g 1,538268	1,535859
$D_5 = 2{,}6$		H 1,541703	1,540150
	$R_6 = 14280{,}4$ UZ		

	Vereinigungsweiten			Brennweiten		
	A	R	Δ $A-R$	A	R	Δ $A-R$
B 686,7	1126,03	1125,60	+ 0,43	1131,85	1131,44	+ 0,41
C 656,3	1125,73	1125,35	+ 0,42	1131,59	1131,19	+ 0,40
D 589,3	1125,72	1125,45	+ 0,27	1131,54	1131,30	+ 0,24
E 526,9	1125,56	1125,76	— 0,20	1131,41	1131,60	— 0,19
F 486,2	1125,36	1125,63	— 0,27	1131,20	1131,46	— 0,26
g 422,7	1126,21	1127,16	— 0,95	1132,09	1132,99	— 0,90
H 396,9	1128,83	1130,20	— 1,37	1134,72	1136,02	— 1,30

Zu I. Fig. 1 zeigt als Farbenkurve eine schwach gekrümmte Linie mit der konvexen Seite gegen den Koordinatenanfang, da die Vereinigungsweiten mit den Wellenlängen stets abnehmen. Die sphärische Aberration, in der Achse gemessen, beträgt für alle Farben etwa + 0,88; sie ist verschwindend klein gegen die Längenabweichungen wegen der Farben.

Zu II. Die Vereinigungsweiten für die verschiedenen Farben sind paarweise gleich geworden, d. h. die Farbenkurve hat sich in eine Kurve mit einem Scheitel verwandelt, und zwar liegt der Scheitel dieser Kurve in der Nähe von der Fraunhofer'schen Linie *D*.

In Fig. 2 sind die Kurven für die Achsen- und für die Randstrahlen eingezeichnet; dadurch bekommt man gleichzeitig auch ein Bild über die sphärische Aberration. Die sphärische Aberration muss natürlich bei einem richtig korrigirten Objektiv an der Stelle des Spektrums gehoben sein, an welcher der Scheitel der Farbenkurve liegt; denn für diese Stelle wird in der Praxis immer eingestellt werden. Es zeigt sich nun, dass die sphärische Aberration durch das ganze sichtbare Spektrum hindurch

keine grossen Abweichungen zeigt im Verhältniss zu den chromatischen Abweichungen. Betrachten wir uns das zwischen *B* und *F* gelegene Stück der Farbenkurve, so zeigt die grösste Abweichung wegen der Farben $^{60}/_{100000}$ der Brennweite, die grösste Abweichung wegen der sphärischen Aberration aber nur $^{15}/_{100000}$. Die Farbenabweichung rührt von den Glasarten her, an ihr kann durch die Rechnung absolut nichts ge-

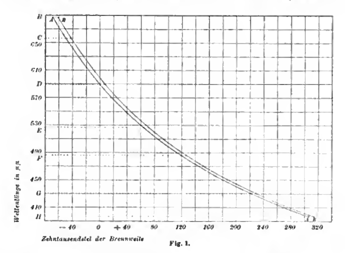


Fig. 1.

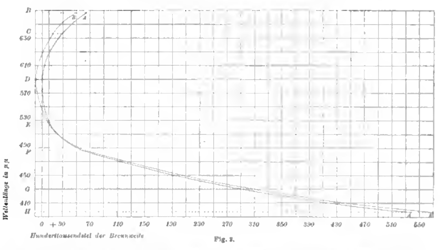


Fig. 2.

ändert werden. Es ist in Folge dessen ohne Weiteres einzusehen, dass es ohne Sinn ist, ein Objektiv für zwei Stellen im *Sonnenspektrum sphärisch zu korrigiren, so lange nicht der kolossal viel grössere Fehler des sogenannten sekundären Spektrums beseitigt ist.* Das Streben zur Verbesserung der Fernrohrobjektive muss sich also zunächst der Beseitigung des sekundären Spektrums zuwenden, entweder durch Verwendung von mehr Linsen oder besser durch Verwendung anderer, günstigerer Glassorten, wie dies beides in dem letzten Jahrzehnt wiederholt angestrebt wurde.

Das Einzige, was bei der Achromatisirung eines zweilinsigen Objektivs dem Optiker die Rechnung zu bestimmen gestattet, ist die Lage des Scheitels der Farbenkurve im Spektrum. Da die rechnenden Optiker bei der Achromatisirung eines Objektivs meistens so verfahren, dass sie die Vereinigungsweiten für zwei bestimmte Stellen im Spektrum gleich machen, ist es lediglich von der Wahl dieser beiden Stellen abhängig, wohin der Scheitel der Farbenkurve zu liegen kommt. Da jeder Optiker gewöhnlich die gleichen Stellen im Spektrum zur Vereinigung bringen wird, und die Krümmung der Farbenkurve hauptsächlich von den Glasarten abhängig ist, müssen die Farbenkurven von Objektiven, welche von demselben Optiker hergestellt sind, eine ganz identische Form zeigen, da gewöhnlich, wenigstens für grössere Objektive, dieselben Glasarten verwendet werden. *Diese Uebereinstimmung der Farbenkurven bei Objektiven derselben Herkunft beweist also lediglich, dass sie nach demselben Rezept gemacht sind.*

So hat Fraunhofer bei der Berechnung des Königsberger Heliometerobjektivs offenbar die Vereinigung für B und F genommen[1]); dies geht aus der Tabelle für die Vereinigungsweiten für Achsen- und Randstrahlen direkt hervor, denn es ist

$$A_F - A_B = -0{,}066,$$
$$R_F - R_B = +0{,}156.$$

Es ist also die Randzone des Objektivs für diese beiden Farben überkorrigirt, die Mitte aber unterkorrigirt. Wählt man zwei andere Farben, z. B. C und F, so ist

$$A_F - A_C = +0{,}333,$$
$$R_F - R_C = +0{,}539,$$

also über die ganze Öffnung überkorrigirt.

Aus diesen wenigen Zahlen geht mit Sicherheit hervor, dass Fraunhofer zum Zweck der Achromatisirung lediglich für zwei Stellen im Spektrum gleiche Vereinigungsweite herstellte. Ebenso ist die sphärische Aberration einfach an diesen beiden Farben korrigirt worden, es ist

$$A_B - R_B = +0{,}168,$$
$$A_F - R_F = -0{,}054,$$

d. h., die sphärische Aberration ist für B dreimal so viel unterkorrigirt, als sie für F überkorrigirt ist; merkwürdig ist, dass die wirkliche Nulllage der sphärischen Aberration so weit gegen Blau gerückt wurde. Aus der Tabelle für die Brennweite sieht man auch deutlich die schon wiederholt bewiesene Thatsache, dass am Königsberger Heliometerobjektiv die sogenannte Sinusbedingung nicht erfüllt ist. Die Δ der Brennweiten von Achsen- und Randstrahlen haben alle dasselbe Zeichen; wenn die Sinusbedingung erfüllt wäre, müsste das Zeichen des Δ einmal wechseln, wie dies bei den Δ der Vereinigungsweiten für Achsen- und Randstrahlen der Fall ist, weil dort die sphärische Aberration beseitigt ist. Bei der Tabelle der einfachen Linse, bei welcher die sphärische Aberration nicht wirklich für eine bestimmte Farbe gehoben ist, hat das Δ der Vereinigungsweiten für Achsen- und Randstrahlen überall das gleiche Zeichen.

Zu III. Sphärische Aberration und Sinusbedingung sind an der richtigen Stelle gehoben. Für die Farbenkorrektion wurden die Differenzen der Vereinigungsweiten für C und F für die Randzone etwas über-, für die Achsenzone etwas unterkorrigirt. Dieser Korrektionszustand bleibt von B bis F fast ganz, nur für E und F sind beide Differenzen ($A_F - A_E$ und $R_F - R_E$) negativ.

[1]) Ich stehe hier im Widerspruch mit Hrn. Dr. Krüss. Vgl. *diese Zeitschr.* **19.** *S. 76. 1899.*

Die Farbenkurven in Fig. 3 zeigen eine von denen der Fig. 2 stark abweichende Form, die sphärische Aberration ist gewachsen, bleibt aber immer noch unter den sekundären Farbenabweichungen. Eine aus den Mitteln der Achsen- und Randstrahlenkurven gebildete Farbenkurve würde sich aber in der Region *C* bis *F* einer geraden Linie parallel zur Ordinatenachse, der Farbenkurve eines wirklich achromatischen Objektivs, gut anschmiegen. Sie würde auch mit der Farbenkurve ziemlich gut übereinstimmen, welche Hr. Dr. Max Wolf[1]) mit Hülfe eines von Hrn. Dr. Pauly ausgeführten Objektivs aus denselben Gläsern praktisch bestimmt hat. Dies muss auch sein, denn, wie schon unter *II.* angegeben, ist der Optiker vollständig ausser Stande, bei Verwendung von nur zwei Linsen auf die Art der Krümmung der Farbenkurven einen Einfluss zu üben. Ich bin deshalb mit Hrn. Dr. Wolf nicht einverstanden, wenn er *a. a. O. S. 2* sagt, dass durch Hrn. Dr. Pauly ein bedeutender Fortschritt gemacht worden sei. Der Fortschritt ist durch Hrn. Dr. Schott gemacht,

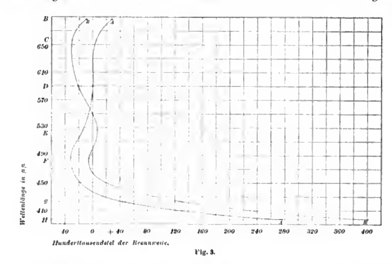


Fig. 3.

denn er liegt in den Gläsern. Jeder Optiker, welcher aus denselben auf dem gewöhnlichen Weg ein achromatisches Objektiv herstellt, erzielt ein in Bezug auf Farben gleich gutes Objektiv, wie das von Dr. Pauly hergestellte. Die etwas stärkere sphärische Aberration innerhalb des benutzbaren Spektralgebietes lässt im Anfang den Gedanken aufkommen, dass bei diesen Gläsern die Einführung der Gauss'schen Bedingung von Vortheil sein könnte. Ein genauerer Vergleich zeigt aber, wie schon erwähnt, dass die sphärische Abweichung doch noch unterhalb der Abweichung wegen des sekundären Spektrums bleibt.

Man muss also aus dem Vergleich der drei hier vorgeführten Objektive schliessen, dass von der Einführung der Gauss'schen Bedingung in das zweilinsige Objektiv ein Fortschritt nicht zu erwarten ist. Und trotzdem hat man früher so vielfach darnach gestrebt, gerade diese Bedingung einzuführen, es müssen also doch die vorhandenen Objektive sphärische Aberration gezeigt haben, während unsere Untersuchung zeigt, dass eine solche merkbar überhaupt nicht vorhanden ist. Dieser Widerspruch lässt

[1]) Vgl. *diese Zeitschr.* **19.** *S. 1. 1899.*

sich nach meiner Meinung dadurch lösen, dass die beobachtete sphärische Aberration von Zonenfehlern an einer oder mehreren Flächen des Objektivs herrührt. Im Bild zeigen solche Fehler genau die gleichen Erscheinungen, wie die sphärische Aberration, sie konnten also wohl für solche gehalten werden.

Dies war der Grund, warum es wünschenswerth erschien, den Verlauf der sphärischen Aberration eines Objektivs durch das sichtbare Spektrum rechnerisch zu verfolgen, da die so gewonnenen Resultate von Ungenauigkeiten in der Ausführung eines Objektivs unabhängig sind.

Die auf diese Weise gewonnenen Resultate im Zusammenhang mit der Thatsache, dass sich die sogenannten Gauss-Objektive nicht behaupten konnten, lassen die oben ausgesprochene Vermuthung über eine Verwechslung von wirklicher und mechanischer[1]) sphärischer Aberration vielleicht gerechtfertigt erscheinen.

Referate.

Absolute Bestimmung der Richtung von 45° Höhe.

Von J. Perchot und W. Ebert. *Compt. rend.* ***128.*** *S. 586. 1899.*

Da der Nadirpunkt von den Stellen des Kreises, die bei der Beobachtung der Sterne zur Verwendung kommen, d. h. abgelesen werden müssen, weit entfernt ist, so sind die Bemühungen von Prof. Deichmüller in Bonn, sowie der beiden Verf. in früheren Jahren schon darauf gerichtet gewesen, jenen Stellen des Kreises näher liegende Punkte als Ausgangspunkte für die Höhenmessungen zu Grunde zu legen, z. B. den Zenithpunkt oder die Horizontpunkte (vgl. *diese Zeitschr.* ***18.*** *S. 21, 63 u. 117. 1898*).

Die Verf. wollen nun vier neue Fixpunkte des Kreises bestimmen, nämlich die den Stellungen des Fernrohres bei $\pm 45°$ Höhe entsprechenden.

Man stellt das Fernrohr zunächst auf eine Mire oder auf einen Kollimator ein, indem man den Horizontalfaden des Fernrohres mit dem Horizontalfaden des Kollimators zur Deckung bringt. Ist nicht nur das Fadenkreuz des Kollimators, sondern auch das des Fernrohres genügend beleuchtet, sei es bei Tage durch den hellen Himmelshintergrund oder künstlich bei Nacht, so hat man zwei genau parallele Strahlenbündel, eines vom Kollimator zum Fernrohr und eines in umgekehrter Richtung gehend. In den Weg dieser Lichtstrahlen bringt man nun einen unter $45° + x$, wo x ein kleiner Winkel ist, gegen die Vertikale geneigten Spiegel, dessen Träger in einer Schale schwimmt. Wird der Spiegel einmal dem einen Strahlenbündel entgegengestellt und dann nach Drehung um 180° dem anderen, so werden die in den beiden Fällen reflektirten Strahlen einen Winkel α mit einander bilden, den man in einem vertikal aufgestellten Fernrohr misst.

Wie man leicht findet, ist $x = \frac{\alpha}{4}$, sodass also ein Fehler in der Messung von α nur mit dem vierten Theile seines Betrages in die Bestimmung von x eingeht.

Sodann bringt man das Gefäss mit dem schwimmenden Spiegel in eine solche Höhe, dass der Horizontalfaden des auf den Spiegel gerichteten Fernrohres durch Autokollimation mit sich zur Deckung kommt. Das Fernrohr weicht dann um den Winkel x von der Richtung nach 45° Höhe ab. *Kn.*

Ueber ein die Häufigkeit bestimmter Luftdrücke registrirendes Barometer.

Von G. U. Yule. *Phil. Trans. Royal Soc. London.* ***190.*** *S. 467. 1898.*

Diese Notiz bildet einen Anhang zu der Untersuchung von K. Pearson und A. Lee über die Vertheilung der Häufigkeitszahlen der Barometerstände auf verschiedenen Stationen Grossbritanniens und Irlands. Denkt man sich an einer bestimmten Station zu jedem ab-

[1]) Dieser ungewohnte Ausdruck ist nach dem oben Gesagten wohl verständlich.

gelesenen Barometerstand als Abszisse x eine Ordinate y aufgetragen, die der *Anzahl* der Ablesungen jenes Barometerstandes x innerhalb eines langen Zeitraums (bei bestimmten täglichen Ableseterminen selbstverständlich) entspricht, so erhält man die von dem Verf. sogenannte Barometerhäufigkeitskurve des Orts. Wie so oft die Kurven bei physikalischen, anthropologischen und ähnlichen Erscheinungen, hat die Barometerhäufigkeitskurve keineswegs eine Form, die der symmetrischen Wahrscheinlichkeitsfunktion entspricht; sie ist vielmehr deutlich asymmetrisch, wobei diese Asymmetrie von drei oder vier wohl zu definirenden Konstanten abhängt. Mit der Aufsuchung dieser Konstanten beschäftigt sich die interessante Abhandlung von Pearson und Lee; die Verf. sind bereits im Stande, generelle Häufigkeitsisobaren durch die britischen Inseln zu ziehen.

Yule hat nun das Modell eines Instruments hergestellt, das die Ablesungen des Barometerstands zu bestimmten Zeiten und die Auslese dieser Stände erspart, vielmehr die Häufigkeitskurve selbstthätig liefert. Er benutzt ein Aneroïd, dessen zentrale Welle statt des Zeigers eine leichte Rinne trägt. Das Ende der Rinne führt zu einem Kranz von festen Rinnen, die in vertikalen Röhren (Behältern) endigen. Von solchen festen Rinnen und Röhren sind, wenn z. B. die extremen auf der Station beobachteten Barometerstände 3 Zoll von einander abweichen, und $^1/_{10}$ Zoll (was nach den Erfahrungen der Verf. genügt) die zu registrirende Einheit ist, 30 im Kreis herum gestellt, einen Raum einnehmend, der eben der Aneroïdvariation von 30 Zehntelzoll des Quecksilber-Luftdrucks entspricht. In bestimmten Zeitabschnitten wird nun mit Hülfe eines Uhrwerks jedesmal ein leichtes Kügelchen aus einer Zubringerrinne auf die Rinne an der Welle und von dieser durch die äussern Rinnen in einen der vertikalen Behälter geleitet. Die ganze Analyse besteht am Schluss eines bestimmten Zeitabschnitts im Abzählen der Kügelchen in jedem der Behälter; man hat nur die Zahl der Kügelchen als Ordinate aufzutragen zu Abszissen, deren Längen den Nummern der Röhren entsprechen. *Hammer.*

Ueber Melde's neueste Methode zur Bestimmung sehr hoher Schwingungszahlen.

Von A. Ziekgraf. *Inaugural-Dissertation, Marburg 1899.*

Ein schweres Pendel trägt an seinem unteren Ende eine Glasplatte, die mit einem dünnen Fettüberzug versehen ist. Der Tonkörper, dessen Schwingungszahl bestimmt werden soll, befindet sich in der Ruhelage des Pendels, diesem gegenüber, auf einem festen Klotz montirt. Ein Stück Draht oder Violinbogenhaar ist an dem Tonkörper so befestigt, dass es, bei Erregung desselben in einer vertikalen Ebene schwingend, die Glasplatte eben berührt. Wird das Pendel, nachdem man es vorher aus der Ruhelage gebracht, losgelassen, und zugleich der Tonkörper (durch Anstreichen mit dem Autolik'schen Glasstabe) in Schwingungen versetzt, so zeichnet der Haarstift eine Wellenlinie in den Fettüberzug der vorüberschwingenden Platte. Zwei verschiedene Tonkörper geben verschiedene Wellenzüge und die auf die Längeneinheit kommenden Wellenzahlen sind ceteris paribus den Schwingungszahlen proportional. Durch Vergleichung mit einer Normalstimmgabel wurden so die Schwingungszahlen verschiedener Platten sowie einer Anzahl König'scher und Appunn'scher Gabeln bestimmt. Die Resultate stimmten mit den nach der Melde'schen Resonanzmethode gefundenen überein. *W. D.*

Bemerkungen über Temperaturmessungen mittels Platin-Widerstandsthermometer.

Von H. L. Callendar. *Phil. Mag.* (5) ***47.*** *S. 191. 1899.*

Ueber die Abhängigkeit des Widerstands reiner Metalle, besonders des Platins, von der Temperatur des Wasserstoffthermometers sind namentlich in den letzten zehn Jahren eine Reihe von Untersuchungen angestellt worden, welche sich über das gesammte, gasthermometrischen Messungen gegenwärtig zugängliche Temperaturgebiet erstrecken. Die

vorliegende Arbeit des Hrn. Callendar liefert kein neues Beobachtungsmaterial, sondern besteht zum Theil in einer historisch-kritischen Zusammenfassung der vorhandenen Resultate, dem Hauptinhalt nach aber in einer eingehenden Besprechung einiger empirischen Formeln, durch welche der funktionale Zusammenhang zwischen der Temperatur des Gasthermometers und dem Widerstande eines reinen Metalls dargestellt werden kann.

Benoit (*Compt. rend. 76. S. 342. 1873*) gelangte zuerst auf Grund seiner Beobachtungen bei bekannten Siedetemperaturen (Wasser, Quecksilber, Schwefel, Kadmium) für das Intervall von 0° bis + 900° zu einer quadratischen Formel

$$R = R_0 (1 + a t + b t^2), \quad \ldots \quad 1)$$

in der R den Widerstand bei t^0, R_0 bei 0° bedeutet, und welche zunächst für Eisen und Platin aufgestellt wurde. Diese Formel fand sich bestätigt durch die Untersuchungen des Verfassers, der zuerst im Jahre 1886 direkte gasthermometrische Vergleichungen anstellte, wobei er zeigte, dass das Platin-Widerstandsthermometer, vor äusseren Einflüssen geschützt, bis gegen 1200° keine erheblichen Nullpunktsänderungen aufwies, und auf Grund der vorstehenden Formel den Begriff der „Platintemperatur" einführte. Ist nämlich R_{100} der Widerstand bei 100°, so wird die Platintemperatur $\tilde{\omega}$ — in der Bezeichnung des Hrn. Dickson (*Phil. Mag. 44. S. 445. 1897*), welche nach Ansicht des Ref. zu Verwechselungen weniger Anlass giebt als die des Verf., nämlich pt — definirt durch die Formel

$$\tilde{\omega} = 100 \cdot \frac{R - R_0}{R_{100} - R_0} \quad \ldots \quad 2)$$

Die Differenz $D = t - \tilde{\omega}$ gegen die Temperatur des Gasthermometers wird dargestellt durch die parabolische Funktion

$$D = t - \tilde{\omega} = d \cdot \frac{t}{100}\left(\frac{t}{100} - 1\right) \quad \ldots \quad 3)$$

mit einem wahrscheinlichen Fehler von weniger als 1° innerhalb des Intervalls von 0° bis + 650°. Zur Bestimmung des Faktors d dient ein dritter Fixpunkt, als welchen der Verf. den Schwefelsiedepunkt vorschlägt. Mit den Formeln 2) und 3), welche mit der erstgenannten äquivalent sind, sind die Beobachtungen von Heycock und Neville in Temperaturen bis gegen 1200°, von Dewar und Fleming und von Olszewski in tiefen Temperaturen bis zum Siedepunkt des Wasserstoffs in hinreichende Uebereinstimmung zu bringen.

Gegen die Zulässigkeit der Formel 1) bei Messungen mit Platinwiderständen hatte sich Hr. Dickson aus folgenden Gründen ausgesprochen: erstens führe sie zu einem Maximum des Widerstands bei $t = 3234{,}5^0$, zweitens gehören zu jedem Werthe des Widerstandes zwei Temperaturen, Folgerungen, welche zu physikalischen Bedingungen führen, deren Existenz nicht angenommen werden dürfe, und von denen die erste mit den Beobachtungen von Holborn und Wien (*Wied. Ann. 56. S. 360. 1895*) nicht in Einklang zu bringen sei. Aus diesen Gründen schlug er eine Formel vor, welche sich auf die andere

$$t = a' + b' R + c' R^2 \quad \ldots \quad 4)$$

reduziren lässt, auf welche Holborn und Wien (*Wied. Ann. 59. S. 213. 1896*)[1] ihre Messungen in tiefen Temperaturen zurückgeführt haben.

Hr. Callendar dagegen erklärt sich in der vorliegenden Arbeit in einer mehrere Seiten umfassenden Erörterung mit Entschiedenheit gegen die allgemeine Anwendung dieser Formel, welche er höchstens für weniger genaue Messungen und für gewöhnliche Temperaturen verwendet wissen will. Zum Beweise für seine Behauptung, dass durch sie die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur im Allgemeinen nicht dargestellt werden kann, benutzt er eine Formel 4), wie sie Holborn und Wien für *Platin*-Widerstände in *tiefen* Temperaturen von — 190° bis 0° aufgestellt haben, für die Beobachtungen Fleming's an

[1] Vgl. auch *diese Zeitschr. 17. S. 142. 1897*; der Koëffizient des quadratischen Gliedes muss dort 0,005855 (statt 0,005885) heissen. Ferner sei bei dieser Gelegenheit darauf hingewiesen, dass die rechte Seite der ebenda aufgeführten Formel für die Thermokraft von Konstantan-Eisen mit — 1 zu multipliziren ist.

reinem *Eisen* zwischen 0° und + 200° und *extrapolirt* dann für noch *höhere* Temperaturen. Bei einer derartigen Behandlung müsste reines Eisen folgende Eigenschaften aufweisen: bis zu + 334° müssten zu jeder Temperatur zwei Werthe des Widerstandes gehören, darüber hinaus aber hätte Eisen überhaupt keinen reellen Widerstand. Hr. Callendar bemerkt dies und folgert daraus die Unzulänglichkeit der Formel 4). Nach Ansicht des Ref. kann man daraus nur eine Folgerung ziehen, nämlich die Lehre, wie man eine empirische Formel *nicht* gebrauchen soll. Eine solche aus einer Reihe von Beobachtungen gewonnene Formel dient doch zunächst nur dazu, *innerhalb des Beobachtungsintervalls* und *für das untersuchte Material* in stetigem Verlauf die Abhängigkeit der beobachteten physikalischen Grössen augenähert darzustellen, wobei, um bei dem vorliegenden Gegenstand zu bleiben, es zunächst gleichgültig ist, welche der Formeln 1) oder 4) zu Grunde gelegt wird. Als Annäherung an ein Naturgesetz betrachtet, welches fast immer mit sehr grosser Wahrscheinlichkeit als eine konvergente *umkehrbare* Potenzreihe angenommen werden kann, haben beide Formeln die gleiche Berechtigung. Man wird je nach dem untersuchten Widerstandsmaterial und dem benutzten Temperaturintervall denjenigen von ihnen den Vorzug geben, welche sich den jeweiligen Beobachtungen am engsten anschliesst. Auf keinen Fall aber scheint es berechtigt, die eine Formel zu verwerfen, weil zu einem Werth des Widerstandes zwei Temperaturen gehören, wie es Hr. Dickson thut, die andere, weil zu einer Temperatur sich zwei Werthe des Widerstands ergeben, wie Hr. Callendar; denn abgesehen davon, dass zur Entscheidung darüber noch in jedem Einzelfall zu untersuchen ist, ob beide Werthe des Widerstands oder der Temperatur physikalisch mögliche Grössen sind, kann die Potenzreihe selbst, als deren Annäherungen die Formeln 1) und 4) zu betrachten sind, eine eindeutige und eindeutig umkehrbare Funktion sein, wie denn auch bekanntermaassen die beiden Formeln unter gewissen Bedingungen in einander transformirt werden können.

Hr. Callendar bestimmt die drei Konstanten seiner Formeln durch Beobachtungen an drei Fixpunkten. Es ist klar, dass bei einer so aufgestellten Formel die Extrapolation auf sehr weit abliegende Werthe der Temperatur mit erheblichen Unsicherheiten behaftet sein kann, und daher auch nicht auffällig, dass die Beobachtungen von Holborn und Wien in Temperaturen um 1600° mit den Werthen der Formel nicht übereinstimmen. Hr. Callendar aber schreibt diese Abweichungen ausschliesslich den Mängeln in den Beobachtungen Holborn's und Wien's zu, gegen welche er eine grössere Anzahl von technischen Einwänden erhebt. Die Einwände richten sich nicht bloss gegen die Widerstands-, sondern auch gegen die thermoelektrischen Messungen der genannten Beobachter.

Diese Kritik der thermoelektrischen Beobachtungen der Hrn. Holborn und Wien giebt dem Verf. Gelegenheit, sich allgemein gegen den Gebrauch des Thermoelements als Normalthermometer zu wenden: seine Skale hänge zu stark von den Veränderungen des Materials ab, die Empfindlichkeit des Le Chatelier-Elements in gewöhnlichen Temperaturen sei zu gering, und noch wären keine hinreichenden Methoden zur Vermeidung störender Thermoströme vorhanden, Einwände von denen sicher wohl nur der zweite in Betracht kommen kann und auch nur dann, wenn man darauf besteht, das Le Chatelier'sche Element in einem Temperaturbereich zu gebrauchen, in welchem es gerade am ehesten entbehrt werden könnte. *Rt.*

Das zweikreisige Goniometer (Modell 1896) und seine Justirung.

Von V. Goldschmidt. *Zeitschr. f. Krystallogr. u. Miner.* **29.** *S. 333. 1898.*

Das vom Verf. 1893 beschriebene Goniometer (siehe das Referat in *dieser Zeitschr.* **13.** *S. 242. 1893*) tritt uns hier in wesentlich vervollkommneter Form entgegen. Die mechanische Ausführung hat P. Stoë in Heidelberg besorgt; an der Verbesserung der Optik hat C. Pulfrich in Jena mitgewirkt.

Der Horizontalkreis H (Fig. 1), der durch das Fernröhrchen f auf ½' abgelesen wird, lässt sich durch die Vorrichtung K_1 arretiren und fein bewegen. In der durchbohrten Achse desselben steckt ein Stift s, der ein zur Aufnahme von Flüssigkeiten u. s. w. bestimmtes

Tischchen trägt und durch die Schraube σ_1 gehoben werden kann. An dem Vertikalkreis V befinden sich die zur Orientirung des Krystalls dienenden Einrichtungen. Der den Krystall tragende Stift ist in der Hülse h für grobe Einstellung drehbar und verschiebbar. Zum genaueren Ausrichten des Krystalls dient die bekannte Zentrirverrichtung J; die feine Verschiebung in Richtung der Achse des Vertikalkreises besorgt die Schraube σ_2. Mittels der



Fig. 1.

Scheibe c wird die grobe Drehung des Vertikalkreises bewirkt, während K_2 zur Feineinstellung dient. Die Achse des Vertikalkreises muss genau senkrecht zur Achse des Horizontalkreises stehen und dieselbe schneiden. Zu dem Zweck ist durch Schrauben am Kniestück des den Vertikalkreis tragenden Arms die Neigung dieses Kreises justirbar; ausserdem lässt sich eine seitliche Verschiebung desselben bewirken. Der um die Horizontalkreisachse gelegte Ring, in den der Arm endigt, sitzt nämlich exzentrisch; man hat also nur die Befestigungsschrauben zu lösen und den Arm etwas zu drehen.

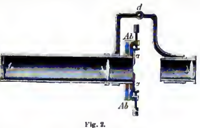


Fig. 2.

Das Beobachtungsfernrohr F ist in einer Hülse ausziehbar und lässt sich in der richtigen Stellung durch Schräubchen festklemmen. Ferner sind Schrauben vorgesehen (ebenso auch beim Kollimator C), um das Fernrohr durch geringe Neigungen in einer horizontalen sowie auch in einer vertikalen Ebene justiren zu können. Der das Fernrohr tragende Arm T_1 ist um die Achse des Horizontalkreises drehbar und hierfür mit Feineinstellung K_3 versehen, um den Winkelabstand zwischen Fernrohr und Kollimator ändern zu können, sei es, dass man mit wechselndem Einfallswinkel messen oder dass man spektroskopische Untersuchungen vornehmen will. Der Kollimator C besitzt an einer ausziehbaren und durch Ring festklemm-

baren Hülse ein Signal, dessen Form entsprechend der Güte der Krystallfläche geändert werden kann.

Die optische Einrichtung des Fernrohrs ermöglicht, in bequemer Weise das Bild des Krystalles sowie das des Signals je nach der Grösse und Beschaffenheit der zu untersuchenden Fläche vergrössert oder verkleinert zu beobachten. Bei gut spiegelnden, nicht zu kleinen Flächen wird der Reflex mit einem vergrössernden Fernrohr eingestellt; zum vorgehenden Aufsuchen und Zentriren der betreffenden Fläche benutzt man entweder nach Herausnehmen des Okulars das Objektiv allein als Lupe oder verwandelt das Fernrohr durch Vorschlagen einer Linse *l* vor das Objektiv in ein Mikroskop. Für weniger günstige Flächen lässt sich das vergrössernde Fernrohr durch Vorschlagen der Linse *k* und Verwendung eines zweiten schwächeren Okulars λ_2 (Fig. 2) in ein verkleinerndes Fernrohr mit grosser Lichtstärke verwandeln. Dieses Okular trägt an seinem Ende eine Abblendungsvorrichtung *Ab*, die in einer drehbaren Scheibe mit vier beweglichen Schiebern *a* besteht, welche in der Mitte der Scheibe eine rechteckige Oeffnung von beliebiger Form und Grösse einzuschliessen gestatten. Am Ort dieser Blende kann das Bild der Krystallfläche durch eine Lupe λ_1 stark vergrössert beobachtet werden; auf diese Weise gelingt es, das Bild der Krystallfläche genau abzublenden, sodass man bei der Beobachtung des Reflexes sicher ist, nur Licht von der betreffenden Krystallfläche zu bekommen.

Schliesslich folgt noch eine genaue Anweisung für die Justirung des Goniometers, auf die hier jedoch nur verwiesen werden kann. *A. K.*

Eine neue Bestimmung des elektrochemischen Aequivalents des Silbers.

Von W. Patterson und K. E. Gutbe. *Phys. Rev.* 7. *S. 257. 1898.*

Das zur Bestimmung des elektrochemischen Aequivalentes des Silbers benutzte absolute Dynamometer besteht aus einer festen und einer in der Mitte derselben aufgehängten beweglichen Spule, deren elektrodynamisches Drehungsmoment durch die Torsion eines Drahtes aus Phosphorbronze von 1 *m* Länge und 0,35 *mm* Durchmesser gemessen wird. Die feste Spule ist mit 576 Windungen in einfacher Lage bewickelt und besitzt einen Durchmesser von 48 *cm* bei einer Länge von 41,6 *cm*; die bewegliche Spule ist 8,8 *cm* lang und hat 10 *cm* Durchmesser, sie ist mit 45 Windungen bewickelt. Das Torsionsmoment w für den Winkel 1 ist $w = 4\pi^2 K/T^2$, wo K das Trägheitsmoment des rotirenden Systems, T die Schwingungsdauer desselben (korrigirt für die Dämpfung) bedeutet; die Schwingungsdauer des Systems betrug etwa 12 *Sek.* Andrerseits ist die elektrodynamische Wirkung der beiden Spulen auf einander in senkrechter Lage $w' = I^2\pi^2 n N d^2/\sqrt{D^2+L^2}$, wo N die Windungszahl der festen, n diejenige der beweglichen Spule bezeichnet, D und d die Durchmesser der beiden Spulen und L die mittlere Länge der festen Spule. Die Stromstärke, welche bei diesem Instrument einer Drehung des Torsionskopfes um 360° entspricht, ist bei 27° C. gleich 0,98158 *Amp.* Um das elektrochemische Aequivalent des Silbers zu bestimmen, benutzten die Verf. als Zwischenglied zwei Normalelemente nach Clark-Carhart (mit verdünnter Zinksulfatlösung), deren Spannung (etwa 2,87 *Volt*) verglichen wurde mit derjenigen, welche an den Enden eines Manganinwiderstandes R (von etwa 4,6 *Ohm*) herrscht, wenn derselbe von einem Strom J durchflossen wird, der einer ganzen Umdrehung des Torsionskopfes des Dynamometers entspricht. Das Verhältniss dieser beiden Spannungen wird dargestellt durch das Verhältniss zweier Kompensationswiderstände R_1 und R_2. Andererseits wurde die elektromotorische Kraft der Normalelemente verglichen mit der Potentialdifferenz $J'R$ an den Enden des Widerstandes R, wenn derselbe vom Strom J' des Silbervoltameters durchflossen war; das Verhältniss dieser beiden Spannungen wird ebenfalls durch zwei andere Kompensationswiderstände R_1' und R_2' dargestellt, sodass man hat $J' = J R_1 R_2'/R_2 R_1'$; man braucht also R und die elektromotorische Kraft der Normalelemente nicht zu kennen. Als elektrochemisches Aequivalent finden die Verf. auf diese Weise 0,0011192 *g* für die Amperesekunde; dieser Werth ist um 0,1 % grösser als der gewöhnlich angenommene. Die Verf. rechnen mit diesem Werth die von Glazebrook (unter der Annahme eines Aequivalents von 0,001118) für das

Clark'sche Normalelement bei 15° abgeleitete Zahl um und erhalten so statt 1,4342 den Werth 1,4327 *intern. Volt*, der in Uebereinstimmung ist mit dem von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt angegebenen (1,4328 *Volt*; vgl. *diese Zeitschr.* **18.** *S. 161. 1898*; hierzu muss indessen bemerkt werden, dass der Werth der Reichsanstalt unter der Annahme des Aequivalents 0,001118 abgeleitet ist; der Unterschied der Zahlen bleibt also bestehen). Am Schluss wird die Veröffentlichung von Kahle über das Silbervoltameter besprochen (vgl. *diese Zeitschr.* **18.** *S. 229 u. 267. 1898*). Da die Silbernitratlösung beim Gebrauch allmählich sauer wird, setzen die Verf. von Anfang an Silberoxyd zur Neutralisirung zu; es wurde dabei keine Unregelmässigkeit in der Krystallisation und Farbe des abgelagerten Silbers bemerkt. Die Auswaschung des Silberniederschlags wurde durch Stehenlassen in kaltem Wasser während eines ganzen Tages bewirkt; die Verf. halten diese Methode für besser als das Auswaschen mit warmem Wasser. Der Unterschied zwischen der Anwendung von Platin- oder Silber-Kathoden konnte bei den Versuchen nicht bemerkt werden. Die Verf. glauben an der von Kahle für das Aequivalent angegebenen Zahl 0,0011183 eine Korrektion von 6 bis 7 Zehntausendstel anbringen zu müssen, um sie mit ihrem Werth vergleichbar zu machen, und erhalten dann 0,001119 *g* in vollkommener Uebereinstimmung mit dem oben angegebenen Werth 0,0011192 *g*. *W. J.*

Ueber eine neue Methode, die Kurvenform veränderlicher Ströme aufzunehmen.

Von J. A. Switzer. *Phys. Rev.* **7.** *S. 83. 1898.*

Switzer hat eine Methode, Stromkurven aufzunehmen, ausgearbeitet, die von Crehore angegeben ist. Die experimentelle Anordnung war folgende: paralleles Licht, am besten Sonnenlicht, fällt auf ein Nicol'sches Prisma *g* und durchsetzt dann eine mit Schwefelkohlenstoff angefüllte Röhre *d*, die mit einer Stromspule umgeben ist. Die Röhre war 152,4 *cm* lang und hatte einen inneren Durchmesser von 5,1 *cm*. Die Spule war in 6 Lagen aufgewunden und konnte in 2 oder 4 parallelen Kreisen geschlossen werden; die gesammte Windungszahl betrug 3840. Nach dem Austritt des Lichtstrahles aus der Spule fiel derselbe auf eine Quarzplatte *h* von 20 *mm* Durchmesser, die senkrecht zur optischen Achse geschliffen ist; *m* ist ein Kollimatorrohr mit vertikalem Spalt, *n* ein zweites Nicol'sches Prisma. Das Licht wird alsdann durch ein Prisma *o* spektral zerlegt und fällt auf die Linse *p* einer photographischen Kamera, vor der sich ein horizontaler Spalt *s* befindet.

Denkt man sich zunächst die Quarzplatte *h* herausgenommen, so erfährt das durch das Prisma *g* linear polarisirte Licht in Folge des magnetischen Feldes in *d* eine Drehung der Polarisationsebene; die Grösse der Drehung ist für die verschiedenen Farben verschieden gross; es kann daher durch das Nicol'sche Prisma *n* nur *eine* Farbe ausgelöscht werden; das von dem Prisma *o* entworfene Spektrum zeigt also einen Absorptionsstreifen, dessen Lage von der Stärke des magnetischen Feldes abhängt. Lässt man mithin in der Spule einen Wechselstrom fliessen, so wird der Absorptionsstreifen entsprechend der Stromkurve im Spektrum oszilliren und man kann ihn auf einer schnell vorübergeführten Platte photographiren.

Betrachtet man nun den Augenblick, in dem der Strom durch Null geht, so erfährt in diesem Zeitpunkt die Polarisationsebene des Lichtes keine Drehung; das Gesichtsfeld ist also je nach der Stellung der Nicol'schen Prismen zu einander in seiner ganzen Ausdehnung gleichförmig hell oder dunkel. Um diesem Uebelstande abzuhelfen, wird die Quarzplatte eingeschoben, die auch ohne Erregung des magnetischen Feldes eine Rotationsdispersion hervorbringt, über die sich alsdann die elektromagnetische Drehung lagert. Der Verf. hat eingehendere Versuche angestellt, um die für die Methode günstigsten Dimensionen der Quarzplatte und der Stromspule ausfindig zu machen; er bildet vier Kurven ab, die er mit seinem Apparate aufgenommen hat.

Für genauere Messungen dürfte die Methode nicht geeignet sein; denn in Folge der Dispersionsgesetze kann der Abstand des Absorptionsstreifens von seiner „Ruhelage“ der

Stromintensität nicht proportional sein. Ausserdem ist der Absorptionsstreifen, wie es auch die Abbildungen zeigen, immer ein mehr oder weniger verwaschener Streifen. Das Verdienstliche der Methode liegt darin, dass es gelungen ist, die oszillirende Drehung der Polarisationsebene sichtbar zu machen und dass auf diese Weise die Stromschwingungen durch einen Indikator gezeigt werden, der keine Trägheit, also keine Eigenperiode besitzt. Wenn aber der Verf. die Vermuthung ausspricht, dass dies „wahrscheinlich die einzige Methode ist, bei der man durch einen gewichtslosen Vibrator" die Stromschwingungen sichtbar machen kann, so hat er die Arbeiten von Braun übersehen, der zu diesem Zweck die magnetische Ablenkung der Kathodenstrahlen benutzte (vgl. *diese Zeitschr.* **17.** *S. 316. 1897*). Uebrigens ist schon in anderer Weise die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene von Abraham und Buisson zur Aufnahme von Stromkurven benutzt worden (vgl. *diese Zeitschr.* **17.** *S. 376. 1897*). *E. O.*

Ueber den Temperaturkoëffizienten permanenter Magnete.

Von A. Durward. *Amer. Journ. of science* **5.** *S. 245. 1898.*

Durward hat von einer grossen Zahl von permanenten Magneten, von denen ganze Serien aus demselben Material bestanden und in derselben Weise hergestellt worden waren, den Temperaturkoëffizienten gemessen. Die Resultate für die gleichartigen Magnete stimmen nicht durchweg mit einander überein, sodass man, wenn grössere Genauigkeit gefordert wird, die Messungen jedenfalls für den betreffenden Magneten besonders ausführen muss. Die untersuchten Stäbe hatten in den meisten Fällen zylindrische Form; sie wurden zur Kirschrothgluth erhitzt und dann in einem grossen Behälter, der mit stark bewegtem, etwas mit Säure oder Salz versetztem eiskalten Wasser gefüllt war, abgeschreckt und dann lange Zeit einer Temperatur von 100° ausgesetzt. Darnach wurden die Stäbe zwischen den Polen eines Joches aus weichem Eisen in einem langen Solenoïd bis zur Sättigung magnetisirt und wiederum stundenlang der Temperatur des siedenden Wassers ausgesetzt. Zur Messung des Temperaturkoëffizienten wurde der zu untersuchende Stab und ein Kompensationsmagnet zu beiden Seiten eines Magnetometers in der ersten Gauss'schen Hauptlage so aufgestellt, dass das Magnetometer in der Nulllage verblieb. Alsdann wurde durch ein Bad die Temperatur des zu untersuchenden Stabes von 0° bis 100° anfwärts und wieder bis 0° abwärts verändert. Die Abnahme des permanenten Momentes erfolgt nicht genau proportional der Temperatur, sondern geht etwas rascher. So erhielt Verf. aus 33 Beobachtungen für Stäbe von 8 *cm* Länge und 0,94 *cm* Durchmesser folgende Ergebnisse.

Temperatur in Grad C.	Verlust des Momentes in Proz. des Momentes bei 7,6°
20	0,97
40	2,62
60	4,35
80	6,39
100	8,72

Schliesslich hat Durward den mittleren Temperaturkoëffizienten zwischen 15° und 100° gemessen in seiner Abhängigkeit von den Dimensionen des Stabes. Bei demselben Querschnitt nimmt der Temperaturkoëffizient mit zunehmender Länge ab, wie folgendes Beispiel für einen Stab von 1,11 *cm* Durchmesser zeigt.

Länge in *cm*	Temperaturkoëffizient
4	0,00109
8	0,00070
10	0,00062
15	0,00051
20	0,00047

E. O.

Phototelegraphischer Apparat von Faini.

Veröffentl. d. ital. geodät. Kommission. 16 S. m. 5 Taf. Florenz 1898.

Dieser „*Apparato fototelegrafico*“ von General Faini hat denselben Zweck wie das Heliotrop, nur bedarf er der Sonne nicht: die Lichtquelle ist in einem Sauerstoffstrom verbranntes Azetylen. Der Apparat ist für die geodätische Verbindung von Malta mit Sizilien hergestellt, bei der Seitenlängen bis 180 *km* vorkommen (vgl. die Verbindung der algerischen Dreiecke mit den spanischen durch das „Verbindungsviereck“ mit Seiten bis rund 270 *km*; es wurde dort bekanntlich elektrisches Licht benutzt). Nachstehende Tabelle giebt Auskunft über die Tragweite des Faini'schen Instruments.

Durchsichtigkeits-koëffizient der Luft	Sichtbarkeitsgrenze des Lichts in *km*	
	mit blossem Auge	mit 25-fach vergr. Fernrohr
0,977	290	452
0,962	170	250
0,946	142	208
0,903	80	113

Hammer.

Selbstrechnender Tachymetertheodolit.

Von A. Champigny. *Nach einem Prospekt. Paris 1898.*

Das Instrument, von dem *Ingénieur des Mines* Champigny entworfen, von H. Morin ausgeführt und mit der goldenen Medaille des *Comité des Arts mécaniques de la Société d'Encouragement* ausgezeichnet, ist ein weiterer Versuch, die Ablesung von Horizontaldistanzen und Höhenunterschieden an der senkrecht stehenden Latte ohne Rechnung zu ermöglichen. Es scheint in der That bereits recht grosse Leistungsfähigkeit zu haben; die Handhabung ist sehr einfach. Man hat mit Hülfe eines kleinen Hebels das Fernrohr auf Entfernung oder auf Höhenunterschied zu stellen, sodann zuerst den Faden auf eine runde Lattenzahl einzustellen und endlich mit Hülfe des „*Bouton des pointés*“ eine zweite Lattenablesung zu machen; das Lattenstück zwischen der ersten Einstellung und der zweiten Ablesung giebt, multiplizirt mit einer Konstanten (nach Wahl 25 oder 50) die Horizontaldistanz oder den Höhenunterschied. Bei Anwendung der Konstanten 25 soll es leicht sein, die Genauigkeit $^1/_{1600}$ in den Entfernungen zu erreichen (6 *cm* auf 100 *m*, welche Entfernung bei dieser Konstanten und einer 4 *m*-Latte freilich bereits die Grenze der Tragweite vorstellen würde). Auch über dieses Instrument hofft der Ref. bald nach eigenen Versuchsmessungen berichten zu können. Sicher ist, dass das Ziel des genügend einfachen und genügend sicher wirkenden selbstrechnenden Tachymeters unablässig angestrebt werden wird; an seiner Erreichung ist kaum mehr zu zweifeln. Zu wünschen wäre nur, dass auch Deutsche sich mehr an diesen Bestrebungen betheiligen würden. *Hammer.*

Phototopographischer Apparat.

Von P. Paganini. *Rivista di Topogr. e Catasto* ***11.*** *S. 29 u. S. 39. 1898/99.*

Der Aufsatz enthält eingehende Mittheilungen über einen neuen phototopographischen Apparat (Modell 1897) für Aufnahmen in kleinen Maassstäben (die bekanntlich den gewöhnlichen Apparaten Schwierigkeiten bereiten), nämlich 1 : 100 000 in der Kolonie Erythräa und 1 : 50 000 in Sardinien. *Hammer.*

Neu erschienene Bücher.

Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik und Meteorologie. 9. Auflage. Von L. Pfaundler unter Mitwirkung von O. Lummer. II. Band. 2. Abthlg. Von der Wärme. gr. 8°. XIV, 768 S. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn, 1898. 10,00 M.; geb. in Halbfrz. 12,00 M.

Mit dem vorliegenden Bande ist nunmehr die Neuauflage des beliebten Lehrbuches abgeschlossen und damit für das Studium der physikalischen Erscheinungen eine verbesserte Unterlage geschaffen. Wie in den übrigen Theilen des Lehrbuches ist der Verf. auch in der Wärmelehre bestrebt gewesen, den neueren einschlägigen Forschungen Rechnung zu tragen, und man muss anerkennen, dass ihm dies im grossen Ganzen gelungen ist.

Nichtsdestoweniger weist aber das Lehrbuch einige Lücken auf, die jedoch in einer Neuauflage mit leichter Mühe auszufüllen wären. So sucht man in der Wärmelehre manche Instrumente, die für den Physiker von grösster Bedeutung sind, vergebens, z. B. die überaus wichtigen Thermoregulatoren, Dampfdruckregulatoren u. ähnl., ebenso die hochgradigen Quecksilberthermometer, sowie die Thermoelemente, die ja neuerdings durch umfangreiche Untersuchungen in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt an das Gasthermometer angeschlossen sind. Auch die wirklich exakten Methoden zur Bestimmung der Ausdehnung fester Körper durch die Wärme mit Hülfe des Komparators, z. B. die Arbeiten im *Bureau international* und die Bestimmung der Ausdehnung verschiedener Glassorten in der Reichsanstalt, durften nicht übergangen werden. Der zur Ausfüllung dieser Lücken erforderliche Raum würde sich unschwer schaffen lassen; denn es erscheint überflüssig, in einem Lehrbuche der Physik lange Tabellen zu geben, wie z. B. diejenige über Dichte und Volumen des Wassers nach Rosetti (2 Seiten) u. a. m. Solche Tabellen findet man auch in Sammelwerken, die der messende Physiker ohnehin zur Hand haben muss. Auch hätten manche Kapitel von weniger allgemeinerem Interesse ganz gut eine Kürzung vertragen können. So z. B. liest man Spezialstudien über Kältemischungen lieber in den Originalabhandlungen nach, die durch Auszüge ja doch nicht ersetzt werden können.

Mangelhaft ist das Kapitel Reduktion der Angaben des Quecksilberthermometers auf das Gasthermometer. Während noch Zahlen über Thüringer Glas aus den Jahren 1830/40, die nur noch ein ganz spezielles historisches Interesse haben, aufgeführt sind, sind dem Verf. die neueren Untersuchungen auf diesem Gebiete in der Reichsanstalt, die sich auf die Jenaer Gläser, insbesondere auch auf das für die Thermometrie wichtige Glas 59^{III} beziehen, entgangen. Auch der Abschnitt Wasserausdehnung lässt manches zu wünschen übrig. Abgesehen davon, dass auch hier, wie bedauerlicherweise im ganzen Lehrbuche, eine strenge Scheidung der Temperaturskalen (Wasserstoff-, Luft-, Quecksilberthermometer) nicht durchgeführt ist, was unbedingt zur Ausscheidung der älteren Versuche geführt hätte, ist der Abschnitt auch unzweckmässig und unübersichtlich angelegt, sodass keineswegs zu erkennen ist, welche Beobachtungen das grössere Zutrauen verdienen.

Die Ausstellungen des Ref., die, wie schon eben angedeutet, in einer Neuauflage leicht berücksichtigt werden können, sind indessen nicht geeignet, den Werth des Lehrbuches herabzusetzen. Es wird sich trotzdem seine alten Freunde erhalten und neue dazu erwerben. *Schl.*

C. Arnold, Repetitorium d. Chemie. 9. Aufl. gr. 8°. XII, 611 S. Hamburg, L. Voss. Geb. in Leinw. 7,00 M.

E. Warburg, Lehrb. d. Experimentalphysik f. Studirende. Mit 408 Original-Abbildgn. im Text. 4. Aufl. gr. 8°. 1. Abth. S. 1 bis 160. Freiburg i. B., J. C. B. Mohr. 7,00 M.

G. Roessler, Elektrometeren f. Gleichstrom. gr. 8°. VIII, 135 S. m. 49 Fig. Berlin, J. Springer, — München, R. Oldenbourg. Geb. in Leinw. 4,00 M.

Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. **H. Landolt**, Vorsitzender, Prof. Dr. **A. Westphal**, geschäftsführendes Mitglied, Prof. Dr. **E. Abbe**, Dr. **H. Krüss**.

Redaktion: Prof. Dr. St. Lindeck in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang. **Juli 1899.** Siebentes Heft.

Lichtvertheilung und Methoden der Photometrirung von elektrischen Glühlampen.

Von
Dr. **Emil Liebenthal.**
(Mittheilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Seit dem Elektriker-Kongress in Genf im Jahre 1896 ist man in der Technik bemüht, einheitliche Methoden der Photometrirung von elektrischen Glühlampen einzuführen. Zu diesem Zweck wurde vom Verbande Deutscher Elektrotechniker eine Subkommission eingesetzt, welche unter Mitwirkung der Reichsanstalt bestimmte Vorschläge ausarbeitete, die von dem Verbande auf seiner Jahresversammlung in Eisenach[1]) im Jahre 1897 als vorläufige Regeln angenommen sind. Diese Vorschläge bezogen sich jedoch nur auf die Bestimmung der mittleren Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse von bügel- und einfach schleifenförmigen Lampen, während Abstand genommen wurde, ein Verfahren zur Bestimmung der mittleren räumlichen Lichtstärke[2]) anzugeben, weil sich die Messung dieser Grösse zur Zeit nicht in genügend einfacher Weise ausführen liesse.

Die vorliegenden Untersuchungen, welche beim Ausarbeiten jener Vorschriften bereits in Angriff genommen waren, und deren Ergebnisse damals theilweise benutzt wurden, ziehen auch die Bestimmung der mittleren räumlichen Lichtstärke, sowie eine grössere Zahl von Lampenarten in den Kreis der Betrachtungen. Ausserdem werden am Schlusse der Arbeit noch theoretische Ableitungen mitgetheilt, welche dazu dienen sollen, die Lichtvertheilung von Glühfäden zu berechnen, welche sich nur aus Geraden und Halbkreisen zusammensetzen.

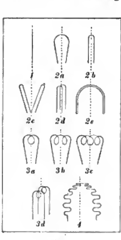


Fig. 1.

Beobachtungsmaterial. Wie aus Fig. 1 ersichtlich ist, in welcher die punktirten Linien die Lampenachse bezeichnen, unter der die Achse des Sockels verstanden wird, gelangten, nach der Gestalt des Kohlenfadens geordnet, die folgenden vier Typen zur Untersuchung:

1. Lampen mit einem geraden, in der Lampenachse befindlichen Kohlenfaden (Type 1),

[1]) *Elektrotechn. Zeitschr. 18. S. 467. 1897.*

[2]) Bekanntlich ist die mittlere räumliche Lichtstärke gleich dem Gesammtlichtstrom dividirt durch 4π.

2. Lampen mit einem hufeisenförmigen oder einem langgestreckten, bügelförmigen Kohlenfaden, oder mit zwei langgestreckten, bügelförmigen Kohlenfäden, welche entweder in derselben Ebene oder in parallelen Ebenen liegen (Typen 2a bis 2d) oder mit einem kurzschenkligen Bügel (Bernstein-Lampen, Type 2e),
3. Lampen mit einer einfach oder doppelt oder dreifach geschlungenen Schleife oder mit zwei einfach geschlungenen Schleifen (Typen 3a bis 3d),
4. Lampen mit einem wellenförmigen Kohlenfaden (Type 4).

Die Lampentypen 2 und 3 haben mit einander gemeinsam, dass die Schenkel, d. h. die im Wesentlichen geradlinigen Enden des Glühfadens mit der Lampenachse im Allgemeinen nur kleine Winkel bilden und dass die dieselben verbindenden halbkreisförmigen Stücke der Lampenachse nahezu parallel sind. Dagegen bestehen die Fäden der Type 4, abgesehen von den beiden meistens sehr kurzen und der Lampenachse parallelen Schenkeln im Wesentlichen aus geradlinigen Theilen, welche auf der Lampenachse annähernd senkrecht stehen, und aus halbkreisförmigen Verbindungsstücken, welche der Lampenachse nahezu parallel sind bis auf die in der Nähe des Scheitels gelegenen, welche auf derselben ungefähr senkrecht stehen.

Das Verhältniss zwischen der Gesammtlänge L der geradlinigen Theile und der Gesammtlänge L' der halbkreisförmigen Verbindungsstücke betrug bei der

Type	2a	2b, c, d, d*	2e	3a, a*, d	3b	3c	4
etwa	3—4	5—7	0,4—0,6	0,5—1,1	0,3—0,5	0,4	0,7—1,9.

Demnach müssten die untersuchten Bernstein-Lampen, welche der Gestalt nach zu Type 2 gehören, dem Verhältniss L/L' nach eigentlich zu der Type 3 gerechnet werden.

Mit Ausschluss dieser Lampen 2e, welche hohle Kohlenfäden besassen, hatten die übrigen Lampen dünne, massive Fäden mit nahezu kreisförmigem Querschnitt. Die Lampen 2d* und 3a* waren mit Mattglashüllen von solcher Mattirung versehen, dass gerade noch der Kohlenfaden zu erkennen war; alle übrigen Lampen besassen Hüllen aus Klarglas, deren Gestalt zwischen einer nahezu zylinderförmigen und kugelförmigen variirte. Da aus den nachstehenden Tabellen hervorgeht, dass die Lampen mit Mattglas sich im Wesentlichen wie die entsprechenden mit Klarglas verhalten, soll auf eine nähere Diskussion derselben nicht eingegangen werden.

Die Lampen der Type 1 gehörten der Reichsanstalt und waren aus theoretischem Interesse bei der Untersuchung der räumlichen Lichtvertheilung herangezogen. Die übrigen Lampen waren der Reichsanstalt im Verlaufe der letzten Jahre zur Prüfung eingesandt. Es ist deshalb wohl die Annahme berechtigt, dass die untersuchten Lampen die während dieser Zeit in Deutschland in der Beleuchtungstechnik gebräuchlichsten Arten, soweit es sich um nackte Lampen handelt, repräsentiren. Von einer Mittheilung der Untersuchungen von mit Armaturen versehenen Lampen wird hier Abstand genommen, da die Lichtvertheilung von der besonderen Konstruktion abhängig ist und von Fall zu Fall ermittelt werden muss.

Zu erwähnen ist schliesslich noch, dass die Lampentype 3a im Vergleich zu den übrigen am meisten untersucht wurde.

A. Die Lichtvertheilung in der Ebene senkrecht zur Lampenachse.

Die nachstehend angegebenen Richtungen I bis IV gehen von der Lampenmitte aus und liegen in der Ebene senkrecht zur Lampenachse, und zwar bezeichnen

Richtung I und I' diejenigen Richtungen, welche in der Ebene des Kohlenbügels liegen oder ihr parallel sind (Type 2) bezw. den Ebenen der äusseren Win-

dnugen der Schleifen nahezu parallel sind (Type 3) oder in derjenigen Ebene liegen, welche die Lampenachse enthält und den geradlinigen Stücken des wellenförmigen Theils (Type 4) nahezu parallel ist;

Richtung II und II' die zu I und I' senkrechten Richtungen;

Richtung III und III' die Parallelen zur Verbindungslinie der Enden des Glühfadens bei Type 3;

Richtung IV und IV' die zu III und III' senkrechten Richtungen;

Ferner soll im Folgenden J_m die mittlere Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse bezeichnen.

Um ein zuverlässiges Bild der Lichtvertheilung zu erhalten, wurden bei jeder Lampe in aufrechter Stellung in 40 verschiedenen, um je 9° von einander entfernten Richtungen, und sobald sich stärkere, durch die Glashülle veranlasste Reflexe zeigten, auch noch in der Nähe dieser Richtungen Messungen ausgeführt und die beobachteten Lichtstärken sodann in Polarkoordinaten als Funktionen der Ausstrahlungswinkel aufgetragen. Als Anfangsrichtung wurde dabei die Richtung I zu Grunde gelegt.

Kurven der Lichtvertheilung. Als Beispiel mögen die nachstehenden Kurven (Fig. 2 bis 7 a. f. S.) dienen. Von diesen zeigen Fig. 2 bis 4 einen regelmässigen Verlauf. Fig. 5 weist den stärksten Reflex auf, welcher überhaupt beobachtet wurde; derselbe erfolgte in der Richtung III und war um etwa 53% grösser als die Lichtstärke der Umgebung und um 73% grösser als die kleinste Lichtstärke; ausserdem enthält Fig. 5 noch einen zweiten kleineren Reflex in der Nähe von III'. Fig. 6 zeigt zwei in der Nähe von III und IV gelegene Reflexe. Ferner enthält die von einer Bernstein-Lampe herrührende Kurve der Fig. 7 in den Richtungen I und I' Einschnürungen, welche durch eine theilweise Verdeckung der dem Photometer abgewandten Hälfte des Bügels durch dessen vordere Hälfte veranlasst sind. Die den Kurven beigefügten gestrichelten Kreise bezeichnen die mittlere Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse.

Diskussion der Lichtvertheilung. Die Lichtstärken erreichen in der Regel in der Nähe von I ihr Minimum und, abgesehen von Reflexen, in der Nähe von II ihr Maximum, und zwar ist das Licht im Wesentlichen um zwei Achsen symmetrisch vertheilt, welche ebenfalls in der Nähe von I und II liegen; in zwei um 180° entfernten Richtungen hatten die Lichtstärken bei allen Lampen nahezu denselben Werth.

Die kleinsten Lichtstärkeschwankungen wurden bei den Lampen 2a bis 2d, die grössten bei der Type 4 beobachtet. Es ergab sich nämlich, wenn unter dem Maximum der grösste nach Ausschluss der Reflexe gefundene Werth verstanden wird, das Verhältniss aus dem Maximum und Minimum für die

Type	2a	2b	2c	2d	2d*	2e	3a	3a*	3b	3c	3d	4
zu	1,10	1,05	1,07	1,17	1,06	1,72	1,19	1,14	1,34	1,27	1,26	2,8.

Diese Zahlen sind Mittelwerthe aus Grössen, welche zum Theil beträchtlich von einander abweichen. Für die Type 4 z. B. schwankten diese Zahlen zwischen 3,6 und 2,4, sodass der oben angegebene Mittelwerth nur als ein Annäherungswerth aufzufassen ist.

Bei den Lampen der Type 3 besitzt die Richtung III, welche in den meisten Fällen in der Ebene der Schenkel oder derselben sehr nahe liegt, in Bezug auf die Lichtvertheilung keine bevorzugte Lage, da sie meistens einen mehr oder minder grossen Winkel mit der Richtung I einschliesst. Hierbei soll noch darauf hingewiesen werden, dass dieser Winkel bei der Type 3a selbst für solche Lampen, welche gleichzeitig von derselben Fabrik eingesandt waren und ungefähr die gleiche Lichtstärke sowie dieselben elektrischen Konstanten besassen, häufig recht erheblich schwankte.

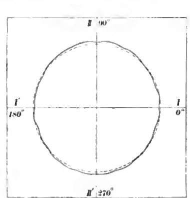


Fig. 2 (Type 2a).



Fig. 3 (Type 3b).

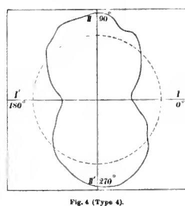


Fig. 4 (Type 4).

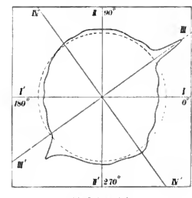


Fig. 5 (Type 3a).

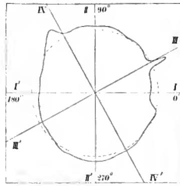


Fig. 6 (Type 3a).

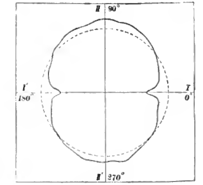


Fig. 7 (Type 2c).

Die *Reflexe*, welche durch die Glashülle veranlasst werden, erfolgten ganz unregelmässig. Am häufigsten traten sie indess bei der Type 2 in der Richtung I und bei der Type 3 in der Richtung III (vgl. Fig. 5 und 6) auf, offenbar, weil sich dann die Schenkel in der Brennfläche desjenigen Theiles der Glashülle befanden, der in der Schenkelebene als Hohlspiegel in Betracht kommt. Bei der Type 4 wurden nur ganz geringe Reflexe beobachtet, was vielleicht auf einen Zufall zurückzuführen ist.

In der Richtung II sind bei keiner Lampe Reflexe gefunden worden, und es ist auch wohl anzunehmen, dass bei den Lampen 2 und 3a mit den bisher gebräuchlichen Glashüllen in dieser Richtung Reflexe selten vorkommen; eher dürften sie vielleicht indessen bei breiteren Lampen 3c und mehr ausgebauchten Lampen 4 zu erwarten sein. In der Nähe von II änderte sich die Lichtstärke im Allgemeinen nur wenig mit der Ausstrahlungsrichtung.

Stärkere Abblendungen, welche durch Verdeckung der hinteren durch die vorderen Fadentheile veranlasst waren, wurden nur bei der Lampentype 2e gefunden; bei den Lampen 2 und 3a wurden in der Richtung I bezw. III, wo man eher Abblendungen erwarten sollte, wie oben erwähnt, häufiger sogar Reflexe beobachtet.

Normallampen. Dieselben dienen zur Festlegung einer bestimmten mittleren räumlichen Lichtstärke oder einer bestimmten mittleren Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse oder einer bestimmten Lichtstärke durch Benutzung einer einzigen Ausstrahlungsrichtung. Für den letzteren Zweck werden meistens bügelförmige oder einfach schleifenförmige Lampen benutzt, und zwar wird für die ersteren gewöhnlich die Richtung II, zuweilen auch die Richtung I, dagegen für die letzteren meistens IV oder III zu Grunde gelegt. Aus dem Vorstehenden geht nun hervor, dass die Richtung I bezw. III und IV als Ausstrahlungsrichtungen für Normallampen nicht immer geeignet sind.

Als Beispiel möge hier wieder die in Fig. 6 gekennzeichnete Lampe erwähnt werden, welche als Normallampe benutzt werden sollte und in den Richtungen III und IV zu photometriren war. In Folge der Reflexe in der Nähe dieser Richtungen ergaben sich für die Lichtstärken Werthe, die zwischen 15,1 und 19,3 Kerzen, bezw. 16,5 und 17,5 Kerzen schwankten, als man die Lampe mehrfach aus der Stellung, in welcher sich die Richtung III bezw. IV in der Achse der Photometerbank befand, herausdrehte und sodann mit der Hand nach Möglichkeit wieder in dieselbe einstellte. Die beiden vorgeschriebenen Ausstrahlungsrichtungen waren also für diese Lampe unbrauchbar, während sich die Richtung II (oder II') als geeigneter erwies. Jedenfalls sollte man sich für solche Normallampen Richtungen aussuchen, bei denen die Lichtstärke von der Ausstrahlungsrichtung möglichst unabhängig ist. Am geeignetsten sind zu dem angegebenen Zwecke, schon mit Rücksicht auf die verhältnissmässig kleinen Schwankungen zwischen dem Maximum und Minimum, Glühlampen mit einfachem Kohlenbügel, insbesondere wenn letzterer auf der Achse der Photometerbank senkrecht steht.

Bestimmung der mittleren Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse. Bei den vorliegenden Untersuchungen wurde dieselbe im Allgemeinen als das Mittel aus den in den 40 verschiedenen Richtungen gefundenen Werthen und, wenn sich in Ausnahmefällen stärkere Reflexe ausserhalb dieser Richtungen zeigten, durch ein einfaches planimetrisches Verfahren unter Berücksichtigung dieser Reflexe berechnet. In der Praxis ist es jedoch gebräuchlich, entweder unter Benutzung eines Korrektionsfaktors Messungen in einer einzigen Richtung oder Messungen in einer beschränkteren Zahl von Richtungen zu machen und das Mittel aus diesen Werthen zu nehmen.

Zunächst ist klar, dass für Messungen in einer Richtung nur II in Frage kommen konnte, und zwar ergab sich der Faktor, mit welchem man den in dieser Richtung gefundenen Werth multipliziren muss, um die mittlere Lichtstärke J_m zu erhalten, für die

Type 2a bis 2d zu	0,99	(± 2,0 %)
„ 2e „	0,88	
„ 3a und 3d „	0,94	
„ 3b „ 3c „	0,90	
„ 4 „	0,73	

Diese Zahlen sind jedoch nur als Mittelwerthe für die untersuchten Lampen anzusehen, da sie wesentlich von der Gestalt des Fadens abhängen.

Von den Messungen in zwei zu einander senkrechten Richtungen ist, schon mit Rücksicht auf die zu befürchtenden Reflexe, Abstand zu nehmen. Dagegen erhält man die mittlere Lichtstärke J_m mit hinreichender Genauigkeit als das Mittel M aus den Lichtstärken in 3 je 120° entfernten Richtungen. Freilich wurden in Folge von Reflexen bei der Lampe der Type 3a, auf welche sich Fig. 5 bezieht, noch Fehler bis zu 17 % beobachtet. Der Maximalfehler sank aber auf

	10	5	2,1 %
bei Messungen in	5	10	20

in gleichen Abständen liegenden Richtungen.

Nachstehende Tab. 1 enthält nun die Ergebnisse der in 3 und mehr Richtungen ausgeführten Messungen, und zwar bezeichnen

f den mittleren prozentualen Fehler $M-J_m$,

f_1 die grössten Fehler $M-J_m$ nach oben und unten.

Tabelle 1.

Anzahl der Richtungen	Bezeichnung einer der Richtungen	Type 2a—2d			Type 3a			Type 3b, 3c, 3d			Type 4		
		f	f_1		f	f_1		f	f_1		f	f_1	
		±	+	—	±	+	—	±	+	—	±	+	—
3	Richtung II	1,0	2	3	2,0	7	3	1,5	4	2	1,0	2	1
3	„ IV				1,9	6	3						
3	beliebig	2,1	13	3	2,4	17	5	1,7	4	3	1,1	3	3
5	„	1,5	7	3	1,6	10	3	1,3	4	2	0,6	1	1
10	„	0,9	3	1	1,0	5	2	0,8	1	1	0,5	1	1
20	„	0,4	1	1	0,5	2,1	1,4	0,4	0,5	0,5	0	0,2	0,2

Bei den Lampen 2e war das Mittel aus den Lichtstärken in der Richtung II und den beiden um 120° entfernten durchschnittlich um 2 % zu gross; die übrigen Zahlen stimmten im Wesentlichen mit den entsprechenden der anderen Typen 2 überein. Die mattirten Lampen 2d* und 3a* gaben, weil durch die Mattirung die Lichtvertheilung etwas gleichmässiger gemacht wurde, dementsprechend auch kleinere Fehler als die Lampen 2d und 3a.

Wie man sieht, sind die für Type 4 gefundenen Zahlen trotz der bedeutenden Schwankungen zwischen Maximum und Minimum durchweg am kleinsten, was darauf zurückzuführen ist, dass bei diesen Lampen nur geringe Reflexe gefunden wurden. Die Lampen 3a ergaben in Folge grösserer Reflexe auch grössere Fehler als die übrigen Typen 3. Beim Messen in 3 Richtungen wurden bei den Lampen 3a nahezu dieselben Fehler gefunden, gleichviel ob die Richtung II oder IV als eine dieser Ausstrahlungsrichtungen benutzt wurde.

Beim Messen in 40 Richtungen erhielt man die richtige Lichtstärke, ausgenommen bei mehreren Lampen der Type 3a mit sehr starken Reflexen ausserhalb der 40 Richtungen, bei welchen der Mittelwerth aus den 40 Zahlen bis zu 0,6 % zu klein war.

Die mittlere Lichtstärke in einem von den Richtungen I (I') und II (II') begrenzten Quadranten wich von der mittleren Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse bei

Type	2	3	4
im Mittel um	± 1,5	± 2,0	± 4,1 %

ab; der grössere Werth für die Type 4 rührt daher, dass ein geringer Fehler der Einstellung der Richtung I in die Achse der Photometerbank schon einen grossen Einfluss ausübt.

Dagegen sank die Schwankung bei allen Typen auf etwa ± 0,5 % herab, wenn die mittlere Lichtstärke in zwei aufeinander folgenden Quadranten in Rechnung gezogen wurde.

Einen genauen Werth für J_m erhält man stets durch eine einzige Messung mittels eines rotirenden Spiegels, der gegen die Lampenachse um etwa 45° geneigt ist und die senkrecht von der Lampenachse ausgehenden Strahlen nach einander ins Photometer wirft. Bei dieser Anordnung muss die zu messende Lampe so aufgestellt werden, dass sich ihre Achse in der optischen Achse der Photometerbank befindet. Ferner müssen durch einen mit dem rotirenden Spiegel fest verbundenen Schirm die direkten Strahlen abgeblendet werden.

In ähnlicher Weise lässt sich die Lichtstärke bestimmen, wenn man den rotirenden Spiegel durch 10 feststehende, je etwa 45° gegen die Lampenachse geneigte, unbelegte Spiegelglasscheiben ersetzt, die so angeordnet werden, dass sie die Seitenflächen einer abgestumpften Pyramide bilden, deren Grundflächen regelmässige Zehnecke sind. Nach Tab. 1 erhält man die Lichtstärke dann auf etwa ± 1 % genau. Ein Uebelstand bei diesem Apparat ist jedoch das leichte Verstauben der Glasplatten.

Die vom Verbande Deutscher Elektrotechniker angenommene Spiegelmethode. Bei der Frage nach der Bestimmung der mittleren Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse hat sich der Verband für die folgende Methode des Messens unter drei Ausstrahlungsrichtungen entschieden.

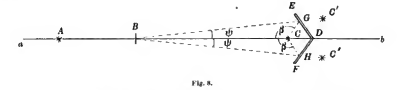


Fig. 8.

Auf der Photometerbank *a b* (Fig. 8) befinde sich in *A* die konstante Vergleichslichtquelle, in *B* der Photometerschirm, in *C* die Normallampe bezw. die zu messende Lampe, welche aufrecht so aufgestellt ist, dass die Verbindungslinie der Enden des Kohlenfadens auf der Achse der Photometerbank senkrecht steht. In der vertikalen, 90 *mm* von *C* entfernten Kante *D* stossen die beiden symmetrisch zu *a b* aufgestellten, um 120° gegen einander geneigten Spiegel *DE* und *DF* zusammen, sodass von der Lampe *C* 1) die direkten Strahlen *CB* und 2) die Strahlen *CG* und *CH* auf den Wegen *CGB* und *CHB* auf das Photometer fallen. Die Bank trägt eine Kerzen-

theilung, welche nach dem Entfernungsgesetz in der Weise berechnet ist, dass der Nullpunkt dem Scheitel des Winkelspiegels entspricht und der Theilstrich 10 Kerzen um 1 *m* von dem Nullpunkt entfernt ist. Die Messung geschieht nun in folgender Weise: Zunächst werden die Vergleichslichtquelle und die Normallampe C_0, welch letztere mit der zu messenden Lampe C in Spannung und Lichtstärke möglichst übereinstimmen soll, mittels geeigneter Spannungsmesser auf die vorgeschriebenen Spannungen einregulirt. Sodann wird der Photometerschirm auf den der Lichtstärke von C_0 entsprechenden Theilstrich eingestellt und durch Verschieben von A eine photometrische Einstellung ausgeführt. Nachdem hierauf A mit B fest verbunden ist, wird die zu messende Lampe C an die Stelle der Normallampe gesetzt und entweder durch Aendern der Spannung von C bei feststehendem Photometer oder durch Verschieben des Photometers eine Messung gemacht, je nachdem die Lampe C bei der mittleren Lichtstärke von C_0 oder bei gegebener Spannung geprüft werden soll.

Bei Messungen nach der Winkelspiegelmethode entstehende Fehler. a) Durch Beobachtung gefundene Fehler. Nach dieser Vorschrift wurden mit fünf verschiedenen Sendungen von Lampen Messungen ausgeführt. Bei den Sendungen Nr. 1 und 2 handelte es sich um Lampen mit Bügel (Type 2a), bei den übrigen um Lampen mit einfacher Schleife (Type 3a), und zwar besassen die Lampen der Sendungen Nr. 1 bis 4 eine Lichtstärke von 16, die der Sendung Nr. 5 eine solche von 25 Kerzen. Bei jeder Messung wurden als Normallampen Lampen derselben Sendung benutzt. Ferner wurden trotz der Ungleichheit der Lichtstärken die Lampen der Sendung Nr. 5 durch solche der Sendung Nr. 4 gemessen. Der Vorschrift gemäss befand sich stets die Ebene des Bügels bezw. die Verbindungslinie der Befestigungspunkte des schleifenförmigen Fadens, also die Richtung I bezw. III senkrecht zur Achse der Photometerbank, demnach die Richtung II bezw. IV in der Achse der Photometerbank (Prüfungen Nr. 1 bis 6).

Hieran wurden bei den mit Schleifen versehenen Lampen die Messungen wiederholt, nachdem entgegen der Vorschrift die Normallampe und die zu messende Lampe so gedreht worden waren, dass die Richtung I, demnach auch die Horizontal-Linien in der Ebene einer der äusseren Windungen der Schleife, nahe dem Scheitel (Prüfungen Nr. 7 bis 10) oder eine beliebige Ausstrahlungsrichtung (Prüfungen Nr. 11 bis 14) auf der Photometerachse senkrecht standen.

Alle Lampen hielten sich während dieser Prüfungen konstant und wurden überdies vor und nach denselben direkt nach der Methode des rotirenden Spiegels gemessen.

Das Prüfungsergebniss ist in der Tab. 2 zusammengestellt.

Es wurden also, wie in Folge von Reflexen zu erwarten war, grössere Fehler beobachtet, wenn man die Lampen beliebig aufstellte, während die Fehler fast gleich waren, wenn man den Lampen eine solche Stellung gab, dass sich die Richtung III oder I senkrecht zur Achse der Photometerbank befand.

Ferner wurden beim Messen der Lampen der Sendung Nr. 5 im Wesentlichen dieselben Fehler gemacht, gleichviel ob als Normallampen Lampen derselben Sendung oder solche der Sendung Nr. 4, welche eine geringere Lichtstärke besassen, benutzt wurden.

Der mittlere Fehler einer der Vorschrift gemäss ausgeführten Messung betrug bei diesen Versuchen $\pm$ 1,9%.

β) Aus der beobachteten Lichtvertheilung berechnete Fehler. Hierbei sollen nicht allein die Lampen 2a, 2b und 3a, auf welche sich der Vorschlag des Verbandes Deutscher Elektrotechniker beschränkte, sondern die sämmtlichen Typen 2, 3 und 4 zur Untersuchung gelangen.

Tabelle 2.

Prüfung Nr.	Zu messende Lampe Sendung Nr.	Normal-lampe Sendung Nr.	Mittlerer Fehler einer Messung in % ±	Grösster absoluter Fehler einer Messung in %
1	1	1	1,4	3
2	2	2	1,1	2
3	3	3	2,0	6
4	4	4	1,2	2
5	5	5	2,1	5
6	5	4	1,6	4
7	3	3	2,8	9
8	4	4	1,2	3
9	5	5	1,5	4
10	5	4	1,8	4
11	3	3	4,3	13
12	4	4	1,1	3
13	5	5	1,7	4
14	5	4	1,7	4

Setzen wir (Fig. 8) $BD = p$, $CD = c$ und $BC' = BC'' = b$, wo C' und C'' die Spiegelbilder von C sind; bezeichnen wir ferner die Lichtstärke der Lampe C in der Richtung der direkten Strahlen CB mit J_1, die Lichtstärke in den seitlichen Richtungen CG und CH mit J_2 und J_3; setzen wir endlich die Reflexionskonstante der beiden aus einem Stücke geschnittenen Spiegel, d. h. das Verhältniss aus der zurückgestrahlten zur auffallenden Lichtenergie gleich σ und den sehr kleinen Winkel, welchen die Richtung BC mit BG und BH einschliesst, gleich ψ, so wird, da $\measuredangle EDF = 120^0$ sein soll,

$$b^2 = p^2 + c^2 + pc.$$

Demnach herrscht, wenn wir die Grösse

$$\varepsilon = \frac{\sigma \cos \psi}{1 + \frac{3pc}{(p-c)^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

einführen, im Photometer die Beleuchtungsstärke

$$E = \frac{J_1 + \varepsilon (J_2 + J_3)}{(p-c)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

In der Tab. 3 sind nun für verschiedene Entfernungen p in *mm* unter Benutzung des vorgeschriebenen Werthes $c = 90$ *mm* die Werthe der folgenden Grössen zusammengestellt: des Winkels ψ; des Winkels β, den die Richtung CB mit CG und CH einschliesst; der Lichtstärke J, welche man an der Kerzentheilung, wie sie bei der Winkelspiegel-Methode vorgeschrieben ist, abliest; des Faktors ε, berechnet für den Werth $\log \sigma = 0{,}9700 - 1$, der sich auf gut versilberte Spiegel bezieht und den nachfolgenden Rechnungen zu Grunde gelegt werden soll.

Tabelle 3.

	Entfernung p zwischen der Kante des Winkelspiegels und dem Photometer in *mm*							
	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000
ψ	6,9	5,3	4,3	3,6	3,1	2,7	2,4	2,2
β	126,9	125,3	124,3	123,6	123,1	122,7	122,4	122,2
J	3,6	6,4	10,0	14,4	19,6	25,6	32,4	40,0
ε	0,571	0,651	0,702	0,738	0,764	0,784	0,800	0,812

Demnach sind bei Lampen von 4 10 16 25 40 Kerzen die Lichtstärke J_1 in der Richtung der direkten Strahlen CB sowie die Lichtstärken J_2 und J_3 in den um $\beta =$ etwa 127° 124° 123° 123° 122° von CB entfernten, seitlichen Strahlen CG und CH in Rechnung zu ziehen.

Es mögen jetzt gegeben sein

a) die Normallampe C_0, welche bei der Spannung V_0 die mittlere Lichtstärke J_m^0 und in den Richtungen CB, CG und CH die Lichtstärken J_1^0, J_2^0, J_3^0 besitzt,

b) die zu messende Lampe C, welche bei der Spannung V die entsprechenden Lichtstärken J_m, J_1, J_2, J_3 besitzt,

und es soll der Fehler bestimmt werden, welcher bei der Licht- und Spannungsmessung begangen wird, wenn die Prüfung bei der mittleren Lichtstärke J_m^0 ausgeführt wird.

Der Vorschrift gemäss muss zunächst das Photometer auf den Theilstrich J_m^0 der Kerzentheilung, also in der Entfernung

$$p_0 = 1000\sqrt{\frac{J_m^0}{10}}$$

aufgestellt und darauf die Vergleichslichtquelle so weit verschoben werden, bis auf beiden Seiten des Photometers die Beleuchtungsstärke

$$E = \frac{J_1^0 + \varepsilon_0 (J_2^0 + J_3^0)}{(p_0 - c)^2}$$

herrscht, wo ε_0 aus der Entfernung p_0 mittels Gl. 1) berechnet oder aus Tab. 3 abgelesen wird.

Wenn man sodann die Normallampe durch die zu messende Lampe C ersetzt, muss bei unveränderter Photometerstellung die Spannung von C so lange regulirt werden, bis auf der Seite von C die Photometerhelligkeit wieder gleich E wird.

Durch das Reguliren ändert sich die Spannung V in V' und die mittlere Lichtstärke J_m der Lampe C in $x\,J_m$, wo x aus der Gleichung

$$x\left\{J_1 + \varepsilon_0 (J_2 + J_3)\right\} = J_1^0 + \varepsilon_0 (J_2^0 + J_3^0)$$

gefunden wird.

Demnach erhält man bei der Spannung V' das Verhältniss aus der an der Kerzentheilung abgelesenen Lichtstärke und der wahren Lichtstärke aus der Gleichung

$$\frac{J_m^0}{x\,J_m} = \frac{J_1 + \varepsilon_0 (J_2 + J_3)}{J_1^0 + \varepsilon_0 (J_2^0 + J_3^0)} \cdot \frac{J_m^0}{J_m} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Dieser Gleichung lässt sich eine für die Rechnung und für die Beurtheilung der Fehlerquellen bequemere Form geben, wenn wir

$$\frac{J_m^0}{x\,J_m} = 1 + 0{,}01\;F \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

setzen, also den prozentualen Fehler mit F bezeichnen, und wenn wir ferner setzen

$$\frac{J_1 + \varepsilon_0 (J_2 + J_3)}{J_m (1 + 2\varepsilon_0)} = 1 + 0{,}01 f \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

$$\frac{J_1^0 + \varepsilon_0 (J_2^0 + J_3^0)}{J_m^0 (1 + 2\varepsilon_0)} = 1 + 0{,}01 f_0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Hierdurch geht Gl. 3) über in

$$F = \frac{f - f_0}{1 + 0{,}01 f_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

Mithin ist die beobachtete Spannung V' im Vergleich zu der bei der wirklichen Lichtstärke J_m^0 um

$$F' = -\frac{F}{n + 0{,}01\,F} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 7a)$$

falsch, wenn sich die Lichtstärke in der Nähe der beobachteten n-mal so schnell als die Spannung ändert.

Denkt man sich nun C_0 durch eine fingirte Normallampe C_0' ersetzt, welche nach allen Richtungen die gleiche Lichtstärke J_m^0 besitzt, so würde man jetzt statt der Photometerhelligkeit E die Helligkeit

$$E_0 = \frac{J_m^0 (1 + 2\varepsilon_0)}{(\rho_0 - c)^2} = \frac{E}{1 + 0{,}01 f_0} \text{ einstellen und } \frac{J_m^0}{x\,J_m} = 1 + 0{,}01 f \text{ finden.}$$

Demnach bedeutet

f_0 den Fehler, um welchen man in Folge der Ungleichseitigkeit der Normallampe C_0 die Photometerhelligkeit falsch einstellen würde im Vergleich zu der fingirten Lampe C_0',

f den Fehler in der Lichtstärkenbestimmung, den man in Folge der Ungleichseitigkeit der zu messenden Lampe unter Benutzung von C_0' machen würde.

Beispiel. Als Beispiel wollen wir eine Glühlampe C mit einfacher Schleife wählen, deren Lichtvertheilung bei einer mittleren Lichtstärke $J_m = 10{,}5$ bekannt ist, und welche mittels einer 10-kerzigen Normallampe C_0 mit ebenfalls bekannter Lichtvertheilung nach den Vorschriften der Winkelspiegel-Methode bei einer Lichtstärke von 10 Kerzen geprüft werden soll.

In Betracht kommen alsdann die Lichtstärken beider Lampen

1. in der Richtung IV,
2. in den beiden um 124° von IV entfernten Richtungen, und zwar sei für die

Lampe C bei $J_m = 10{,}5$: $J_1 = 11{,}1$; $J_2 = 10{,}2$; $J_3 = 11{,}4$ Kerzen,
Lampe C_0 bei $J_m^0 = 10{,}0$: $J_1^0 = 10{,}6$; $J_2^0 = 9{,}3$; $J_3^0 = 9{,}5$ Kerzen.

Nach Tab. 3 ist dann $\varepsilon_0 = 0{,}702$; demnach laut Gl. 5) und 6) $f = 4{,}0\,\%$ und $f_0 = -1{,}0\,\%$, folglich nach Gl. 7) $F = 5{,}1\,\%$.

Die photometrische Messung von C ist also um $5{,}1\,\%$ falsch, also nach Gl. 7a die beobachtete Spannung V' um $0{,}9\,\%$ zu klein, falls sich die Lichtstärke 5,5-mal so schnell als die Spannung ändert.

Würde man Messungen bei 20 Kerzen auszuführen haben, so hätte man nach Tab. 3 $\varepsilon = 0{,}765$ zu setzen; da sich die f und f_0 jedoch allgemein nur langsam mit der Grösse ε ändern, so kann man statt des aus der Tabelle gefundenen Werthes auch irgend einen benachbarten, z. B. 0,75 setzen, wodurch die Rechnung vereinfacht wird.

Es wurden nun bei jeder Lampentype von den auf Lichtvertheilung untersuchten Lampen diejenigen, welche nahezu die gleiche Lichtstärke und ungefähr dieselbe Gestalt besassen, zusammengestellt, und es wurden sodann die Fehler F bestimmt, die sich ergeben würden, wenn jede dieser ungefähr gleich hellen Lampen als Normallampe benutzt und die übrigen mittels dieser Normallampen bei der mittleren Lichtstärke der letzteren gemessen und die Lampen so aufgestellt würden, dass die Richtung II und bei den Lampen 3a, 3d ausserdem noch die Richtung IV in die Achse der Photometerbank kam. Dabei ergab sich, dass die f und f_0 bei den Lampen 2a bis 2d, gleichviel ob es sich um hellere oder dunklere Lampen handelte, im Durchschnitt gleich waren, dagegen bei der Type 3 und mehr noch bei den Typen 2e

und 4 durchschnittlich in dem Sinne variirten, dass helleren Lampen etwas kleinere Werthe f, f_0 entsprachen; jedoch war der Unterschied für Lampen, deren Lichtstärkenverhältniss bis etwa 1,6 betrug, im Allgemeinen zu vernachlässigen. Nachstehende Tabelle enthält unter Annahme von $\log \sigma = 0{,}9700 - 1$ das Ergebniss dieser Rechnungen, bei denen vorausgesetzt wurde, dass die Lichtstärke J_m^0 der Normallampe genau bekannt ist und die Spannungsmesser richtig zeigen, obwohl die durch die letzteren veranlassten Fehler sich bei der Versuchsanordnung zum Theil wieder herausheben.

Tabelle 4.

Type	Ausstrahlungsrichtung, welche sich in der Achse der Photometerbank befindet	f, f_0 etwa	Fehler einer photometrischen Messung F in % mittlerer ±	Fehler einer photometrischen Messung F in % grösster, etwa + oder −	Fehler einer Spannungsmessung F' in % mittlerer ±	Fehler einer Spannungsmessung F' in % grösster, etwa + oder −
2a, 2b, 2c, 2d	II	0	1,4	4	0,3	0,7
2c	II	5	2,1	5	0,4	0,9
3a, 3d	IV	0	2,2	7	0,4	1,3
3a, 3d	II	1	2,4	9	0,4	1,8
3b, 3c	II	2,5	2,3	6	0,4	1,1
4	II	8	2,0	5	0,4	0,9

Hierin sind die Zahlen von F' aus denen von F mittels der Gl. 7a) unter Zugrundelegung von $n = 5{,}5$ abgeleitet.

Ferner wurden bei diesen Lampen die Fehler untersucht, welche sich ergeben würden, wenn nicht die Richtung II oder IV, sondern eine beliebige in die Achse der Photometerbank gebracht würde. Von solchen Messungen ist in der Technik jedoch Abstand zu nehmen, erstens wegen der Gefahr von Reflexen und zweitens, weil sich die f, f_0 bei der Type 3a etwas, bei den Typen 3b und 3c noch mehr und bei der Type 4 sehr stark mit der Stellung der Lampen in der Weise ändern, dass die grössten bezw. kleinsten Werthe erhalten werden, wenn man sich die Lampen so aufgestellt denkt, dass die direkten Strahlen etwa in der Richtung II oder I ins Photometer geworfen werden; so ergab sich beispielsweise für eine willkürlich herausgegriffene Lampe der Type 4 in den beiden eben genannten Stellungen $f = 11{,}9$ bezw. $-6{,}7$ %.

Wird die Lampe C, deren Lichtvertheilung bei der Lichtstärke J_m bekannt ist, bei einer benachbarten Lichtstärke J_m' geprüft, welche aber von der Lichtstärke J_m^0 der Normallampe C_0 abweicht, so wird der bei der photometrischen Messung begangene Fehler F gefunden aus

$$1 + 0{,}01\,F = (1 + 0{,}01\,F_0) \cdot \frac{1 + 0{,}01\,f}{1 + 0{,}01\,f_0} \quad \ldots \ldots \quad 8)$$

wenn gesetzt wird

$$1 + 0{,}01\,F_0 = \frac{p^2}{p_0^2} \cdot \frac{(p_0 - c)^2}{(p - c)^2} \cdot \frac{1 + 2\,\varepsilon}{1 + 2\,\varepsilon_0} \quad \ldots \ldots \quad 9)$$

wo p_0, ε_0 bezw. p, ε sich auf den Theilstrich J_m^0 bezw. J_m' der vorgeschriebenen Kerzentheilung beziehen, und wenn ferner f_0 durch die Gl. 6) und f durch die Gl. 5), in welch letzterer indessen ε an Stelle von ε_0 zu setzen ist, definirt werden.

Wenn die Prüfung von C bei gegebener Spannung ausgeführt werden soll, hätte man für p und ε diejenigen Werthe zu nehmen, welche sich bei der zu ermittelnden Lichtstärke ergeben; jedoch genügt es vollkommen, wenn man statt dessen die auf die Lichtstärke J_m bezüglichen Werthe oder gar benachbarte nimmt.

Wird also C mittels einer helleren oder dunkleren Normallampe gemessen, so tritt bei der Bestimmung von F zu den durch die Ungleichseitigkeit der beiden Lampen veranlassten Fehlern f und f_0 noch die Grösse F_0 hinzu, welche von der Ungleichseitigkeit unabhängig ist und durch den Umstand veranlasst wird, dass der Nullpunkt der Theilung in der Kante des Winkelspiegels liegt.

F_0 wird nahezu gleich Null, wenn J_m^0 nur wenig (etwa bis 20 %) von J_m' abweicht. Demnach gelten die in Tab. 4 mitgetheilten Zahlen für F, welche für den Fall berechnet wurden, dass die Lampe C bei der Lichtstärke der Normallampe geprüft würde, auch dann noch, wenn die Prüfung bei gegebener Spannung ausgeführt wird, falls die ermittelte Lichtstärke nicht weit von der Lichtstärke J_m^0 der Normallampe verschieden ist.

Die vom Verbande Deutscher Elektrotechniker für die Lampen 2a, 2b und 3a angenommene Spiegelmethode lässt sich demnach auch für die übrigen hier untersuchten Lampentypen mit einer für die Zwecke der Praxis im Allgemeinen befriedigenden Genauigkeit verwenden, vorausgesetzt, dass die zu messende Lampe und die Normallampe derselben Art angehören, ungefähr gleich hell sind und so aufgestellt werden, dass die direkten Strahlen in der Richtung II oder bei den Lampen 3a auch in der Richtung IV ins Photometer fallen. Jedoch kann man allenfalls noch die Lampen 3a durch die Lampen 2a bis 2d wegen der verhältnissmässig geringen Schwankungen der f bei den letzteren messen. Freilich können bei dieser Winkelspiegel-Methode, weil sie im Grunde genommen auf ein Messen in nur drei Ausstrahlungsrichtungen hinausläuft, in Folge von Reflexen unter Umständen noch recht erhebliche Fehler begangen werden.

Auch, wenn die Lichtstärken der beiden zu vergleichenden Lampen beträchtlich von einander verschieden sind, bleibt F_0 im Allgemeinen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler. Wird als Normallampe z. B. eine 10-kerzige Lampe benutzt, so wird beim Prüfen einer Lampe von

	3,6	6,4	14,4	19,6	25,6	32,4	40,0 Kerzen
F_0 =	2,1	0,6	− 0,3	− 0,6	− 0,7	− 0,8	− 0,9 %

Grössere Werthe F_0 treten also erst beim Prüfen einer Lampe von 4 Kerzen auf, während für Lichtstärken zwischen 6 und 40 Kerzen der absolute Werth von F_0 unter 1 % bleibt.

Da nun die f und f_0 der Tab. 4 für Lampen derselben Art durchschnittlich nur unwesentlich von einander verschieden sind, falls das Lichtstärkenverhältniss etwa 1,6 nicht überschreitet, so kann man mit Rücksicht auf den kleinen Betrag von F_0 unmittelbar hellere und dunklere Lampen, z. B. 16- mit 10-kerzigen oder 25- mit 16-kerzigen u. s. w. mit ungefähr derselben Genauigkeit wie zwei gleichkerzige Lampen messen.

(Fortsetzung folgt.)

Die Thätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in der Zeit vom 1. Februar 1898 bis 31. Januar 1899[1].

A. Allgemeines.

Zum Zwecke der von der Reichsregierung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt übertragenen Ausarbeitung der Ausführungsbestimmungen zu § 5 des Gesetzes betr. die elektrischen Maasseinheiten wurde eine Kommission gebildet, bestehend aus den Hrn. Kohlrausch, Hagen, Feussner, Jaeger, Holborn und Lindeck von der Reichsanstalt, ferner den Hrn. Dr. Kallmann, Elektriker der Stadt Berlin, Dr. Strecker, Ober-Telegraphen-Ingenieur des Reichspostamts, Mitglied des Kuratoriums der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, und den von dem Verbande Deutscher Elektrotechniker bezeichneten Hrn. Professor Dr. Budde, Direktor des Charlottenburger Werks der Firma Siemens & Halske, von Dolivo-Dobrowolsky von der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft, Dr. Hamburger von der Union-Elektrizitätsgesellschaft, Kapp, Generalsekretär des Verbandes Deutscher Elektrotechniker, Dr. Raps von der Aktiengesellschaft Siemens & Halske und Oberingenieur Dr. Möllinger von der Elektrizitäts-Aktiengesellschaft vormals Schuckert & Co.

Um von der Organisation und den Arbeiten der Reichsanstalt Kenntniss zu nehmen, besichtigten dieselbe im Auftrage der Englischen Regierung am 1. und 2. April 1898 die Mitglieder des *National Physical Laboratory Committee* Prof. Rücker, Sir Andrew Noble, Mr. Alex. Siemens, Mr. Chalmers und Mr. Blakesley.

Zu dem gleichen Zweck erbat die Amerikanische Botschaft eingehendes Material, welches ihr zugestellt wurde.

B. Erste (Physikalische) Abtheilung.

1. Thermische Arbeiten[2]. *Dichte des Wasserdampfes*[3].

Die Versuche zur Bestimmung der Dichte des Wasserdampfes für Drucke zwischen 1 und 20 Atmosphären haben in Angriff genommen werden können. Bei höherem Druck sind bisher zwei Versuche durchgeführt worden; das vorläufige Resultat, nach welchem die Dampfdichte bei 185° etwa $^1/_8$ grösser als die nach dem Avogadro'schen Gesetze berechnete Dichte ist, stimmt hinreichend mit demjenigen überein, welches sich theoretisch aus dem Verlauf der Dampfkurve und der Verdampfungswärme berechnen lässt. Man kann voraussehen, dass die Methode bei höherer Temperatur unmittelbar brauchbare Resultate geben wird.

Dagegen fällt das unmittelbare Ergebniss der zahlreicheren Versuche in der Nähe von 100° nicht mit dem theoretisch errechneten zusammen, obgleich gerade hier die Daten für die Rechnung zuverlässig bekannt sind. Die Versuche ergeben vielmehr eine um $^1/_{10}$ zu grosse Dichte.

Es liegt nahe, als Ursache dieser Abweichung, die auch bei der durch den Versuch mitbestimmten Aenderung des Volumens mit dem Drucke bei gleichbleibender Temperatur auftritt, die Bildung einer Wasserhaut an den Gefässwänden anzunehmen, deren Dicke von der Temperatur und dem Drucke des Dampfes abhängig wäre. Diese Dicke müsste aber für gesättigten Dampf bei Atmosphärendruck etwa 0,0005 *mm* betragen, wenn man die Wände als glatt voraussetzt, einige hundertmal mehr, als nach den Angaben von Warburg und Ihmori für glatte Wände und in Wasser unlösbare Substanzen anzunehmen erlaubt ist. Nun sind die Wände zwar nicht glatt, sondern mit feinem Rost bedeckt, und es ist bemerkens-

[1]) Auszug aus dem dem Kuratorium der Reichsanstalt im März 1899 erstatteten Thätigkeitsbericht. Die Zahl der an der Anstalt ständig beschäftigten Personen beträgt 80. Als wissenschaftliche Gäste und freiwillige Mitarbeiter gehörten ausserdem der Abtheilung I Hr. Prof. Dr. Pringsheim, der Abtheilung II Hr. Prof. Dr. Rubens an.

[2]) Im Folgenden sind die Namen derjenigen Beamten, welchen die betreffenden Arbeiten übertragen waren, in Anmerkungen zu den einzelnen Nummern des Textes aufgeführt.

[3]) Thiesen, Scheel.

werth, dass ein Anstieg des Fehlers mit der Zeit angedeutet ist; andererseits hat es keinen Einfluss gehabt, ob das Gefäss vor einem neuen Versuche ausgewässert oder sofort getrocknet wurde. Versuche, die Frage zu klären, zunächst durch Wahl eines Glasgefässes, sind eingeleitet.

Spannung des Wasserdampfes bei niederen Temperaturen[1].

Die ursprünglich nicht für das Berichtsjahr in Aussicht genommene Bestimmung der Spannung des Wasserdampfes bei niederen Temperaturen, insbesondere bei 0°, wurde, abgesehen von ihrem direkten Interesse und ihrem Zusammenhang mit der Untersuchung über die Dichte des Dampfes, gerade jetzt aus Gründen der Zweckmässigkeit unternommen. Der Haupttheil des benutzten Apparates, ein Differentialmanometer, ist nämlich für die beabsichtigte Untersuchung über die thermische Ausdehnung des Quecksilbers bestimmt und würde voraussichtlich für lange Zeit festgelegt werden, sobald diese Untersuchung in Angriff genommen wird.

Die bei der Bestimmung der Spannung des Dampfes benutzte Methode geht im Prinzip auf Gay-Lussac zurück. Sie besteht darin, dass von den beiden Schenkeln eines Differentialmanometers der eine mit einem Phosphorpentoxyd, der andere mit einem Wasser von bekannter Temperatur enthaltenden Gefässe in Verbindung steht; die Luft ist aus dem Apparate vollständig entfernt. Nothwendig ist es, dass keiner der mit dem Wassergefäss kommunizirenden Theile des Apparates eine tiefere Temperatur als das Wasser hat.

Um den Nullpunkt des Manometers und einige Fehlerquellen zu eliminiren, konnte durch ein Spiel von Barometerverschlüssen, die als Hähne dienten, die Verbindung zwischen den Gefässen und den Manometerschenkeln in beiden möglichen Kombinationen hergestellt werden, man beobachtete das Manometer abwechselnd in beiden Stellungen und nahm das Mittel. Das Prinzip dieser Einrichtung rührt von Dieteriel her.

Als Differentialmanometer diente ein Apparat ähnlich demjenigen, welcher bei der Untersuchung der Ausdehnung des Wassers benutzt und als „Wasserkasten" beschrieben wurde, aber in Eisen ausgeführt und mit Quecksilber gefüllt. Die Lage der Quecksilberkuppen in den nahe 6 *cm* weiten Schenkeln wurde gegen die gemeinsame Theilung wieder dadurch festgelegt, dass man mikrometrisch den Abstand zwischen einem Strich und seinem im Quecksilber gespiegelten Bilde maass; die Fehler der Druckmessung konnten bei diesem Verfahren auf wenige Zehntausendtel des Millimeter herabgedrückt worden.

t	p		beob.—ber.
° C.	beob. *mm*	ber. *mm*	*mm*
0	4,580	4,575	+ 0,005
0	4,578	4,575	+ 0,003
14,568	12,440	12,422	+ 0,018
15,059	12,833	12,822	+ 0,011
19,811	17,362	17,345	+ 0,017
16,364	[13,920]	13,940	[— 0,020]
0	4,570	4,575	— 0,005
0	4,572	4,575	— 0,003
19,844	17,340	17,349	— 0,009
[25,475]	24,331	24,419	[— 0,088]
24,965	23,680	23,688	— 0,008
0	4,574	4,575	— 0,001
— 11,82 (Wasser)	[1,84]	1,85	[— 0,01]
— 6,561 (Eis)	2,672	2,627	[+ 0,045]
— 11,330 (Wasser)	1,922	1,928	— 0,006

[1]) Thiesen, Scheel, zum Theil Dittenberger.

Die Untersuchung hat, kleine Aenderungen durch Kontrole der Reduktionen vorbehalten, die vorstehenden, zeitlich geordneten Werthe geliefert[1]); dabei sind die Temperaturen in der Wasserstoffskale, die Drucke in normalen Millimeter Quecksilber gegeben.

Die als berechnet aufgeführten Werthe sind nach den folgenden schon früher aufgestellten und nur nach den Beobachtungen bei 0° verbesserten Formeln erhalten:

$$\text{über Wasser: } (273 + t) \log \frac{p}{760} = 5{,}408\,(t - 100) - 0{,}51 \,.\, 10^{-8}\,[(365 - t)^4 - 265^4];$$

$$\text{über Eis: } (273 + t) \log \frac{p}{4{,}5753} = 9{,}983\, t.$$

Die in eckige Klammern eingeschlossenen Werthe der Tabelle erschienen von vornherein als besonders unsicher. Von den Werthen unter 0° beruht der erste (über Wasser) auf einer nur eben begonnenen, der zweite auf einer unvollständigen Reihe.

Um zu entscheiden, ob der Druck über dem schon etwas feucht gewordenen Pentoxyd zu vernachlässigen sei, wurde noch ein Versuch ausgeführt, bei welchem beide Gefässe mit dem nicht ganz trockenen Oxyde gefüllt waren, aber das eine auf 30°, das andere auf 0° gehalten wurde. Der Druck in dem wärmeren Gefässe wurde um 0,0006 *mm* grösser als in dem kälteren gefunden.

Dieser trotz seiner Kleinheit ziemlich sichere Werth enthält aber noch den Unterschied der Spannung von den im Apparat befindlichen Dämpfen bei 0° und bei Zimmertemperatur; er kann also nach der von Hertz aufgestellten Formel ganz dem Quecksilberdampfe zugeschrieben werden.

Manometer[2]). Um die Versuche über Dichte und Spannung des Wasserdampfes auf höhere Drucke bis zum kritischen Punkte hin ausdehnen zu können, wurde ein für Drucke bis zu 250 Atmosphären bestimmtes Manometer entworfen, welches ähnlich wie bei einem von Hrn. Altschul benutzten Apparat den auf einen Kolben ausgeübten Druck durch direkte Belastung des Kolbens zu messen gestattet. Die endgültige Bestellung des Apparates ist erfolgt.

Thermometer[3]). Die Untersuchung der Quecksilberthermometer für Temperaturen bis zu 200° ist weiter geführt worden, hat aber noch nicht abgeschlossen werden können, weil der Beobachter mit Arbeiten auf anderen Gebieten beauftragt wurde.

Hohe Temperaturen[4]). Die Vergleichung der Thermoelemente mit dem Luftthermometer fand bisher in den Räumen der Versuchswerkstatt und mit dem Luftthermometer der Abtheilung II statt. Bei der Aufstellung eines neuen von Hrn. Fuess für die Abtheilung I gelieferten Instruments wurden im Januar die Versuche in das Observatorium verlegt. Das neue Luftthermometer hat einen längeren, festen Schenkel und ist so eingerichtet, dass auch bei beliebigem Unterdruck eingestellt werden kann, ohne dass ein Aufsteigen von Luft in das Gefäss erfolgt. Ausserdem ist nach dem Vorgang von Chappuis der schädliche Raum durch den Verschluss mit einer ebenen Metallplatte wesentlich verkleinert und zugleich eine sichere Temperaturmessung an dieser Stelle gewährleistet.

Die Thermoelemente und das Gefäss des Luftthermometers wurden bis 750° im Salpeterbade erhitzt. Bei Temperaturen über 500° zersetzt sich der Salpeter allerdings ziemlich stark, aber er greift Porzellangefässe trotzdem nur schwach an. Höher als bis 750° sind diese Bäder aber nicht zu verwenden, da bei 810° eine stürmische Zersetzung des Salpeters eintritt. Bis 550° wurden die Luftthermometergefässe aus Glas 59^{III} benutzt, die mit Wasserstoff gefüllt wurden. Anfangs verminderte sich der Druck nach jeder Heizung. Es stellte sich heraus, dass der auf elektrolytischem Wege hergestellte Wasserstoff noch Sauerstoff enthielt, der sich allmählich bei jeder erneuten Heizung schon von 400° an mit dem

---

[1]) Die endgültigen Werthe werden im dritten Bande der *Wissenschaftlichen Abhandlungen* veröffentlicht.

[2]) Thiesen.

[3]) Dittenberger.

[4]) Holborn, Day, Usener.

Wasserstoff verband. Nachdem der Sauerstoff beseitigt war, blieben die Nullpunkte innerhalb der Beobachtungsgrenze auch nach vielen Heizungen konstant.

Für Temperaturen über 550° wurden zunächst Luftthermometergefässe aus innen und aussen glasirtem Porzellan verwendet. Versuche, diese mit Wasserstoff zu füllen, führten in Uebereinstimmung mit früheren Erfahrungen zu keinem Resultat, da nach jeder Heizung grosse Nullpunktsänderungen eintraten. Die Gasmenge wird kleiner, was wohl einer chemischen Wirkung des Wasserstoffs auf die Gefässwand zuzuschreiben ist. Das Gefäss wurde deshalb mit atmosphärischem Stickstoff gefüllt. Auch hier treten noch kleine Nullpunktsänderungen (bis zu 0,4 *mm* Quecksilberdruck) auf, und zwar nimmt der Druck nach jeder Heizung zu, obwohl die Gefässe vor dem Gebrauch in starker Rothgluth evakuirt und mit Stickstoff vorgespült waren. Ferner wurde der Spannungskoëffizient des Stickstoffs in Folge der Heizung etwas grösser (um $^1/_{1000}$ ungefähr).

Ausser im Salpeterbade (bis 750°) wurde eine Vergleichung dieses Luftthermometers mit dem Thermoelement in einem Zinksiedegefäss über 900° vorgenommen.

Die technischen Schwierigkeiten, welche sowohl dieser Apparat wie auch sonstige Bäder bei der hohen Temperatur verursachen, führten zur Anwendung der elektrischen Heizung. Luftthermometergefäss und Thermoelement ragen hierbei in ein Rohr aus schwer schmelzbarem Thon, das von einer Spule aus Nickeldraht elektrisch bis auf 1400° geheizt werden kann. Die innen und aussen glasirten Gefässe sind in diesem Ofen bis 1150° geheizt worden wo die Glasur flüssig wird. Die elektrische Heizung wird auch im Observatorium von der Lichtleitung der Abtheilung II bewirkt, an welche diejenige des Observatoriums seit Januar 1899 angeschlossen ist.

Für höhere Temperaturen kamen nur aussen glasirte Gefässe zur Anwendung, in denen immer Unterdruck herrschen muss. Dies bedingt eine kleine Anfangsfüllung, wodurch die Nullpunktsänderungen relativ grösser werden. Ausserdem sind diese aber auch schon an und für sich in den höchsten Temperaturen stärker und lassen sich erst durch lang andauerndes Heizen abschwächen. Da die Gefässe aber selbst bei sorgfältiger Behandlung nur eine begrenzte Zahl von Heizungen auf so hohe Temperatur aushalten, so ist der Versuch gemacht worden, die Gefässe aus Porzellan durch solche aus Platiniridium zu ersetzen. Die bisherigen Versuche, bei denen ein solches Metallgefäss mit Stickstoff gefüllt wurde, haben ein befriedigendes Resultat ergeben. Eine Abhandlung über das Verhalten der verschiedenen Gefässe bei hohen Temperaturen befindet sich im Druck. Nach Abschluss der Arbeit werden die Resultate zu einer Korrektion der jetzt für die Thermoelemente benutzten Skale verwendet werden.

Petroläther-thermometer[1]). Bis etwa — 170° ohne Schwierigkeit brauchbar, verlangen die Thermometer für die Temperatur der flüssigen Luft wegen der beträchtlichen Zähigkeit des Petroläthers grosse Vorsicht beim Abkühlen. Versuche, diese Schwierigkeit zu beseitigen, sind im Gange.

Wärmeleitung[2]). Im vorigen Thätigkeitsbericht (*diese Zeitschr.* ***18.*** *S. 139. 1898*) wurde eine Methode zur direkten Bestimmung des Verhältnisses der elektrischen zur Wärme-Leitfähigkeit mittels der Messung der Temperatur und der elektrischen Spannung an drei Punkten eines elektrisch geheizten Stabes angegeben. Diese wurde zunächst an einem Stahlstab eingehend geprüft und gab so gute Resultate, dass eine grössere Anzahl von Metallen nach der Methode untersucht wurde. Bei diesen Messungen, welche weitergeführt werden sollen, konnte die äussere Wärmeleitung, die hier überhaupt sehr gering ist, in jedem einzelnen Falle bestimmt und in Rechnung gezogen werden, sodass eine Hauptfehlerquelle der Wärmeleitungsversuche dadurch beseitigt ist.

Die zur Verwendung gelangenden Stäbe haben im Allgemeinen einen Querschnitt von 1 bis 2 *qcm* je nach der Leitfähigkeit und eine durchschnittliche Länge von 27 *cm*. Die Enden der Stäbe ragen in Wasserbäder, die auf gleicher und konstanter Temperatur gehalten werden, sodass in der Mitte des Stabes ein Temperatur-Maximum entsteht.

[1]) Holborn, Day.

[2]) Jaeger, Diesselhorst.

Der Strom hat je nach den Umständen eine Stärke zwischen 50 und 350 *Amp.*, welche durch Kompensation an den Enden eines Widerstands von 0,001 *Ohm* gemessen wird. Zur Messung der Temperatur und des Potentials in den Stäben sind diese mit drei Löchern von etwa 0,5 *mm* Durchmesser versehen, deren Herstellung nach einigen Erfahrungen der Werkstatt nur noch bei sehr weichen Metallen Schwierigkeiten bereitet. Das eine der Löcher befindet sich in der Mitte des Stabes, die beiden anderen symmetrisch dazu in einem Abstande von 9 *cm*. In diese Löcher sind Thermoelemente aus Konstantan-Eisen eingezogen (Drahtstärke 0,1 *mm*), welche in der Mitte Kontakt mit dem Stabe besitzen und dadurch die Messung des Potentials gestatten, theils wurden auch die Thermoelemente isolirt und zugleich besondere Kupferdrähte zur Potentialmessung eingeführt. Es ist keineswegs nöthig, dass der Stab eine genau zylindrische oder überhaupt eine genau ausmessbare Form hat, er darf auch Poren haben. Wenn man elektrische Spannung und Temperatur in denselben Punkten ermittelt, so gilt die im vorigen Thätigkeitsbericht aufgestellte Gleichung von der Gestalt unabhängig. Sämmtliche Spannungen werden mit Hülfe eines Kompensationsapparates in der Raps'schen Ausführung von 11000 *Ohm* Widerstand gemessen, bei dem im Allgemeinen die Spannung an den Enden von 1 *Ohm* gleich 5 *Mikrovolt* gewählt wurde. Ein Vorzug des Verfahrens besteht darin, dass man mit sehr geringen Variationen der Temperatur ausreicht, also das Leitungsvermögen für einen gut definirten Temperaturzustand ermittelt. Die Temperaturdifferenz zwischen dem mittleren und den seitlichen Löchern wurde von 1° bis 10° variirt, meistens wurde jedoch bei 3° Temperaturdifferenz gemessen, was vollkommen genügt. Das Verhältniss h/k gilt dann nach der Theorie für die Mitteltemperatur zwischen den äusseren Punkten und dem mittleren. Anfänglich stellte man die Versuche in freier Luft an, später umgab man den Stab mit einer Kupferhülle, durch die entweder Wasser von Zimmertemperatur oder Wasserdampf geleitet werden konnte. Auf diese Weise gelang es, das Leitvermögen auch bei 100° zu messen und den Temperaturkoëffizienten des Verhältnisses der beiden Leitfähigkeiten, wie auch der beiden einzeln zu bestimmen. Man erhält auf diese Weise das Wärmeleitvermögen anstatt auf Kalorien auf Wattsekunden bezogen.

Nachdem die ersten orientirenden Versuche mit Stahl, Konstantan, Kupfer u. s. w. ergeben hatten, dass das Verhältniss der beiden Leitfähigkeiten auch nicht genähert eine Konstante ist, erschien es zunächst erwünscht, reine Metalle zu untersuchen und erst später zu Legirungen überzugehen. Es wurde daher reines Zink, Zinn, Blei, Kupfer, Cadmium und Wismuth von C. A. F. Kahlbaum in Berlin bezogen, ferner von Basse & Selve in Altena reines Nickel und Aluminium, von der Gold- und Silber-Scheide-Anstalt zu Frankfurt a/M. reines Silber. Die Firma J. A. Hesse Söhne in Heddernheim stellte in anerkennenswerther Weise reines Kupfer kostenlos zur Verfügung, ebenso Fr. Krupp in Essen möglichst kohlenstofffreies Eisen. Durch das Entgegenkommen der Firma W. C. Heraeus in Hanau und der Frankfurter Gold- und Silber-Scheide-Anstalt wurde es ermöglicht, die Versuche auch auf reines Platin, Palladium und Gold auszudehnen, welche der Reichsanstalt freundliebst zur Verfügung gestellt wurden. Sämmtliche Metalle werden im chemischen Laboratorium der Reichsanstalt der Analyse unterworfen.

Spezifische Wärme. Bei der Messung des Wärmeleitvermögens nach der vorigen Methode lässt sich die spezifische Wärme leicht mit bestimmen. Unterbricht man nämlich im stationären Zustand den Strom, so ist im ersten Augenblick das Produkt aus Dichte, spezifischer Wärme und Temperaturabfall pro Sekunde gleich der Stromleistung L im *ccm* ($c \cdot s \cdot du/dt = L$). Da L sich aus der Stromstärke und aus der Spannung ergiebt, so braucht man nur du/dt für den Zeitanfang zu bestimmen, um es zu ermitteln. Dass du/dt mit der Zeit abnimmt, ist leicht in Rechnung zu ziehen. Anstatt den Wärmeabfall beim Oeffnen des Stromes zu beobachten, kann man auch von einem stromlosen Gleichgewichts-Zustand ausgehend den Temperaturanstieg beim Schliessen des Stromes messen; die zur Berechnung dienenden Formeln sind hier dieselben wie im ersten Fall. Beide Messweisen kamen zur Anwendung. Die Methode scheint in Bezug auf Genauigkeit den anderen nicht nachzustehen; sie ist ausserdem sehr bequem im Anschluss an die Wärmeleitversuche auszuführen und hat den wesentlichen Vor-

theil, dass die spezifische Wärme gleich leicht bei Zimmertemperatur und bei 100° bestimmt werden kann; sie liefert die spezifische Wärme in Einheiten des internationalen elektrischen Maasssystems. An einigen Beispielen wurde die Methode ausgeführt (siehe untenstehende Tabelle).

Die Messung der *Thermokraft* der Metalle bei Zimmertemperatur und bei 100° gegen die zur Potentialmessung dienenden Drähte ist in Angriff genommen, aber noch nicht für alle Metalle durchgeführt.

Es besteht die Absicht, die Versuche sowohl auf tiefe, wie auf höhere Temperaturen auszudehnen.

Die bis jetzt erhaltenen Resultate sind im Folgenden zusammengestellt.

Material	s	h/k		h		k		$c \cdot s$		k'	c'
	18°	18°	100°	18°	Temp.-Koeff. des Widerst. bezogen auf w_0	18°	Temp.-Koeff. (18° bis 100°)	18°	100°	18°	18°
Rothguss	8,4	133×10^3	—	$7{,}9 \times 10^4$	—	0,59	—	—	—	0,14	—
Konstantan	8,7	90	76×10^3	2,0	0,0000	$0{,}22_5$	+ 0,0022	$3{,}6_5$	$3{,}8_5$	0,054	0,10
Platin I	21,3	130		6,7	—	0,52	—	—	—	$0{,}12_5$	—
Platin II (rein)	21,4	133	99	9,2	+ 0,0038	0,70	+ 0,0005	2,8	$2{,}9_5$	$0{,}16_3$	0,031
Palladium (rein)	12,0	133	98	9,3	+ 0,0037	0,70	+ 0,0006	2,8	$3{,}0_3$	0,17	$0{,}056_5$
Stahl	—	109	—	$5{,}0_5$	—	0,46	—	—	—	0,11	—
Eisen I	—	124	·	8,3	—	0,67	—	—	—	0,16	—
Eisen II (wenig Kohlenstoff)	7,8	119	90	7,2	+ 0,0046	0,60	— 0,0002	3,5	3,8	$0{,}14_5$	$0{,}10_5$
Zink I	7,2	143	—	15,7	—	1,10	—	—	—	0,26	—
Blei (rein)	11,3	140	107	$4{,}8_5$	+ 0,0043	$0{,}34_5$	— 0,0002	$1{,}4_5$	1,5	0,083	0,031
Silber (rein)	10,5	147	—	61	—	4,2	—		—	0,99	—
Kupfer I	—	149(?)		52	—	3,5(?)	—	—	—	0,84(?)	—

Zink I, Eisen I, Kupfer I sind gewöhnliche Handelsmetalle.
h ist die elektrische Leitfähigkeit in $Ohm^{-1} \cdot cm^{-1}$
k „ „ Wärme-Leitfähigkeit „ $Watt \cdot cm^{-1} \cdot Grad^{-1}$
c „ „ spezifische Wärme „ $Watt \cdot Sek \cdot Gramm^{-1} \cdot Grad^{-1}$
k' „ „ Wärme-Leitfähigkeit „ $Kalorie \cdot Sek.^{-1} \cdot cm^{-1} \cdot Grad^{-1}$
c' „ „ spezifische Wärme „ $Kalorie \cdot Gramm^{-1} \cdot Grad^{-1}$
w_0 „ der Widerstand bei 0° C
s „ die Dichte.

Wärmedurchgang durch Heizflächen[1]).

Um den Temperatursprung beim Wärmedurchgang durch Heizflächen zu messen, wurde in einem Messingzylinder von 2 *cm* Wandstärke, 20 *cm* Höhe und 8 *cm* lichter Weite, der sich in einem Paraffinbade befindet, Wasser zum Sieden gebracht und zwar auf zwei verschiedene Weisen, indem entweder das Paraffin mit einer Flamme oder das Wasser durch eingeleiteten Dampf erhitzt wird. Ist der stationäre Zustand bei einer bestimmten Wärmezufuhr erreicht, so wird mit Thermoelementen (Eisen-Konstantandraht von 0,1 *mm* Durchmesser) der Temperaturunterschied zwischen dem siedenden Wasser und der anliegenden Wandfläche und das Temperaturgefälle in der Wand selbst gemessen. Beide Grössen haben bei geringer Wärmezufuhr kleine Werthe. Es scheint jedoch, als ob der Temperatursprung an der Wand bei wachsendem Wärmedurchgang schneller steigt als das Gefälle. Wenn das Paraffinbad auf ungefähr 150° erhitzt war, so betrug der Temperatursprung zwischen siedendem Wasser und Messingwand etwa 5°, sodass trotz starken Rührens an der Grenze des Paraffins ein Sprung von über 40° auftrat. Die Versuche sollen fortgesetzt werden, doch werden wegen der Schwierigkeiten, welche die Messung des Gefälles verursacht, die Dimensionen des Apparats wohl vergrössert werden müssen.

[1]) Holborn, Uscner.

II. Elektrische Arbeiten.
Normalwiderstände[1].

Die jährliche Vergleichung der in Abtheilung II zur Aichung benutzten Normalwiderstände mit den Normalen der Abtheilung I wurde im Januar 1899 vorgenommen, nachdem im Juni vorher die Manganinwiderstände der Abtheilung I an die fünf Quecksilber-Normalrohre angeschlossen worden waren (siehe den vorigen Thätigkeitsbericht, *diese Zeitschr. 18. S. 141. 1898*). Wie bei den früheren Vergleichungen blieben auch in diesem Fall die Aenderungen der untersuchten Widerstände innerhalb 1 bis 2 Hunderttausendtein. Eine Zusammenstellung aller bisher vorliegenden Vergleichungen von Drahtwiderständen der Reichsanstalt vom Dezember 1891 bis zum Januar 1898 ist veröffentlicht worden (Anh. Nr. 3). Die Aenderungen der Manganinwiderstände in diesem Zeitraum erreichen nur in einem Fall 0,00006, bei den anderen sechs Büchsen beträgt die Aenderung in den sechs Jahren nur bis 0,00003. Die kleinen Widerstände der Abtheilung II, über deren Verhalten in derselben Veröffentlichung berichtet ist, zeigen ebenfalls eine gute Konstanz.

Die Veröffentlichung über die im vorigen Thätigkeitsbericht erwähnten Messungen mit den fünf Quecksilber-Normalrohren für den 3. Band der *Wissenschaftlichen Abhandlungen der Reichsanstalt* wird in Kürze fertiggestellt sein[2].

Silber-Voltameter[3].

Die wegen des Uebertritts des Regierungsraths Dr. Kahle an das Kaiserliche Patentamt vorläufig abgeschlossenen Untersuchungen über das Silbervoltameter und seine Verwendung zur Bestimmung von Normal-Elementen sind in *dieser Zeitschr.* und in *Wied. Ann.*[4]) veröffentlicht worden (Anh. Nr. 9). Zur Kontrole wurde noch von anderen Beobachtern[5]) die E.M.K. des Cadmium-Elements mittels des Silbervoltameters gemessen; diese Versuche sind ebenfalls in die erwähnte Veröffentlichung aufgenommen. Die hierbei gefundenen Zahlen stimmen gut mit den für das Clark-Element und das Verhältniss seiner E.M.K. zu der des Cadmium-Elements ermittelten überein (vgl. den folgenden Abschnitt). Ein Unterschied der niedergeschlagenen Silbermenge, je nachdem die Abscheidung auf Platin oder auf einem früheren Silberniederschlage stattfand, konnte nicht festgestellt werden.

Normalelemente.

Die Versuche über die Abhängigkeit der E.M.K. des Cadmium-Amalgams von dessen Zusammensetzung[6]) hat ergeben, dass die Spannung von etwa 5 *Cd* : 100 *Hg* bis 20 *Cd* : 100 *Hg* konstant ist, während sie von dem letzten Amalgam zum reinen Cadmium noch um etwa 0,05 *Volt* ansteigt. Das amalgamirte Cadmium zeigt sehr schwankende Werthe und ist deshalb für Normal-Elemente nicht zu gebrauchen. Die Resultate sind in *Wied. Ann.* mitgetheilt worden (Anh. Nr. 4).

Ebenso sind die bisherigen Messungen an Clark- und Cadmium-Elementen und die Vergleichungen untereinander zu verschiedenen Zeiten[7]) im Zusammenhang veröffentlicht worden (Anh. Nr. 5).

Die Messungen der Clark-Elemente reichen bis November 1891 zurück, die der Cadmium-Elemente bis April 1894, die Vergleichungen beider untereinander bis März 1896. Durch Kombination dieser direkten Vergleichungen mit den silbervoltametrisch für das Clark- und das Cadmium-Element gefundenen Werthen (vgl. oben), die für das Verhältniss beider Elemente eine um 0,00023 andere Zahl ergeben, als nach den direkten Messungen dieses Verhältnisses, erhält man für das

Clark-Element: $E_t = 1{,}4328 - 0{,}001\,19\,(t - 15^0) - 0{,}000\,007\,(t - 15^0)^2$ *int. Volt*
Cadmium-Element: $E_t' = 1{,}0186 - 0{,}000\,038\,(t - 20^0) - 0{,}000\,000\,65\,(t - 20^0)^2$ *int. Volt*.

---

[1]) Jaeger.
[2]) Jaeger, Kahle.
[3]) Kahle.
[4]) Die in *Wied. Ann.* durch ein Missverständniss der Redaktion zugesetzte Bezeichnung: „Mittheilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt" war von dem Verfasser nicht beabsichtigt, um zum Ausdruck zu bringen, dass die Arbeit wegen seines Austrittes aus der Reichsanstalt noch nicht zum Abschluss gekommen ist.
[5]) Jaeger, Diesselhorst.
[6]) Jaeger.
[7]) Jaeger, Kahle.

Das von der *European Weston Electrical Instrument Co.* hergestellte Cadmium-Element enthält als Elektrolyt eine bei 4° gesättigte, bei gewöhnlicher Temperatur verdünnte Lösung von Cadmiumsulfat und hat aus diesem Grunde eine um etwa 0,0005 grössere E.M.K., als die in der Reichsanstalt hergestellten Elemente mit gesättigter, überschüssiges Salz enthaltenden Sulfatlösung.

Leitvermögen von Lösungen[1]). Auf den im vorigen Thätigkeitsbericht gegebenen Grundlagen (Anh. Nr. 1) wurde das gesammte bisher vorliegende Material an Beobachtungen, welche fast alle die Leitvermögen auf Quecksilber bezogen angeben, soweit die zur Umrechnung nöthigen Bestimmungsstücke gegeben waren, auf $Ohm^{-1}\ cm^{-1}$ umgerechnet und veröffentlicht (Anh. Nr. 11).

Es ist ferner, um gesetzmässige, sehr einfache Beziehungen zwischen Leitvermögen und Konzentration genau zu prüfen, die sich an verdünnten Lösungen nach den bisherigen Beobachtungen als Näherungen ergeben (Anh. Nr. 12), eine Untersuchung in Angriff genommen worden, welche die Bestimmungen mit grösserer Genauigkeit ausführt, als bis jetzt geschehen war. Es lässt sich aus diesen Bestimmungen bereits jetzt ableiten erstens, dass die in den genannten Grundlagen gegebenen Einheiten sich gut bestätigen, und ferner, dass es gelingen wird, die Fehler künftig sicher unterhalb eines Tausendtels zu halten.

Leitfähigkeit von Porzellan[2]). Ueber die Abnahme des elektrischen Widerstandes von Porzellan und schwer schmelzbarem Thon bei hoher Temperatur, welche bei der gleichzeitigen Messung hoher Temperaturen mit dem Luftthermometer und dem Thermoelement Fehlerquellen verursachen kann, sind Versuche mit Telephon und Wechselstrom angestellt worden. Es wurden zu diesem Zweck Röhren aus den genannten Materialien mit Platinzuleitungen versehen. Die Kurven, die den Widerstand als Funktion der Temperatur darstellen, haben bei 900° bezw. 1100° eine scharfe Biegung, wo das Gefälle stark abnimmt. Oberhalb dieser Grenze ist die Isolationsfähigkeit schon gering. Der Widerstand der untersuchten Röhren wurde in hoher Temperatur durch andauerndes Heizen grösser und ändert sich ebenso wie der anderer schlecht leitender Substanzen, wenn man längere Zeit einen Gleichstrom hindurchschickt.

III. Optische Arbeiten.

Der elektrisch geglühte schwarze Körper[3]). Die Lösung verschiedener Aufgaben forderte einen innerhalb grosser Temperaturintervalle zu benutzenden schwarzen Körper. Nach vielfachen Versuchen ist ein solcher dadurch verwirklicht worden (Anh. Nr. 8), dass ein Platinblech zur Form eines Zylindermantels gebogen und elektrisch geglüht wurde. Der Mantel ist am einen Ende durch zwei Klemmbacken flach zusammengedrückt und umgiebt das hier isolirt eingeführte Thermoelement, am anderen Ende ist der Mantel bis auf eine Oeffnung, durch welche die Strahlung austritt, zusammengedrückt. In den zylindrischen Theil des Platin-Hohlraums ist ein Porzellanrohr geschoben, welches mit Querwänden und Blenden so versehen ist, dass nur das mittlere Stück des Zylinders als Strahlungsquelle dient. Ausserdem sind die Wände des strahlenden Hohlraumes mit Eisenoxyd geschwärzt. Zum Schutz gegen aussen wird der Platinzylinder mit einem Asbestzylinder umgeben, der durch Porzellanringe vom Platin getrennt ist. Die Strahlung eines so konstruirten Hohlraumes ist bei verschiedenen Temperaturen gemessen. Nach dem Stefan-Boltzmann'schen Strahlungsgesetz muss der Quotient

$$\frac{S}{T_2^4 - T_1^4}$$

konstant sein, wenn S die Strahlungsmenge, T_1 die Temperatur des Bolometers und T_2 die Temperatur des strahlenden Körpers bedeutet.

Die Temperatur 372,8° ist durch ein nach Art des schwarzen Körpers konstruirtes Siedegefäss hergestellt, die Temperatur 492° ist mit einem Fuess'schen Quecksilberthermometer gemessen. Alle übrigen Temperaturen beziehen sich auf die von Holborn und Wien an das Luftthermometer angeschlossene und in *Wied. Ann.* **56.** *S. 360. 1895* veröffentlichte Skale des Le Chatelier'schen Platin-Platinrhodium-Elements. Die Zahlen für die Strahlung

[1]) Kohlrausch, Holborn, Diesselhorst.

[2]) Day.

[3]) Lummer, Kurlbaum.

des Hohlraumes sind nahezu konstant, doch können sie in Folge der Absorption der langen Wellen durch die Kohlensäure und den Wasserdampf in der Luft und durch selektive Absorption des Platinschwarz noch einige Prozent Fehler enthalten.

Absolute Temperatur		$T_2^4 - T_1^4$ in willkürlicher Einheit
T_2	T_1	
372,8	290,5	108,9
492	290	109,0
654	290	108,4
795	290	109,9
1108	290	109,0
1481	290	110,7

Neuerdings hat dieser schwarze Körper noch eine Vervollkommnung erfahren, insofern die *direkt* strahlende Querwand, vor der sich die Löthstelle des Thermoelementes befindet, schon an sich der Strahlung des schwarzen Körpers näher gebracht wurde. Man füllte das eine Ende des 30 *cm* langen Porzellanrohres von 4 *cm* Durchmesser mit etwa 200 käuflichen, dünnwandigen Porzellanröhrchen von 6 *cm* Länge, sodass die strahlende Querwand aus lauter zylindrischen Hohlräumen gebildet wird. Ausserdem sind die Röhrchen mit Ausnahme der das Thermoelement isolirenden mit Eisenoxyd imprägnirt und so geordnet, dass ihre strahlenden Stirnflächen *nicht* in einer Ebene liegen, sondern gruppenweise zurückgezogen sind, sodass die Querwand wieder in einzelne Hohlräume zerfällt. Die Durchsicht wird durch eine feste Querwand verhindert; die Wärmeleitung im Thermoelement nach aussen ist durch mehrmaliges Hin- und Herführen des Drahtes in den Röhrchen unwirksam gemacht.

Es ist zu erwarten, dass dieser schwarze Körper bezw. ein zur Erreichung hoher Temperaturen nur aus Platin konstruirter Hohlraum auch für die Lichteinheitsversuche von Werth sein wird.

Vertheilung der Energie im Spektrum des schwarzen Körpers[1].

Mittels des beschriebenen elektrisch geglühten schwarzen Körpers wurde die Messung der Energievertheilung im Spektrum des schwarzen Körpers ausgeführt. Die Resultate dieser Versuche wurden am 20. November 1898 der Berliner Akademie vorgetragen. Ein Auszug der Arbeit ist in den *Verhandl. d. Physikal. Gesellsch. zu Berlin* publizirt worden (Anh. Nr. 10).

Zu diesen Versuchen wurde ein durch die Gefälligkeit der Firma Franz Schmidt & Haensch zur Verfügung gestelltes grosses Spiegelspektrometer und ein Hrn. Professor Rubens gehöriges Flussspathprisma benutzt. Das Linearbolometer war 0,6 *mm* breit, die gleiche Breite hatte der Spalt; das vorläufig untersuchte Spektralgebiet zwischen 0,7 μ und 6 μ übertrifft den Spalt an Ausdehnung etwa um das 55-fache. Die auf gleiches Maass reduzirten Energieen wurden auf das Normalspektrum umgerechnet. Zwei unter verschiedenen Bedingungen angestellte Serien von Beobachtungen zeigen, dass das von W. Wien theoretisch abgeleitete Gesetz

$$\lambda_m \cdot T = \text{konst.}$$

erfüllt ist, wo λ_m die Wellenlänge bedeutet, bei welcher die Strahlungsenergie für die absolute Temperatur T ihr Maximum hat. Die Konstante wurde gleich 2880 gefunden.

Die *Form* der Energiekurve wird bei beiden Serien durch die von Paschen aus Versuchen an Platin, Eisenoxyd, Russ und Kohle gefundene Formel

$$E = C \cdot \lambda^{-\alpha} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}}$$

gut wiedergegeben, wenn man bei der ersten Serie $\alpha = 5$ und bei der zweiten Serie $\alpha = 5{,}2$ setzt. In der Formel bedeuten E die Energie, λ die Wellenlänge, e die Basis der natürlichen

[1]) Lummer, Pringsheim.

Logarithmen, T die absolute Temperatur; C, α und c sind drei jedem Körper eigenthümliche Konstanten.

Analog schreitet die maximale Strahlungsenergie (E_m) bei der ersten Serie zur 5. Potenz fort, genau wie es die Wien'sche Theorie für den schwarzen Körper erheischt, während E_m bei der zweiten Serie der 5,2. Potenz proportional gefunden wird. Die Vermuthung, dass bei der zweiten Serie der strahlende Körper weniger schwarz war als bei der ersten, wird durch verschiedene Anhaltspunkte gestützt. Diese Versuche sollen mit dem neu konstruirten schwarzen Körper unter Ausschluss der störenden Absorptionen des Wasserdampfes und der Kohlensäure fortgesetzt und auf ein grösseres Wellenlängengebiet, speziell auf das sichtbare Spektrum, ausgedehnt werden.

Emission und Absorption des Platinmohrs und Kohlenstoffrusses[1].

Alle Strahlungsmessungen beruhen auf der Absorption der dünnen Schichten, welche auf Bolometer oder Thermosäule aufgetragen sind. Für absolute Messungen ist es nothwendig, dass diese Schicht vollkommen schwarz ist, für relative Messungen würde es genügen, wenn sie alle Wellenlängen gleichmässig absorbirte.

Der einfachste Weg, die Absorption zu bestimmen, ist der, die Emission mit der des schwarzen Körpers zu vergleichen, wodurch die Absorption nach der Kirchhoff'schen Beziehung $E/A = e$ bei dieser Temperatur bekannt ist. Es wurden dünne Schichten von Platinmohr und Russ auf 100° erhitzt und die Emission mit der des schwarzen Körpers bei 100° verglichen. Dabei zeigte sich, dass in genügend dicker Schicht Platinmohr bis 98, Russ bis 95 Prozent von der Strahlung des schwarzen Körpers emittirt. Da nun bei beiden Stoffen die Absorption für kürzere Wellen zunimmt, so folgt, dass sie in den höheren Temperaturen, soweit sie hier noch in der Modifikation der feinsten Vertheilung bestehen können, dem schwarzen Körper noch näher kommen, also für manche Zwecke den schwarzen Körper bequem ersetzen können.

Wichtig ist, dass Schichten für die sichtbaren Strahlen schon vollkommen schwarz erscheinen, welche bei der Temperatur von 100° erst etwa 50 Prozent von der Strahlung des schwarzen Körpers aussenden. Bolometer oder Thermosäule, mit einer solchen Schicht belegt, würden also ausserordentliche Fehler bei Vergleichung verschiedener Strahlungsquellen hervorrufen.

Die in der Reichsanstalt benutzten Bolometer sind eben genügend dick mit Platinmohr überzogen, sodass das Maximum der Absorption nahe erreicht war, ohne den Bolometern eine zu grosse Wärmekapazität zu geben und dadurch den Zustand des Temperaturgleichgewichts wesentlich zu verzögern. Für Russ ist das Maximum der Absorption bei einer Schichtdicke von 0,27 *mg* pro Quadratzentimeter erreicht, während Platinmohr die gleiche Absorption erst bei 1,07 *mg* zeigt.

Die Emission E von n über einander liegenden Schichten lässt sich darstellen als die Summe der Reihe $\varepsilon + \varepsilon(1-\alpha) \ldots\ldots + \varepsilon(1-\alpha)^{n-1}$, worin ε und α die Emission und Absorption einer sehr dünnen Schicht bezeichnen. Platinmohr weicht hiervon auffallend ab, indem das erste Ansteigen der Emission ausserordentlich schwach ist. Es liegt die Möglichkeit vor, dass Platinmohr durch die Bildung von Hohlräumen nach Art des praktisch hergestellten schwarzen Körpers schwarz wird. Diese Vorgänge müssen jedoch noch durch Vergleichung anderer Metalle in Mohrform genauer untersucht werden.

Strahlungsversuche an Metallen, Metalloxyden und anderen Substanzen[2].

Mit Hülfe des im vorigen Thätigkeitsbericht beschriebenen elektrischen Heizkastens in Form eines *vollständig* geschlossenen Hohlraums, in den das Thermoelement isolirt eingeführt ist, wurde die Emission verschiedener Substanzen untersucht. Da die Strahlung des schwarzen Körpers bekannt ist, so kann aus der Emission auch die Reflexion berechnet werden. In folgender Tabelle sind einige Zahlen für das so gefundene Reflexionsvermögen von blankem Platin und dem für die Technik wichtigen Eisenoxyd gegeben. Die Temperaturen beziehen sich auf die Holborn-Wien'sche Skale.

[1] Kurlbaum.
[2] Lummer, Kurlbaum.

Absolute Temperatur	Platin	Eisenoxyd
492°	0,96	—
654°	0,94	0,69
795°	0,93	0,67
1108°	0,89	0,57
1481°	0,85	0,41

Diese Werthe sind gefolgert aus der Emission bei senkrechtem Austritt der Strahlen, gelten also auch nur für senkrechte Reflexion, und zwar für das Strahlengemisch, welches der schwarze Körper bei gleicher Temperatur aussendet. Wollte man diese Zahlen auf direktem Wege finden, so müsste man die Strahlen des *schwarzen* Körpers an der zu untersuchenden Substanz reflektiren lassen. Derartige Versuche würden unter Anwendung des schwarzen Hohlkörpers aber auf experimentelle Schwierigkeiten stossen, da sie strahlende Flächen von grosser Ausdehnung erfordern. Die vorher beschriebenen Versuche über das Emissionsvermögen von Russ und Platinschwarz zeigen, dass sich solche Flächen von genügender Schwärze auch für höhere Temperaturen herstellen lassen. Zu dem Zwecke wurde der elektrische Heizkasten mit diesen Substanzen überzogen und die Gesammtstrahlung von 100° C. aufwärts gemessen. Es zeigte sich, dass Lampenruss in genügend dicker Schicht noch bis zu einer Temperatur von etwa 400° C. das Stefan'sche Gesetz innerhalb weniger Prozente erfüllt, während Platinschwarz demselben Gesetze bis auf 500° C. folgt. Versuche über die Emission von Gold, Silber u. s. w. sowie die Abhängigkeit von der Dicke und dem Emanationswinkel, speziell bei Eisenoxyd, sind in Angriff genommen.

Herstellung von Bolometern für absolute Strahlungsmessungen[1]).

Entsprechend der in *Wied. Ann.* **65.** *S. 746. 1898* veröffentlichten Methode sind Bolometer mit acht vollkommen gleichen Zweigen hergestellt, welche leicht und sicher Strahlungen in absolutem Maass zu messen gestatten (Anh. Nr. 7).

Beginn der Grauglut beim schwarzen Körper[2]).

Der günstige Umstand, dass Russ und Platinschwarz in genügend dicker Schicht zwischen 100° und 450° C. an Strahlungsenergie dem schwarzen Körper gleichkommen, erlaubte in leichter Weise die früher für Beobachtung der niedrigsten Leuchttemperatur aufgestellten Bedingungen zu verwirklichen. Diese sind: Temperaturstrahlung eines schwarzen Körpers, Dunkeladaptation des Auges, indirekte Beobachtungsweise unter Benutzung stäbchenreicher Netzhautbezirke und Reizung möglichst grosser Netzhautparthien. Man genügt allen diesen Forderungen, wenn man das Auge in die Nähe des mit Russ oder Platinschwarz überzogenen Heizkastens von 40 cm^2 grosser Seitenfläche bringt und nach gehöriger Dunkeladaptation bei indirektem Sehen das Auftreten des ersten „gespenstergrauen“ Lichtschimmers beobachtet. Die Temperaturen wurden nach der Kompensationsmethode von einem zweiten Beobachter thermoelektrisch gemessen.

Die bisher angestellten Sehversuche ergaben, dass schon bei etwa 355° C. eine ganz schwache, bei 360° C. eine deutliche Lichtentwicklung wahrnehmbar ist. Die niedrigste von H. F. Weber und Emden beobachtete Leuchttemperatur beträgt etwa 400° C. Im Gegensatz zur Beobachtung der Grauglut muss der Beginn der farbigen Gluth unter Benutzung der stäbchenfreien *fovea centralis* studirt werden.

Es bestätigte sich die Vermuthung, dass entsprechend der hohen Empfindlichkeit der Zapfen für gelbgrünes Licht die farbige Gluth als Gelb über die Schwelle tritt, um erst bei höherer Temperatur in Dunkelroth überzugehen. Diese Versuche bedürfen aber noch der Bestätigung durch andere Beobachter. (Fortsetzung folgt.)

[1]) Kurlbaum.

[2]) Lummer.

Referate.

Bestimmung der Durchmesser der Jupiter-Satelliten und des Planeten Vesta durch die Interferenzmethode.

Von M. Hamy. *Compt. rend.* **128.** *S. 583. 1899.*

Im Jahre 1890 veröffentlichte A. A. Michelson in Chicago eine Interferenzmethode zur mikrometrischen Ausmessung kleiner angularer Grössen astronomischer Objekte, worüber in *dieser Zeitschr.* **11.** *S. 339. 1891* referirt worden ist. Die Methode besteht darin, dass man das Objektiv bis auf zwei einander parallele Spalte verdeckt, wodurch von dem Objekt eine Reihe Beugungsbilder mit dunklen Zwischenräumen entstehen, und nun die Entfernung der beiden Spalte so variirt, dass entweder die hellen und dunklen Streifen im Gesichtsfeld regelmässig mit einander abwechseln, oder dass die Streifen vollständig verschwinden, also eine gleichmässig helle Fläche, richtiger eine Fläche von nach den Seiten hin gleichmässig abnehmender Helligkeit zu sehen ist. Das erstere Verfahren wendet man an zur Ausmessung der Distanz eines Doppelsternpaares, des zweiten hat sich Verf., wie früher auch Michelson, zur Messung der Durchmesser der Jupiter-Satelliten und des Planeten Vesta bedient. Während Michelson bei seinen auf der Lick-Sternwarte auf dem Mount Hamilton in Kalifornien angestellten Beobachtungen einen Refrakter von 305 *mm* Oeffnung benutzte und enge Spalte anwandte, beobachtete Verf. mit dem einen Objektivdurchmesser von 600 *mm* besitzenden gebrochenen Aequatoreal der Pariser Sternwarte, musste aber trotzdem, um genügend Licht zu erhalten, die Spalte viel breiter nehmen als Michelson, sodass ihre Breite gleich $1/3$ ihrer Entfernung von einander war. Während ferner Michelson die Entfernung der Spalte vom Okular aus variiren konnte, behalf sich Verf. mit einer Anzahl Kartons, die sich durch die verschiedenen Entfernungen der beiden Spalte von einander unterschieden. Diese Kartons wurden während der Beobachtung von einem Gehülfen vor dem Objektiv miteinander ausgetauscht, von dem mit der kleinsten Spaltentfernung angefangen bis zu dem, bei dessen Benutzung keine Interferenzfransen mehr zu sehen waren. Der Uebergang von einer Kartenblende zur nächsten entsprach einer um 0,1″ geringeren Grösse des Durchmessers des Satellitenscheibchens. Bei ruhiger Luft waren die Interferenzstreifen bei Benutzung des einen Kartons noch ganz deutlich wahrnehmbar, wenn beim nächsten Karton eine gleichmässig helle Fläche zu sehen war. Bei unruhiger Luft dagegen verschwanden die Interferenzstreifen oft zu früh. Verf. giebt daher den kleinen Durchmesserwerthen vor den grösseren den Vorzug, weil diese jedenfalls in Folge der Luftunruhe erhalten wurden.

Die vom Verf. in einer früheren Abhandlung abgeleitete Formel, welche den Durchmesser ε des Scheibchens aus der Entfernung l der beiden Spalte und deren Breite a berechnen lässt (wobei ε in Bogensekunden, l und a in Millimeter ausgedrückt sind und die Wellenlänge des wirksamen Lichtes zu $0{,}5\,\mu$ angenommen ist), lautet $l\varepsilon = 126{,}1'' + 96{,}5'' \left(\frac{a}{l}\right)^2$.

Verf. fand für die Durchmesser der vier Satelliten, gesehen aus einer Entfernung, welche das Fünffache der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne ist, die Werthe 0,98″; 0,87″; 1,28″; 1,31″, während Michelson 1,02″; 0,91″; 1,37″; 1,31″ gefunden hatte.

Den Durchmesser des Planeten Vesta, gesehen aus einer Entfernung gleich der der Erde von der Sonne, fand Verf. zu 0,54″, wohl zufälligerweise, wie er selbst sagt, genau so gross, wie ihn Barnard auf der Lick-Sternwarte durch das Fadenmikrometer erhalten hatte.

Kn.

Perspektiv-Reisser.

Von E. Brauer. *Zeitschr. f. Math. u. Physik* **43.** *S. 163. 1898.*

In dieser Mittheilung wird ein sehr einfaches Hülfsmittel (wohl das einfachste bis jetzt hergestellte) beschrieben, um einen in Grundriss und Aufriss gezeichneten Körper „in Perspektive zu setzen“. Es wird sich ohne Zweifel bei den Architekten bald einbürgern. Zwei Lineale, Grundriss- und Aufriss-Lineal, die um feste Punkte drehbar sind, müssen gleich-

zeitig durch Grundriss und Aufriss eines Punktes gelegt werden; durch mechanische Verbindungen sind zwei andere Lineale, die senkrechte Parallelenschiene und die Fluchtpunktschiene, gezwungen, den Bewegungen jener beiden Lineale zu folgen. Der Schnittpunkt der Kanten dieser beiden Schienen ist die gesuchte Perspektive des eingestellten Punkts. Im Vergleich mit dem perspektivischen Apparat von Hanck und der frühern Abänderung des Verfassers bleibt der neue Brauer'sche Apparat insofern zurück, als ein mechanischer Zusammenhang zwischen den in Grund- und Anfriss zusammengehörigen Punkten nicht verbanden ist, sodass Grundriss- und Anfriss-Lineal unabhängig von einander an solche zusammengehörende Punkte angelegt und z. B. bei Kurven zusammengehörige Punkte mit der Reissschiene vorher bezeichnet werden müssen. Dafür beansprucht aber der neue Apparat wenig Raum, gestattet die Arbeit auch auf schräger oder vertikaler Zeichnungsebene und lässt sich sehr billig herstellen. *Hammer.*

Doppelsextant von Blakesley.

Nach Mittheilungen von J. H. Steward in London.

In englischen technischen Zeitschriften u. s. f. ist in letzter Zeit mehrfach Blakesley's Doppelsextant, hergestellt von Steward in London, als ein ausgezeichnetes und vielseitig brauchbares Instrument genannt werden (z. B. hat ihm Schlichter auf seiner letzten Reise in Rhodesia ein sehr gutes Zeugniss ausgestellt), sodass eine Notiz über das Instrument auch hier am Platz sein mag. Der Zweck dieser Abänderung des gewöhnlichen Sextanten ist wie immer die Erweiterung des Winkelmessungsbereichs bis zu 180°. Im Gegensatz zu sonstigen Instrumenten dieser Art (die zwei kleine Spiegel anwenden) sind hier zwei grosse Spiegel (Alhidadenspiegel) vorhanden und nur ein kleiner Spiegel. Das Instrument ist im Wesentlichen ein Spiegelkreuz mit beliebig veränderlichem Spiegelwinkel (eine Spiegeltrommel, dem in Deutschland sogenannten Arkograph und der Prismentrommel entsprechend); der kleine Spiegel hat nur einmal den Zweck, das Sichtbinderniss, das der Kopf des Beobachters bei Messung kleinerer Winkel bilden würde, zu beseitigen (der kleine Spiegel kann ebenfalls gedreht werden, sodass sich immer eine Stellung finden lässt, in der seine kleine Fläche nicht stört, indem die Lichtstrahlen entweder beide auf derselben oder auf verschiedenen Seiten an dem Spiegel vorbeigehen) und sodann die Unruhe in der Freihandhaltung des Spiegelkreuzes unschädlich zu machen. Man kann also den Blakesley'schen Sextanten als teleskopische und mit kleinem Spiegel versehene Spiegeltrommel bezeichnen. Der Verfertiger macht auch, da der Parallaxenfehler selbst für kurze Zielungen nur sehr klein ist, mit Recht auf die Verwendung des Instruments beim Abstecken von Kreisbögen aufmerksam (nach gleichen Peripheriewinkeln), wozu ja die oben genannten deutschen Instrumente bestimmt sind. *Hammer.*

Wissenschaftliche Instrumente im Germanischen Museum.

Von G. v. Bezold. *Mitth. a. d. Germanischen Nationalmuseum 1897.* Nürnberg 1897.

Der genannte Jahrgang der „Mittheilungen" enthält in vier Abschnitten den Anfang einer Beschreibung der geodätischen Instrumente, die im Germanischen Museum sich vereinigt finden. Es wird nach Beendigung der Arbeit auf sie zurückzukommen sein; da jedoch im vorigen Jahr nur zwei kleine Fortsetzungen erschienen sind und die Beendigung sich hiernach verzögern kann, so möchte der Ref. schon jetzt die für die Geschichte der Instrumente sich Interessirenden auf diese wichtigen und dankenswerthen Mittheilungen kurz verweisen.

Unter den geodätischen Instrumenten im Germanischen Museum ragen durch technische Feinheit und künstlerischen Geschmack der Ausführung die von Prätorius, dem Erfinder des Messtisches, herstammenden besonders hervor; die meisten davon sind für Aegidius Aeyerer angefertigt worden. Direktor v. Bezold beschreibt besonders folgende Instrumente: die „Mensula Praetoriana" (einen von Prätorius selbst herrührenden Messtisch besitzt übrigens das Germanische Museum nicht und es ist nicht bekannt, ob ein solcher

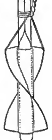
überhaupt noch existirt), bekanntlich zuerst von Prätorius' Schüler und Nachfolger D. Schwenter 1618 beschrieben, dessen Figuren reproduzirt werden; das Winkelmessinstrument von Andreas Albrecht (1625, Kombination von Feldbussole und Messtisch, mit Höhenbogen versehen) und die wichtige Abänderung des Messtisches, die Leonhard Zubler 1607 als „Instrumentum Chorographicum" angegeben hat; ferner das geometrische Quadrat (dabei ein interessantes Instrument von Chr. Schiessler in Augsburg, auf dem die Skalen der „Umbra recta" und „Umbra versa" auf den Kreis übertragen sind); dann die Parallaxendistanzmesser (bemerkenswerthe Instrumente mit Stabtheilungen von Kreich, Zubler u. A. aus dem Ende des 16. und dem Anfang des 17. Jahrhunderts); unter IV. die Feldmesserbussolen nach Pfinzing, Hulsius u. A. und endlich unter V. die Scheibeninstrumente (Graphometra, „halbe" und „ganze") mit ihren Transversalentheilungen; schön und fein gearbeitet scheint das Scheibeninstrument von Franz Fiebig (?) zu sein. Irrthümlich setzt hier der Verf. die Teleskopirung geodätischer Instrumente erst in den Anfang des 18. Jahrhunderts. Die Eisenscheiben der Markscheider und die mit ihnen verwandten Scheibeninstrumente zur Messung von Horizontal- und Höhenwinkeln (ein sehr interessantes Instrument dieser Art ist *S. 90* abgebildet) als Anfänge von Theodolit und Universalinstrument wären wohl einmal eingehender Untersuchung werth.

Hoffentlich ist es dem Verfasser vergönnt, seine sehr dankenswerthen Mittheilungen bald zu vervollständigen und dabei auch die zum Wasserwägen bestimmten alten Instrumente, an denen Bayern ohne Zweifel reich ist, im Einzelnen vorzuführen. *Hammer.*

Ueber Präzisions-Kryoskopie, sowie einige Anwendungen derselben auf wässrige Lösungen.

Von F. M. Raoult. *Zeitschr. f. phys. Chem.* **27.** *S. 617. 1898.*

Verf. beschreibt ausführlich das Verfahren, das er zur sehr genauen Bestimmung kleiner Gefrierpunktserniedrigungen von Lösungen eingeschlagen hat. Benutzt wurden Baudin'sche Stabthermometer, die in 0,01° getheilt nur wenige Grade umfassten und sorgfältig untersucht waren; ihre „zufälligen" Nullpunktsänderungen, bedingt durch thermische oder elastische Deformations-Nachwirkungen, lassen sich dadurch sehr verringern, dass man die Thermometer, solange sie nicht gebraucht werden, vertikal hängend, beständig in einem Raum von 0° aufbewahrt. Zur Ablesung diente ein Fernrohr, das durch eine Schraube mit getheiltem Kopf um eine horizontale Achse gedreht werden kann. Einstellung auf den Meniskus und die beiden nächstliegenden Theilstriche erlaubt lineare Interpolation, wenn das Fernrohr um mehr als 30 *cm* vom Thermometer entfernt ist. Das gläserne, zylindrische Gefriergefäss von 17 *cm* Länge und 4,5 *cm* Durchmesser wurde immer mit 125 *ccm* der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt; es war durch ein Rohr aus dünnem Kupferblech von dem mit Aether gefüllten Kältebad getrennt; um dessen Temperatur beliebig zu reguliren, wurde entweder durch den Aether ein Luftstrom passender Stärke hindurchgesaugt oder aber aus einem Reservoir Aether von Zimmertemperatur vermittels einer Druckvorrichtung beigemengt. Durch dicke Umhüllung mit Filz u. s. w. war für gute thermische Isolation des Kältebades und Gefriergefässes gesorgt. Um die gefrierende Flüssigkeit gut durchzurühren, war das Thermometergefäss von einem schneckenartigen Rührer aus Platinblech umgeben, dessen Gestalt und Aufhängungsweise (mittels Platindrähten) beistehende Figur veranschaulicht; Thermometer und Rührer wurden durch ein einfaches Zahnradtriebwerk in Rotation um die vertikale Thermometerachse versetzt.



Bei den Versuchen wurde zunächst eine Ueberkaltung der Flüssigkeit um 0,5° erzeugt, dann die Temperatur des Kältebades so regulirt, dass sie um nahe 0,1° tiefer als die (angenähert bekannte) Gefriertemperatur lag, nun durch Einführung eines Eispartikelchens durch ein dazu vorgesehenes Röhrchen die Ueberkaltung aufgehoben und die sich allmählich einstellende Gefriertemperatur durch wiederholte Beobachtung während mindestens einer

Viertelstunde auf ihren genauen Werth hin bestimmt. Es wurde in solcher Weise jedesmal der Gefrierpunkt des Wassers, der betreffenden Lösung und nochmals des Wassers ermittelt.

Die Temperaturdifferenz zwischen gefrierender Flüssigkeit und Kältebad wurde deshalb zu 0,1° gewählt, weil es sich zeigte, dass dann bei den gegebenen Apparatverhältnissen und der stets innegehaltenen Rotationsgeschwindigkeit des Rührers von fünf Umdrehungen in der Sekunde die Wärmeentwickelung durch das Rühren gerade kompensirt wurde durch die Wärmeabgabe an das Kältebad; es bleiben dann keine äusseren thermischen Einflüsse auf den Inhalt des Gefriergefässes übrig, die das Gleichgewicht zwischen dem ausgeschiedenen Eis und der übriggebliebenen Flüssigkeit verschieben könnten; man beobachtet die der Konzentration der letzteren entsprechende *wahre* (Gleichgewichts)-Gefriertemperatur; deren wiederholt abgelesene Werthe stimmen denn auch bis auf einige Zehntausendtel Grad unter einander überein; die Gefrierpunkts-*Erniedrigungen* werden bis 0,001° C. genau gefunden.

Die Konzentration der beim Gefrieren vorhandenen Lösungen ist in Folge der Eisausscheidung gegen die ursprünglich hergestellte erhöht um einen Betrag, der von der Grösse der Ueberkaltung abhängt. Um nun die gefundene Gefrierpunktserniedrigung auf die ursprüngliche Konzentration zu reduziren, macht man unter gleichen Verhältnissen mit derselben Lösung Beobachtungen bei verschieden grosser Ueberkaltung und kann dann, wie sich zeigte, linear auf die Ueberkaltung Null extrapoliren; die relative Aenderung der Gefrierpunktserniedrigung für 1° Ueberkaltung fand sich zu nahe 0,014.

Durch sehr sorgfältige Versuche wurde auch der gesetzmässige Einfluss der gelösten *Luft* auf den Gefrierpunkt nachgewiesen; Sättigung bei 0° giebt eine Gefrierpunktserniedrigung von 0,002°.

Wegen der ziemlich schnellen Luftaufnahme des *ausgekochten* Wassers wird man besser bei Zimmertemperatur schon gesättigtes verwenden.

Die nach dieser seiner Methode gewonnenen Ergebnisse für wässrige Lösungen von Rohrzucker, Alkohol, Natriumchlorid und Kaliumchlorid diskutirt Verf. in Bezug auf ihre Uebereinstimmung mit den sonstigen neueren Präzisionsmessungen und mit der Theorie.

Wg.

Ueber neue Totalreflexions-Apparate.

Von C. Leiss. *Zeitschr. f. Krystallogr. u. Miner.* ***30.*** *S. 357. 1898.*

Im ersten Theil seiner Arbeit bespricht Leiss zwei aus der Fuess'schen Werkstätte zu beziehende Apparate zur Projektion und Photographie der geschlossenen Grenzkurven. Da das für die Projektion eingerichtete Krystallrefraktoskop im Wesentlichen ebenso wie das zuerst von Pulfrich (vgl. *diese Zeitschr.* ***7.*** *S. 25. 1887*) angegebene gebaut ist, so genügt es, mit einigen Worten auf die die Leiss'sche Konstruktion darstellende Fig. 1 hinzuweisen. Die Linse Bl^1 sendet die in der Figur durch die gestrichelten Linien gekennzeichneten Lichtstrahlen in einem schwach konvergirenden Büschel auf die spiegelnde Innenfläche des Metallringes b, von der sie so reflektirt werden, dass sie von allen Seiten streifend in die zu untersuchende Krystallplatte k von etwa 8 *mm* Durchmesser einfallen; letztere ist nämlich kreisrund und mit senkrechter, polirter Randfläche versehen; die Strahlen treten demnach unter dem Grenzwinkel in den aus stark brechendem Flintglas verfertigten, kegelförmigen Glaskörper C ein (die beiden Kontaktflächen von k und C sind mit einer stark brechenden Flüssigkeit, Monobromnaphtalin oder Methylenjodid, befeuchtet) und erzeugen nach ihrem Austritt aus dem Glaskörper auf einem genügend grossen, in geringer Entfernung vom Apparat aufgestellten Schirm m eine ringsum geschlossene Kurve, welche einen Schnitt durch die Grenzstrahlen darstellt. Ist z. B. der Schirm in einer Entfernung von 0,5 *m* vom Apparat aufgestellt, so besitzen die Grenzkurven einen Durchmesser von etwa 1 *m*. Durch Vorschaltung eines grossen Nicols vor das Refraktoskop lassen sich auch die Polarisationsverhältnisse der Grenzkurven demonstriren.

Ganz ähnlich ist nun auch der Apparat für Photographie der Grenzkurven konstruirt. Fig. 2 giebt einen Durchschnitt durch dieses Refraktoskop. Behufs vollkommen richtiger

Abbildung der Grenzkurven ist hier jedoch der kegelförmige Glaskörper durch die Abbe'sche Glashalbkugel *H* ersetzt. Die Kassetten und die Mattscheibe können von oben her in den Rahmen *R* eingeschoben werden. Fig. 3 ist eine Reproduktion einer Originalaufnahme mit Natriumlicht; sie giebt das Bild der an einem parallel zur optischen

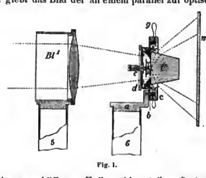


Fig. 1.

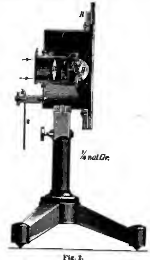
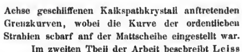


Fig. 2.


Achse geschliffenen Kalkspathkrystall auftretenden Grenzkurven, wobei die Kurve der ordentlichen Strahlen scharf auf der Mattscheibe eingestellt war.

Im zweiten Theil der Arbeit beschreibt Leiss ein in der Fuess'schen Werkstätte hergestelltes, vervollständigtes Totalreflektometer nach Kohlrausch und dessen Verwendung als Goniometer und Achsenwinkelapparat. Dasselbe ist in Fig. 4 abgebildet und bietet gegenüber




Fig. 3.

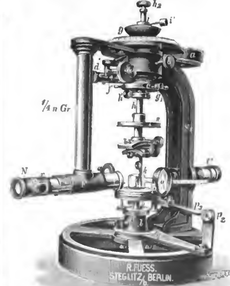


Fig. 4.

früheren Konstruktionen folgende Vortheile: genaue Justirung und vollständige Drehbarkeit des Krystalls in der Ebene der zu untersuchenden Fläche, Bestimmung der Indizes

bei polychromatischer Beleuchtung durch Anwendung eines Spektralokulars, Erkennung der Polarisationsverhältnisse der Grenzlinien mit Hülfe des vor dem Okular befindlichen drehbaren Analysatornicols *N*, Anwendbarkeit der Methode der Totalreflexion auch auf kleine und mangelhafte Krystallflächen mittels intensiver Beleuchtung des Krystalls durch die mit Universalgelenk versehene Beleuchtungslinse *o* und mit Hülfe des bildverkleinernden Fernrohres *F*. Um das Instrument auch als Goniometer verwendbar zu machen, lässt sich der Kollimator *C* orientirt in eine mit Einschiebehülse versehene Bohrung des Ständers *St* stecken. Bei Achsenwinkelmessungen wird dagegen der Kollimator durch eine Röhre ersetzt, welche mit einem Polarisatornicol und den geeigneten Kondensorlinsen versehen ist.

Schck.

Ueber die Entstehungsweise des elektrischen Funkens.

Von B. Walter. *Wied. Ann.* **66.** *S. 636. 1898.*

Walter stellt sich von Neuem die Aufgabe, die zuerst von Feddersen gelöst worden ist, die in einer elektrischen Funkenentladung zeitlich aufeinander folgenden Vorgänge auf einer photographischen Platte räumlich getrennt nebeneinander abzubilden. Zu diesem Zwecke wurde eine photographische Platte von der Grösse 24×6 *cm* auf einem kleinen, leicht laufenden Wagen so hefestigt, dass die Längskante der Platte mit den horizontalen Schienen, auf denen der Wagen lief, parallel war und ihre empfindliche Schicht vertikal stand. Ein fallendes Gewicht zog den Wagen über die Schienen und stiess in dem Augenblick auf, wo durch ein lichtstarkes Petzval'sches Objektiv der zu analysirende Funken auf der Platte abgebildet wurde. Der rotirende Unterbrecher des Induktoriums arbeitete so schnell, dass die vorbeieilende Platte stets zwei Entladungen auffangen musste. Aus der Umdrehungszahl des Unterbrechers (pro Sekunde) und dem auf der Platte ausgemessenen Abstand der beiden Entladungen konnte man dann die Plattengeschwindigkeit und somit die Zeitpunkte für die zu beobachtenden Unterabtheilungen der einzelnen Entladungen berechnen. Hat man es mit einer reinen Funkenentladung zu thun, so erblickt man eine vielfach gezackte, starke Linie, zu der parallel mehrere andere mit abnehmender Intensität folgen. Neu und interessant sind die Schlüsse, die Walter aus den Abbildungen der sogenannten Büschelentladungen zieht. Darnach wird ein elektrischer Funke in der Regel nicht mit einem Schlage fertig, sondern es wird ihm sein Weg zuvor durch mehrere stossweise aufeinanderfolgende und immer länger werdende Büschelentladungen gebahnt. „Von diesen letzteren benutzt dabei jede nach Möglichkeit den ihr bereits von der vorhergehenden geebneten Weg, während sie darüber hinaus ihren Weg häufig mit einem Knick fortsetzt, um schliesslich entweder mit einer baumartigen Verästelung frei in der Luft zu enden, oder, wenn sie kräftig genug war, den ganzen ihr noch übrig bleibenden Theil der Funkenstrecke zu überbrücken, womit dann der eigentliche Funke fertig ist.“ *E. O.*

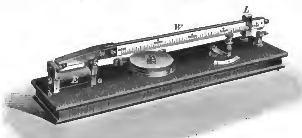
Ewing's magnetische Waage für den Gebrauch in der Werkstatt.

Journ. Inst. of Electr. Eng. **27.** *S. 526. 1898; The Electrician* **41.** *S. 110 u. 148. 1898.*

Es sind in den letzten Jahren mehrere Apparate konstruirt worden, um in einfacher Weise die magnetischen Eigenschaften des Eisens prüfen zu können. Alle diese Apparate erlauben eine Aufnahme der vollständigen Magnetisirungskurve oder auch eine Bestimmung der Hysteresis. Der neue von Ewing angegebene Apparat ist einfacher und misst nur einen einzigen Punkt der Magnetisirungskurve. Beim Vergleich einer grossen Zahl von Magnetisirungskurven fand nämlich Ewing, dass sich für verschiedene Eisenproben die Theile der $\mathfrak{B}$-$\mathfrak{H}$-Kurven, welche Feldstärken kleiner als 20 *C.G.S.*-Einheiten entsprechen, kreuzen, jenseits dieses Punktes ist dies nicht mehr der Fall, d. h. ist eine Probe gut für $\mathfrak{H} = 20$, so bleibt sie es auch für höhere Feldstärken. Ewing fand aus einer grossen Zahl von Kurven, dass man sogar direkt aus dem für $\mathfrak{H} = 20$ gefundenen Werth der Induktion die Grösse der Induktion bei höheren Feldern mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit voraussagen kann. Er stellt dafür folgende Tabelle auf.

$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{B}$				
20	12 000	13 000	14 000	15 000	16 000
25	12 700	13 700	14 600	15 500	16 350
30	13 300	14 200	15 100	15 900	16 600
40	14 200	15 000	15 700	16 400	17 000
50	14 900	15 600	16 300	16 900	17 400

Der Apparat selbst ist eine magnetische Waage (vgl. die Figur), welche bei einem Feld von $\mathfrak{H} = 20$ die Abreisskraft misst. Er besteht aus einem U-förmigen Elektromagneten *E*, der durch einen konstanten Strom erregt wird. Der eine Pol *a* des Elektromagneten ist V-förmig ausgeschnitten, der andre *b* ist zylindrisch abgerundet, sodass die Leitlinie der Zylinderfläche zur Verbindungslinie der beiden Pole senkrecht steht. Das zu untersuchende



Probestück ist ein auf 6,3 *mm* abgedrehter Stab von etwa 10 *cm* Länge; die Enden des Stabes brauchen nicht besonders bearbeitet zu sein. Dieser Stab wird über die beiden Pole des Elektromagnets gelegt; er berührt den Pol *b*, von dem er abgerissen werden soll, nur in einem Punkte. Die zum Abreissen nöthige Kraft wird durch einen Waagebalken *W* ausgeübt, dessen Drehpunkt in dem Pole *a* liegt. Die Kraft wird durch ein auf dem Waagebalken verschiebbares Laufgewicht *L* gemessen. Der Waagebalken trägt eine lineare Theilung und giebt direkt die zu $\mathfrak{H} = 20$ gehörige Induktion bei einem Messbereich von 12 000 bis etwas über 16 000 Induktionslinien. Die Möglichkeit einer linearen Theilung erscheint auf den ersten Blick sehr unwahrscheinlich; sie kommt dadurch zu Stande, dass bei konstanter Stromstärke in der Elektromagnetbewicklung die Feldstärke für verschiedene Eisenproben nicht konstant ist, sondern von der Permeabilität der Probe selbst abhängt. Obwohl nun die Abreisskraft schneller wächst als die Induktion, so wird diese Abweichung vom linearen Gesetz gerade durch die Veränderlichkeit der wahren magnetisirenden Kraft für die Probe kompensirt.

Zu dem Apparat wird ein Normalprobestück geliefert, das gleichzeitig zur Einstellung des Erregerstromes dient. Man legt dazu das Probestück in die Waage ein und bringt das Laufgewicht auf den Theilstrich des Waagebalkens, der die bei $\mathfrak{H} = 20$ bekannte Induktion des Stückes angiebt. Mit einem Widerstandssatz regulirt man nun den durch einen kleinen Akkumulator gelieferten Erregerstrom, bis das Stück gerade abgerissen wird; hierdurch wird ein Strommesser entbehrlich. *E. O.*

Neu erschienene Bücher.

E. Blim und M. Rollet de l'Isle, *Manuel de l'Explorateur: Procédés de levers rapides et de détail; Détermination astronomique des positions géographiques.* 12°. 260 S. Paris, Gauthier-Villars 1899.

In diesem kleinen Band erläutern die Verfasser die Methoden, die dem Reisenden in Ländern ohne Landesaufnahme und ohne Einzelaufnahmen zur Festlegung seines Reiseweges zu Gebot stehen: für den Lageplan Aufnahme des Itinerars mit Bussole und

Schrittmaass oder Marschzeit, einzupassen zwischen Punkte, deren geographische Koordinaten direkt bestimmt werden, für die Höhenmessungen im Wesentlichen nur die barometrische Methode. Dabei hat Blim den terrestrischen Theil bearbeitet, Roilet de l'Isle die direkte Orts- und Azimuthbestimmung. Für die Messung der Weglängen empfiehlt Blim bei Landreisen die Schrittzähler und nur bei Flussaufnahmen im Boot nothgedrungen die Zeit; bei Landreisen, die nicht zu Fuss gemacht werden und selbst bei solchen sind aber bekanntlich mit gutem Erfolg die Wegstrecken vielfach ebenfalls mit der Uhr gemessen worden. Bei der barometrischen Höhenmessung wird nur das Aneroïd erwähnt, während für Reisen im Boot die Mitnahme eines Quecksilberbarometers doch ganz ohne Bedenken ist; gar nicht erwähnt wird das Siedethermometer. Zur Messung der Höhenwinkel bei der trigonometrischen Höhenbestimmung (Seitenpeilungen) wird nur der Pendelgradbogen (Klisimeter) in der Handbussole verwendet; es empfiehlt sich hier, einen Libellengradbogen (mit Reflexion der Libellenblase ins Gesichtsfeld) zu nehmen, wovon ja ein Dutzend verschiedener Ausführungen zu Gebot steht. Bei der Ausführung der direkten geographischen Ortsbestimmungen wird ausschliesslich ein kleiner astronomischer Theodolit (Universalinstrument) mit Nonien vorausgesetzt, Reflexionsinstrumente sind ganz ausgeschlossen. Die Längen können deshalb fast nur Uhrlängen sein. Eigenthümlich berührt in diesem „astronomischen" Abschnitt die „Genauigkeit" der Rechnungen. Sogar bei der Nonienablesung werden häufig 0,1" angegeben (allerdings stets mit ,0"; *S. 140* Non. 2 ist jedenfalls nur Druckfehler); alle direkten Rechnungen werden dann 7-stellig geführt, in den Zeiten werden fast stets $0,01^s$ mitgenommen, die Länge *S. 153* auf $0,01^s$ ausgerechnet. Hat es in der That bei den 4 Messungen der Breite *S. 177* Sinn und Werth, 0,1" mitzuführen (der m. F. einer Beobachtung beträgt ± 5" bis 6") oder bei der Azimuthbestimmung *S. 215* das Resultat auf 0,1" anzugeben? Wen diese Zahlenmengen nicht abschrecken, der muss in der Behandlung solcher Aufgaben schon so erfahren sein, dass er eine elementare Vorschrift nicht mehr braucht.

Die Notizen über den Kartenentwurf würde der Ref. gerne etwas umgestaltet und erweitert sehen; wenn auch häufig die endgültige Redaktion der Karte nicht Sache des Reisenden selbst ist, so sollte doch die Ausarbeitung der Aufnahmen nie ohne seine Mitwirkung geschehen und dazu sollte er eben mehr über die Routen- und Kartenkonstruktion erfahren, als ihm hier geboten wird.

All' die vorstehenden kleinen Wünsche und Ausstellungen können aber das Gesammturtheil nicht ändern, das das elementare Büchlein für geschickt angelegt und nutzbringend erklären muss. Hoffentlich giebt bald eine zweite Auflage den Verfassern Gelegenheit zur Erweiterung und Verbesserung von Einzelheiten. *Hammer.*

A. Föppl, Vorlesungen üb. technische Mechanik. 4. Bd. Dynamik. gr. 8°. XIV, 456 S. m. 69 Fig. Leipzig, B. G. Teubner. Geb. in Leinw. 12,00 M.

S. Haughton, *Manual of Optics. New edition, enlarged by J. Warren.* 8°. 116 S. m. Fig. London 1899. Geb. in Leinw. 2,70 M.

A. Bernthsen, Kurzes Lehrbuch d. organ. Chemie. 7. Aufl. Bearb. in Gemeinschaft m. Prof. Dr. Ed. Buchner. 8°. XVI, 571 S. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. 10,00 M.; geb. in Leinw. 10,80 M.

Notiz.

In der Abhandlung von B. Wanach, Theorie des Reversionsprismas in *dieser Zeitschr. 19. S. 161. 1899* lies

S. 161. Z. 2 v. o. „Reversionsprisma" statt „Reservionsprisma".
S. 166. Formel 32) und im darauf folgenden Text „sin ψ" statt „tg ψ".
S. 176. Z. 7 v. u. „8,5 *cm*" statt „25 *cm*".

Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.



Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. **H. Landolt**, Vorsitzender, Prof. Dr. **A. Westphal**, geschäftsführendes Mitglied, Prof. Dr. **E. Abbe**, Dr. **H. Krüss**.

Redaktion: Prof. Dr. **St. Lindeck** in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang. **August 1899.** Achtes Heft.

Lichtvertheilung und Methoden der Photometrirung von elektrischen Glühlampen.

Von

Dr. Emil Liebenthal.

(Mittheilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

(Fortsetzung von S. 205.)

B. Die räumliche Lichtvertheilung.

Jede Lampe wurde in 10 verschiedenen, durch die Lampenachse gelegten, um je 18° von einander entfernten Ebenen, und in jeder Ebene von der Lampenachse ausgehend, welche von dem Sockel nach der Lampenspitze gehend gedacht wird, nach beiden Seiten hin bis zum Sockel in 10 um je 18° von einander entfernten Ausstrahlungsrichtungen geprüft. Mit anderen Worten, wenn man ein Polarkoordinatensystem zu Grunde legt, dessen Mittelpunkt in der Mitte der Lampe und dessen Pol in der Lampenachse liegt, so wurden in 20 um je 18° von einander entfernten Meridianen und in jedem Meridian, vom Pol ausgehend, in Entfernungen von je 18° Messungen ausgeführt. Durch Bildung von Mittelwerthen wurde sodann die *mittlere Lichtstärke unter der Poldistanz* ϑ, die im Folgenden immer mit $J(\vartheta)$ bezeichnet werden soll, berechnet, und um einen vergleichenden Ueberblick über die Lichtvertheilung zu gewinnen, wurden diese Werthe $J(\vartheta)$ durch die mittlere Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse J_m, für welche wir demnach auch die Bezeichnung $J(90)$ wählen können, dividirt. Dabei ergaben sich für die einzelnen Typen die in der umstehenden Tab. 5 zusammengestellten Mittelwerthe.

Demnach besitzen die Lampen der Type 4 in Bezug auf die räumliche Lichtvertheilung im Vergleich zu den übrigen Lampen ein abweichendes Verhalten. Bei den ersteren Lampen erreicht nämlich $J(\vartheta)$ 1) in der Nähe von $\vartheta = 90$ ein Minimum und 2) zwei Maxima, von denen das grössere in der Nähe der Lampenachse und das kleinere in der Nähe von etwa $\vartheta = 126°$ gelegen ist. Dagegen hat $J(\vartheta)$ bei den Lampen der Typen 1 bis 3 in der Nähe von $\vartheta = 90$ ein Maximum und nimmt nach beiden Seiten der Ebene senkrecht zur Lampenachse im Allgemeinen um so schneller ab, je mehr die geradlinigen Theile gegenüber den Windungen vorherrschen. Eine Ausnahme hiervon machte nur die Type 2c, welche wohl in Folge von Reflexionen in der oberen Halbkugel, d. h. für Werthe von ϑ zwischen 0° und 90° verhältnissmässig grössere Werthe lieferte. In Folge der theilweisen Abblendung durch den Sockel geben sämmtliche Lampen der Typen 2 bis 4 in der unteren Halbkugel für $J(\vartheta)$ kleinere Werthe als in der oberen; bei den Lampen 2e wurde bereits unter $\vartheta = 162°$ alles Licht durch den Sockel abgeblendet, während bei den übrigen Lampen die vollständige Abblendung erst in der Nähe von $\vartheta = 180°$ begann.

Tabelle 5.

Type	$\frac{J(\vartheta)}{J_m}$ für $\vartheta =$										
	180°	162°	144°	126°	108°	90°	72°	54°	36°	18°	0°
1	—	0,212	0,552	0,795	0,954	1,000	0,956	0,828	0,574	0,212	0
2a	—	0,278	0,599	0,802	0,945	„	0,974	0,857	0,689	0,512	0,410
2b	—	0,192	0,522	0,786	0,944	„	0,952	0,818	0,598	0,326	0,156
2c	—	0,166	0,443	0,689	0,886	„	1,004	0,896	0,734	0,594	0,673
2d	—	0,192	0,523	0,786	0,935	„	0,956	0,823	0,632	0,370	0,085
2d*	—	0,284	0,524	0,754	0,923	„	0,941	0,774	0,551	0,314	0,216
2e	—	—	0,713	0,911	0,974	„	0,990	0,930	0,898	0,715	0,468
3a	—	0,303	0,669	0,826	0,949	„	0,988	0,905	0.773	0,687	0,627
3b	—	0,406	0,729	0,884	0,959	„	0,984	0,922	0,830	0,764	0,721
3c	—	0,434	0,843	0,951	0,976	„	0,990	0,924	0,822	0,709	0,707
3d	—	0,362	0,662	0,846	0,962	„	0,961	0,855	0,716	0,588	0,522
3a*	—	0,346	0,629	0,846	0,968	„	0,952	0,842	0,746	0,680	0,650
4	—	0,669	1,021	1,081	1,027	„	1,038	1,119	1,213	1,233	1,295

Für die theoretische Betrachtung besonders interessant ist die Type 1 mit einem geraden Kohlenfaden, welcher innerhalb einer nahezu zylinderförmigen Glashülle an seinem unteren Ende an einer weit aus dem Sockel hervorragenden Spiralfeder und oben an einer in die Glasspitze eingeschmolzenen Zuführung derart befestigt war, dass er sich in der Lampenachse befand. Bei dieser Anordnung wurde das nach unten gehende Licht erst von einer 162° übersteigenden Poldistanz an abgeblendet. Demnach mussten sich die Lampen in der oberen und unteren Halbkugel unter Poldistanzen, die sich zu 180° ergänzen, nahezu gleich verhalten, wie auch aus der Tabelle hervorgeht.

Bildet man bei dieser Type nun ferner noch die Mittelwerthe aus den unter den supplementären Poldistanzen

$$\binom{72^\circ}{108^\circ} \quad \binom{54^\circ}{126^\circ} \quad \binom{36^\circ}{144^\circ} \quad \binom{18^\circ}{162^\circ} \quad \binom{0^\circ}{180^\circ}$$

gefundenen Werthen $\frac{J(\vartheta)}{J_m}$, so wird für

$$\vartheta = 90^\circ \quad 72^\circ \quad 54^\circ \quad 36^\circ \quad 18^\circ \quad 0^\circ$$

$$\frac{J(\vartheta)+J(180-\vartheta)}{2\,J_m} = 1{,}000 \quad 0{,}955 \quad 0{,}812 \quad 0{,}563 \quad 0{,}212 \quad 0\,.$$

Da ferner

$$\sin\vartheta = 1{,}000 \quad 0{,}951 \quad 0{,}809 \quad 0{,}588 \quad 0{,}309 \quad 0$$

so folgt, dass bei den benutzten Lampen der Type 1 die Ausstrahlung zwischen den Poldistanzen 90° und 36° nahezu nach dem sogenannten Kosinusgesetz erfolgte und erst bei kleineren Poldistanzen grössere Abweichungen eintraten. Diese letzteren dürften sich nur zum Theil durch den Verlust erklären lassen, welchen das Licht beim schrägen Auffallen auf die Glashülle erfährt.

Auch bei den Lampen 2b, deren Kohlenfaden aus zwei langgestreckten, durch einen kleinen Halbkreis verbundenen Theilen besteht, findet sich, wenn man dies Verbindungsstück in Abrechnung bringt, das Kosinusgesetz für die geradlinigen Theile im Wesentlichen bestätigt.

Es wurde nun nach einem von mir angegebenen graphischen Verfahren[1]) für jede Lampe

die mittlere räumliche Lichtstärke, welche mit J bezeichnet werden soll, sowie

die räumliche Lichtstärke J_o und J_u der oberen und unteren Halbkugel

berechnet und daraus das Verhältniss J_o/J_m, J_u/J_m, J/J_m abgeleitet.

Die hierbei gefundenen Mittelwerthe sind in der Tab. 6 enthalten, in welcher ausserdem noch andere Grössen, auf welche nachher eingegangen werden soll, mitgetheilt werden.

Tabelle 6.

Type	$\frac{J_o}{J_m}$	$\frac{J_u}{J_m}$	$\frac{J}{J_m}$	$J = \frac{J(\vartheta'')+J(180-\vartheta'')}{2}$ für $\vartheta'' =$	$\frac{J(51{,}8^\circ)+J(128{,}2^\circ)}{2} - J$ in %	$J(\vartheta)=J_o$ für $\vartheta =$	$J(\vartheta)=J_u$ für $\vartheta =$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,78	0,76	0,77	50,6°	1,7	50,0°	128,5°
2a	0,84	0,77	0,81	52,2	− 0,6	52,6	127,8
2b	0,78	0,76	0,77	51,9	− 0,1	51,5	128,6
2c	0,88	0,69	0,79	53,6	− 2,6	52,6	125,8
2d	0,80	0,75	0,78	51,1	0,2	51,8	128,7
2d*	0,77	0,74	0,75	53,2	− 2,5	53,3	126,8
2e	0,93	0,82	0,87	46,0	3,9	52,4	136,8
3a	0,89	0,80	0,85	51,8	0	52,6	128,9
3b	0,92	0,84	0,88	50,3	1,3	53,1	132,5
3c	0,91	0,88	0,90	45,8	3,4	52,1	147,2
3d	0,85	0,81	0,83	51,6	0,2	53,8	129,5
3a*	0,87	0,81	0,84	53,0	− 1,6	57,1	129,6
4	1,11	0,98	1,05				

Zu dieser Tabelle sei noch hinzugefügt, dass die Zahlen, aus welchen die oben mitgetheilten Mittelwerthe von J/J_m abgeleitet wurden, für die

Lampen 2a zwischen 0,82 und 0,79, im Mittel um ± 1,0 %
„ 2b „ 0,78 „ 0,76 „ „ „ ± 0,7 „

[1]) Vgl. *Elektrotechn. Zeitschr.* **10.** *S. 337. 1889.* Führt man nämlich in dem Ausdruck

$$J = \frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} J(\vartheta, \varphi)\sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} J(\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta$$

die neue Variabele $x = \cos\vartheta$ ein, so wird

$$J = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} J(x)\, dx = \int_0^1 \frac{J(x)+J(-x)}{2}\, dx.$$ Ebenso wird $J_o = \int_0^1 J(x)\, dx$; $J_u = \int_{-1}^{0} J(x)\, dx$.

Wenn man also in rechtwinkligen Koordinaten (auf Millimeterpapier) beispielsweise $\frac{J(\vartheta)+J(180-\vartheta)}{2}$ als Funktion von $\cos\vartheta$ aufträgt, so ist J gleich dem Inhalt der Fläche, welche von der Kurve, den beiden Koordinatenachsen und der zur Abszisse 1 gehörigen Ordinate begrenzt wird. Mit hinreichender Genauigkeit wird dieser Flächeninhalt durch angenäherte Quadratur gefunden, wenn man von $x = 0$ in Abständen von 0,05 (= 5 *mm*, wenn 1 *dm* als Einheit gewählt wird) auf der Abszissenachse bis $x = 1$ fortschreitend, die zugehörigen Ordinaten aufsucht, die Summe derselben um die halbe Summe der ersten und letzten Ordinate vermindert und diese Differenz endlich durch 20 theilt.

Lampen 3a	zwischen 0,87	und 0,81,	im Mittel	um	± 1,9 %
„ 3b	„ 0,90	„ 0,86	„ „	„	± 1,9 „
„ 4	„ 1,07	„ 1,00	„ „	„	± 2,5 „

um den angegebenen Mittelwerth schwankten. Für die übrigen in nur beschränkter Anzahl geprüften Lampen sollen diese Schwankungen, obgleich sie durchgehends in engen Grenzen lagen, nicht angegeben werden.

Zunächst ist aus den Spalten 2 und 3 der Tab. 6 zu ersehen, dass bei sämmtlichen Lampen mit Ausnahme von Type 1 die räumliche Lichtstärke der oberen Halbkugel durchschnittlich um eine Anzahl von Prozenten grösser als die der unteren Halbkugel ist.

Ferner ergiebt sich, dass für Klarglasbirnen J/J_m zwischen 0,76 (Type 2b) und 1,07 (Type 4) schwankte, d. h. dass bei gleicher mittlerer Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse Lampen der Type 4 eine bis zu 40% grössere mittlere räumliche Lichtstärke als Lampen der Type 2b besassen. Die Lampentype 4 wird also im Vergleich zu den übrigen Typen unverhältnissmässig ungünstig behandelt, wenn man die mittlere Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse als Maassstab für die Beurtheilung zu Grunde legt. Sobald es sich um den Vergleich verschiedenartiger Lampen handelt, kann man also nur von der mittleren räumlichen Lichtstärke ausgehen.

Bestimmung der mittleren räumlichen Lichtstärke J für die Zwecke der Praxis. Selbstverständlich können hier nur solche Methoden zur Anwendung gelangen, welche eine einfache und schnelle Bestimmung gestatten. Aus diesem Grunde muss von einem Messen in 20, ja selbst in 4 Meridianen, wie es gewöhnlich geschieht, Abstand genommen werden; im Uebrigen wird durch die letztere Bestimmungsweise auch nur eine mässige Genauigkeit erzielt, da bei der Type 4 noch Fehler bis zu 3% festgestellt wurden.

Methode a. Der nächstliegende Weg ist der, J_m zu messen und sodann die in der Spalte 4 der Tab. 6 mitgetheilten Zahlen zur Umrechnung in J zu benutzen. Man findet alsdann, wenn J_m nach der Methode des rotirenden Spiegels bestimmt wird, den Fehler einer Bestimmung von J aus den im Anschluss an die Tab. 6 mitgetheilten Zahlen unter Hinzurechnung der unvermeidlichen Beobachtungsfehler für die

Lampen 2a	im Mittel zu etwa	± 1,2 %,	im Maximum zu etwa	3 %
„ 2b	„ „ „ „	± 0,9 „	„ „ „ „	2 „
„ 3a	„ „ „ „	± 2,0 „	„ „ „ „	6 „
„ 3b	„ „ „ „	± 2,0 „	„ „ „ „	4 „
„ 4	„ „ „ „	± 2,5 „	„ „ „ „	6 „.

Wird J_m dagegen nach der Methode des Winkelspiegels bestimmt, so erhält man für die am meisten untersuchten Lampen 3a unter Benutzung der Zahlen von Tab. 4 den mittleren Fehler einer Bestimmung von J zu etwa ± 3,0 % und den Maximalfehler im ungünstigsten Falle zu über 10 %. Ungefähr die gleichen Zahlen gelten dann auch für die Lampen 3b und 4, während sich für die Lampen 2a und 2b etwa ± 1,7 % und 5 % ergiebt.

Als ein Uebelstand dieser Methode ist allerdings die in hohem Maasse starke Abhängigkeit des Reduktionsfaktors von der Gestalt des Kohlenfadens zu bezeichnen.

Methode b. Um einen anderen Weg zur Bestimmung von J zu finden, empfiehlt es sich, von den Grössen $J(\vartheta)$ und $\frac{J(\vartheta)+J(180-\vartheta)}{2}$ auszugehen und die beiden Fragen aufzuwerfen:

1. Giebt es, sei es in der oberen oder unteren Halbkugel, eine allen Typen gemeinsame Poldistanz ϑ', unter welcher $J(\vartheta')$ nahezu gleich J wird?

2. Giebt es eine allen Typen gemeinsame Poldistanz ϑ'', unter welcher $\frac{J(\vartheta'') + J(180-\vartheta'')}{2}$ im Wesentlichen mit J übereinstimmt?

Diese Fragen wurden auf graphischem Wege beantwortet. Hierbei ergab sich, dass die erste Frage zu verneinen ist, da die ϑ' nicht allein im Mittel von Type zu Type, sondern auch innerhalb derselben Type beträchtlich variirten. Dagegen ist die Frage 2, soweit sie sich auf die Typen 1 bis 3 bezieht, zu bejahen, wie aus der Spalte 5 von Tab. 6 hervorgeht, in welcher die ϑ'' innerhalb der verhältnissmässig engen Grenzen 46,0° (2e) und 53,6° (2c) variiren. Im Mittel aus sämmtlichen Lampen erreichte ϑ'' den Werth 51,8°.

Es wurden nun für jede Lampe aus den in 20 Meridianen ausgeführten Messungen die mittleren Lichtstärken unter den Poldistanzen 51,8° und 128,2° bestimmt und sodann berechnet, um wieviel $\frac{J(51,8^0) + J(128,2^0)}{2}$ von J abweicht. Die hierbei gefundenen Mittelwerthe der Abweichung sind aus Spalte 6 der Tab. 6 zu ersehen. Die Zahlen, aus welchen dieselben abgeleitet wurden, schwankten für die

Lampen	2a	zwischen	0,1	und	— 1,9,	im Mittel um ± 0,7 %
„	2b	„	0,2	„	— 0,6	„ „ „ ± 0,2 „
„	3a	„	1,5	„	— 2,1	„ „ „ ± 1,2 „
„	3b	„	3,5	„	— 0,5	„ „ „ ± 1,5 „ .

Bei den übrigen, nur in geringerer Zahl untersuchten Lampen stimmten die Einzelwerthe nahezu überein.

Demnach erhält man J bei den untersuchten Lampen 2b und 3a unmittelbar als das Mittel aus den durch Beobachtung in 20 Meridianen gefundenen Werthen J (51,8°) und J (128,2°) und zwar bis auf etwa ± 0,2 bezw. ± 1,2 % genau, während für die Lampen 2c, 2e und 3c, welche Abweichungen von — 2,6, 3,9 und 3,4 % ergaben, entsprechende Korrektionen anzubringen sind.

Auf die Lampentype 4 ist diese Methode nicht ohne Weiteres anwendbar, weil der Kohlenfaden ausser den zur Lampenachse nahezu parallelen Schenkeln und Halbkreisen auch noch geradlinige, auf der Lampenachse annähernd senkrechte Theile enthält. Sie lässt sich aber auch für diese Type verwerthen, wenn man durch Anbringung eines in geeigneter Weise gebogenen Zwischenstückes (Fig. 9) die Lampe um die in die Richtung I fallende Achse AB drehbar macht, wenn man also die Richtung I zur Lampenachse macht, weil dann mit Ausnahme der kleinen Schenkel sämmtliche Theile des Kohlenfadens wie bei den Typen 2 und 3 der Lampenachse nahezu parallel sind. Dabei ergaben sich etwa der mittlere Fehler zu 1,6 ± 1,4 %, die Maximalfehler zu + 2,8 % und — 0,2 %. Da bei dieser Anordnung die Breitenkreise $\vartheta = 51,8^0$ und 128,2° im Wesentlichen dieselbe Lage in Bezug auf den Kohlenfaden und Sockel besitzen, lieferte bereits jede der Grössen J (51,8°) und J (128,2°) nahezu die Lichtstärke J, und zwar betrugen alsdann etwa der mittlere Fehler 1,6 ± 2,8 %, die Maximalfehler + 5,8 % und — 1,5 %.

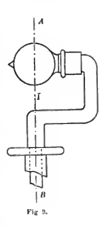


Fig. 9.

Es handelt sich also jetzt darum, Methoden zu finden, welche $\frac{J(51,8^0) + J(128,2^0)}{2}$ möglichst einfach durch eine einzige Messung zu bestimmen gestatten. Diesem Zwecke sollen die folgenden Vorschläge als Fingerzeige dienen.

1. Nach Analogie der von der Reichsanstalt zur Bestimmung von J_m benutzten Methode des rotirenden Spiegels käme etwa die in Fig. 10 angegebene Anordnung in Betracht. Darin bezeichnen

ab die Photometerbank bezw. deren Verlängerung,

A die fest aufgestellte zu messende Lampe, deren Achse sich in der Achse der Photometerbank befindet,

B das ebenfalls feststehende Photometer,

C und *D* zwei um die Lampenachse drehbare Spiegel, welche das von *A* unter den Poldistanzen 128,2° und 51,8° ausgehende Licht auf den Wegen *ACB* und *ADB* ins Photometer werfen,

E die Vergleichslichtquelle, welche längs einer Theilung verschoben wird, die derart berechnet ist, dass beispielsweise der Theilstrich 5 Kerzen 2 *m* und der Theilstrich 20 Kerzen 1 *m* vom Photometer entfernt ist.

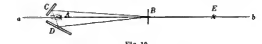


Fig. 10.

Die beiden Spiegel müssten ungleiche Reflexionskonstanten besitzen und in solchen Entfernnngen von *A* angebracht sein, dass eine nach allen Richtungen gleichmässig leuchtende Lampe *A* auf den beiden Wegen *ACB* und *ADB* die gleiche Photometerhelligkeit erzeugen würde.

Die Messung wäre in folgender Weise auszuführen: Zunächst wird bei *A* eine Normallampe von bekannter räumlicher Lichtstärke aufgestellt; sodann wird die Vergleichslichtquelle *E* auf den diese Lichtstärke angebenden Theilstrich der Skale eingestellt und ihre Spannnng so lange geändert, bis auf beiden Seiten die gleiche Photometerhelligkeit herrscht. Schliesslich wird die zu messende Lampe in *A* aufgestellt nnd durch Verschieben von *E* eine photometrische Einstellung gemacht. Der an der Theilung abgelesene Werth giebt dann unmittelbar die gesuchte ränmliche Lichtstärke.

Der Fehler einer Messung dürfte hierbei betragen für die untersnchten

Lampen	2a	im	Mittel	etwa	± 1,1%,	im	Maximum	etwa 3%
„	2b	„	„	„	± 0,6 „	„	„	„ 2 „
„	3a	„	„	„	± 1,7 „	„	„	„ 5 „
„	3b	„	„	„	± 2,2 „	„	„	„ 5 „.

Diese Zahlen sind also kleiner als die nach der Methode a) für den Fall gefundenen, dass J_m nach der Methode des Winkelspiegels bestimmt wird. Bei der eben besprochenen Anordnung, welche eine Vergleichslichtquelle mit einer durch die Versuchsbedingungen gegebenen Lichtstärke erfordert, müsste das Photometer deshalb fest aufgestellt werden, weil sich sonst das Verhältniss $(AC + CB)^2 : (AD + DB)^2$ fortwährend ändern würde. Selbstverständlich müssen auch hier, ebenso wie bei der nächsten Methode, die direkten Strahlen durch einen Schirm abgeblendet werden.

2. Eine andere Methode ist aus der in Fig. 11a skizzirten Anordnung ersichtlich. Die zu messende Lampe *A* wird auf der Photometerbank *ab* oder deren Verlängerung aufrecht aufgestellt und durch einen Motor in Rotation versetzt. Die beiden aus demselben Stück geschnittenen Spiegel *C* und *D* sind symmetrisch zu der Ebene, welche auf der Lampenachse senkrecht steht und durch die Mitte der Lampe geht, derart angeordnet, dass sie die unter den fraglichen Poldistanzen ausgehenden Strahlen

ins Photometer B reflektiren. Die photometrische Messung wird durch Verschieben der mit dem Photometer B fest verbundenen Vergleichslichtquelle E längs einer gewöhnlichen Kerzentheilung ausgeführt.

Diese Methode ist nach Analogie des Vorschlags von Crova aufgestellt, welcher J_m durch Rotation der zu messenden Lampe zu bestimmen sucht. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, dass bei dieser Rotation die Gefahr vorliegt, dass der Kohlenfaden unter der Einwirkung der Zentrifugalkraft eine Deformation erleidet, welche eine Veränderung der Lichtvertheilung zur Folge hat. Wäre dies Letztere nicht der Fall, so würde man die gesuchte Lichtstärke entweder unter Berücksichtigung der Spiegelkonstanten und eines Korrektionsfaktors berechnen oder unter Benutzung einer Normallampe mit einer Genauigkeit beobachten können, welche im Wesentlichen mit der bei der Methode der beiden rotirenden Spiegel angegebenen übereinstimmen müsste.

Freilich lässt sich die Rotation der Lampe bedeutend verlangsamen, wenn man die Anordnung der Fig. 11a dahin abändert, dass man statt zweier Spiegel vier aus einem Stück geschnittene Spiegel (Fig. 11b) nimmt und sie auf der dem Photometer abgewandten Seite von A derart aufstellt, dass sie a) in Bezug auf die durch die Mitte der Lampe gehende Ebene senkrecht zur Lampenachse, b) in Bezug auf die durch die Achse der Photometerbank und Lampenachse gelegte Ebene zu einander symmetrisch sind und die in zwei zu einander senkrechten Meridianen unter den Poldistanzen 51,8° und 128,2° ausgehenden Strahlen auf den Photometerschirm werfen.

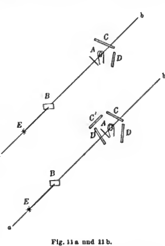


Fig. 11a und 11b.

Es zeigte sich nämlich, dass man J auch dann schon mit einer im Allgemeinen genügenden Genauigkeit erhält, wenn man nur in zwei beliebigen, um 90° entfernten Meridianen unter den in Frage kommenden Poldistanzen Messungen ausführt und aus denselben das Mittel nimmt.

Der Gedanke lag nun nahe, die Versuchsanordnung der Fig. 11b dahin zu modifiziren, dass man die zu messende Lampe fest aufstellt und mittels der vier Spiegel die vier Messungen durch eine einzige ersetzt. Wegen der Reflexe, zumal dieselben meistens in demselben Meridian erfolgten, ist jedoch von einer solchen Anordnung bei feststehender Lampe Abstand zu nehmen. Wohl aber erhält man einen genaueren Werth für J, wenn man unter Benutzung der vier Spiegel Messungen in drei je 120° von einander entfernten Meridianpaaren ausführt und aus den sich ergebenden Werthen das Mittel nimmt.

Methode c. Der Glühfaden wird in der Richtung II bei den Lampentypen 2 meistens unverkürzt, bei den übrigen nahezu unverkürzt gesehen. Bezeichnet nun J'' die Lichtstärke in dieser Richtung, so muss, wie aus theoretischen Untersuchungen hervorgeht, das Verhältniss J/J'' nahezu gleich $\pi/4$ (= 0,785) werden. Durch die angestellten Untersuchungen wurde dies bestätigt; es ergab sich nämlich für die

Type	2a	2b	2c	2d	2d*	2e	3a	3b	3c	3d	3a*	4
J/J'' zu	0,79	0,77	0,78	0,79	0,75	0,77	0,80	0,80	0,81	0,79	0,80	0,77,

und zwar schwankten die Einzelwerthe um diese Mittelwerthe bei der

Type	2a	2b	3a	3b	4
nach oben bis zu	2	1	7	2	4 %
nach unten bis zu	3	4	4	3	5 „
im Mittel um	± 1,3	1,2	2,7	1,8	2,3 „ .

Für die in geringerer Zahl untersuchten Lampen waren die Schwankungen zuweilen ebenfalls beträchtlich; die grössten, im Betrage von 5% nach oben und 4% nach unten, wurden bei den Lampen 2d gefunden.

Bezüglich der Lampen 3a wird noch bemerkt, dass die grösste Abweichung von 7% nach oben, welche vielleicht durch eine theilweise Verdeckung der hinteren durch die vordere Schleifenwindung zu erklären sein dürfte, indessen nur bei zwei Lampen einer Sendung von 12 Lampen beobachtet wurde, während bei allen übrigen Lampen der Type 3a die Abweichungen nach oben etwa 3% geringer waren.

Wenn man nun für die zusammengehörigen Lampenarten Mittelwerthe nimmt, so ergab sich demnach für die Umrechnung der Lichtstärke J'' in mittlere räumliche Lichtstärke bei der

Type	2	3	4
der Reduktionsfaktor zu	0,78	0,80	0,77.

Für die Zwecke der Praxis dürfte es sich jedoch empfehlen, für alle Typen den gemeinsamen Reduktionsfaktor $\pi/4$ zu Grunde zu legen.

Man kann sich jedoch von der für die Zwecke der Praxis immerhin lästigen Umrechnung frei machen, wenn man oberhalb (bezw. unterhalb) der gewöhnlichen Kerzentheilung (Nr. 1) eine zweite Theilung (Nr. 2) anbringt, deren Zahlen zu den in denselben Vertikalen liegenden Zahlen der Theilung Nr. 1 im Verhältniss von $\pi/4 : 1$ stehen. Man photometrirt dann die Normallampe, deren Lichtstärke in einer bestimmten Ausstrahlungsrichtung genau bekannt ist, in gewöhnlicher Weise mittels Theilung Nr. 1 und liest die mittlere räumliche Lichtstärke der zu messenden Lampe unmittelbar an der Theilung Nr. 2 ab.

Die eben besprochene Methode hat den Vorzug, möglichst einfach und wegen der geringen Abhängigkeit des Reduktionsfaktors von der Gestalt des Kohlenfadens auf alle untersuchten Lampentypen anwendbar zu sein. Ein weiterer Vorzug besteht ferner darin, dass durch die Normallampe, falls sie sich konstant hält, keine Fehler in die Messungen eingeführt werden. Mittels der Methode c) wird also im Allgemeinen dieselbe Genauigkeit wie mittels der Methode a) erreicht, wenn bei letzterer J_m nach der Winkelspiegelmethode gemessen wird.

Freilich hat man dabei immer noch mit der Gefahr von Reflexen und Abblendungen zu rechnen. Es empfiehlt sich desshalb, die Lampen vor dem Photometriren ein wenig aus der richtigen Stellung nach beiden Seiten herauszudrehen und von einer Messung nach der Methode c) Abstand zu nehmen, falls sich hierbei die eben erwähnten Fehlerquellen zeigen sollten; allenfalls für orientirende Versuche könnte man sich dann mit einem dem extremen Werthe benachbarten begnügen. Der durch etwaige Reflexe und Abblendungen veranlasste Fehler lässt sich aber verringern, wenn man die zu messende Lampe so aufstellt, dass sich die Richtung I in der Achse der Photometerbank befindet, wenn man ferner zwei Spiegel anwendet, welche die Strahlen in den Richtungen II und II' ins Photometer werfen, und wenn man endlich eine Normallampe benutzt, deren Lichtstärken J_1 und J_2 in zwei diametral gegenüberliegenden Richtungen r_1 und r_2 bekannt sind. Beim Photometriren der Normallampe hat man dann die Richtungen r_1 und r_2 in die Senkrechte zur Achse der

Photometerbank zu bringen und das Photometer auf den Theilstrich $(J_1 + J_2)/2$ der Theilung Nr. 1 zu stellen. Durch Ablesen an der Theilung Nr. 2 findet man endlich wieder die gesuchte mittlere räumliche Lichtstärke.

C. Theoretische Betrachtungen.

Es werde angenommen, dass die Dimensionen des Glühfadens gegen die Entfernungen desselben vom Photometer hinlänglich klein seien, dass der Glühfaden einen kreisförmigen Querschnitt habe, überall die gleiche Dicke d und die gleiche Flächenhelle e besitze und dass das sogenannte Kosinusgesetz gültig sei. Ferner soll angenommen werden, dass das vom Kohlenfaden ausgehende Licht durch die Glashülle keine Aenderung der Lichtvertheilung erfahre und durch den Sockel nicht abgeblendet werde. Unter diesen Voraussetzungen lässt sich der Glühfaden durch eine mathematische Linie ersetzen, welche mit seiner Mittellinie zusammenfällt und mit der Intensität

$$\lambda = d\,.\,e \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad 10)$$

leuchtet, und zwar ist die Lichtstärke J_r des Glühfadens in der Ausstrahlungsrichtung r gleich

$$\lambda \int \sin\alpha\, ds \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad 11)$$

wo die Integration über die ganze Mittellinie zu erstrecken ist und α den Winkel bezeichnet, den die Richtung r mit dem Elemente ds bildet,
oder auch, was dasselbe ist, gleich

λ multiplizirt mit der Projektion dieser Mittellinie auf eine zu r senkrechte Ebene . . 11a)

Da nun bei den in Frage kommenden Lampen die an Stelle des Glühfadens zu setzende Mittellinie sich im Wesentlichen aus geraden Linien und Halbkreisen zusammensetzt, so sollen diese beiden letzteren Grössen zunächst der Behandlung unterzogen werden.

a) Leuchtende gerade Linie. In nebenstehender Fig. 12 bezeichnen mA die Lampenachse, $mP = l$ die leuchtende Gerade, r eine beliebige Ausstrahlungsrichtung.

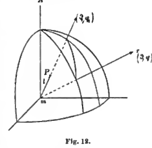


Fig. 12.

Es soll jetzt ein Polarkoordinatensystem eingeführt werden, dessen Mittelpunkt in m und dessen Pol auf der Lampenachse liegt. Bezeichnen wir dann die Polarkoordinaten von mP mit ϑ_1, φ_1; die von r mit ϑ, φ, so wird, wenn wir zur Abkürzung

$$\cos\vartheta\cos\vartheta_1 + \sin\vartheta\sin\vartheta_1\cos(\varphi - \varphi_1) = f(\vartheta, \varphi, \vartheta_1, \varphi_1) \qquad \ldots \qquad 12)$$

setzen, die Lichtstärke $J(\vartheta, \varphi)$ in der Ausstrahlungsrichtung ϑ, φ

$$J(\vartheta, \varphi) = l\lambda\sqrt{1 - f^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad 13)$$

wo für den Wurzelausdruck stets das positive Zeichen zu nehmen ist.

Mithin wird

$$J(\vartheta) = \frac{1}{2\pi}\, l\lambda \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - f^2}\,.\,d\varphi\,, \qquad \text{demnach} \qquad J_m = \frac{1}{\pi}\, l\lambda \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \sin^2\vartheta_1\cos^2\varphi}\,.\,d\varphi\,.$$

Das letztere Integral giebt den halben Umfang einer Ellipse an, deren grosse Achse gleich 1 und deren numerische Exzentrizität $\varepsilon = \sin\vartheta_1$ ist.

Wir wollen dies Integral, auf welches wir häufig zurückzukommen haben, mit $E(\vartheta_1)$ bezeichnen, also $E(\vartheta_1)$ durch die Definition

$$E(\vartheta_1) = \int_0^\pi \sqrt{1 - \sin^2\vartheta_1 \cos^2\varphi} \cdot d\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

einführen. Wir erhalten dann

$$J_m = \frac{1}{\pi}\, l\,\lambda\, E(\vartheta_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

Die Grösse $E(\vartheta_1)$ lässt sich leicht mit Hülfe bekannter Tafeln, z. B. der in der fünfstelligen Logarithmentafel von Schlömilch angegebenen, aus der Exzentrizität $\varepsilon = \sin\vartheta_1$ berechnen.

So ergiebt sich zum Beispiel:

Tabelle 7.

ϑ_1	$E(\vartheta_1)$	ϑ_1	$E(\vartheta_1)$	ϑ_1	$E(\vartheta_1)$
0°	π	30°	2,935	60°	2,422
3	3,139	33	2,894	63	2,365
6	3,133	36	2,850	66	2,309
9	3,122	39	2,803	69	2,255
12	3,107	42	2,753	72	2,202
15	3,088	45	2,701	75	2,153
18	3,065	48	2,648	78	2,108
21	3,038	51	2,593	81	2,068
24	3,007	54	2,536	84	2,035
27	2,973	57	2,479	87	2,011
				90	2,000

Ein graphisches Bild dieser Abhängigkeit giebt die Kurve (Fig. 13).

Ist speziell $\vartheta_1 = 0$, d. h. fällt die leuchtende Gerade in die Lampenachse, so wird

$$\left.\begin{array}{l} J(\vartheta, \varphi) \;= J(\vartheta) = l\,\lambda \sin\vartheta \\ J(90, \varphi) = J_m \;\;= l\,\lambda \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$

demnach die mittlere räumliche Lichtstärke

$$J = l\,\lambda \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\vartheta\, d\vartheta = l\lambda \cdot \frac{\pi}{4} \cdot$$

Mithin ist die mittlere räumliche Lichtstärke eines beliebig gestalteten Glühfadens von der Länge L gleich

$$J = \lambda\, \frac{\pi}{4} \int ds = L\,\lambda \cdot \frac{\pi}{4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

b) Leuchtender Halbkreis. Es bezeichne (Fig. 14) mA die Lampenachse, abc den leuchtenden Halbkreis mit dem Radius ρ, r eine beliebige Ausstrahlungsrichtung, n die Normale der Ebene abc auf der Seite von r, (rn) den Winkel zwischen r und n.

Abgesehen von Verdeckungen, welche auf einem nur sehr schmalen Raume erfolgen und praktisch für die Bestimmung von J bedeutungslos sind, ist dann die Lichtstärke J_r des Halbkreises in der Richtung r gleich λ multiplizirt mit der Projektion des Halbkreises auf eine zu r senkrechte Ebene. Diese Projektion ist der halbe Umfang einer Ellipse, deren grosse Achse gleich ρ, deren kleine Achse gleich $\rho \cos(rn)$, deren Exzentrizität ε also gleich $\sin(rn)$ ist. Demnach wird

$$J_r = \lambda\varrho\, E(rn) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

Zur Bestimmung von (rn) führen wir wieder ein Polarkoordinatensystem ein, dessen Mittelpunkt in den Mittelpunkt des Halbkreises und dessen Pol in die Lampenachse fällt, und bezeichnen die Polarkoordinaten des Lothes n mit Θ, Φ, die der Richtung r mit ϑ, φ.

Alsdann wird

$$\cos(rn) = \pm \left\{ \cos\vartheta \cos\Theta + \sin\vartheta \sin\Theta \cos(\varphi - \Phi) \right\}, \quad . \; . \; . \; . \quad 19)$$

wo das Vorzeichen immer so zu wählen ist, dass (rn) einen Winkel im ersten Quadranten bezeichnet.

Demnach ist, wenn wir die rechte Seite von Gl. 19) mit $f(\vartheta, \varphi, \Theta, \Phi)$ bezeichnen, allgemein

$$J(\vartheta, \varphi) = \lambda \varrho E\left(arc \cos f(\vartheta, \varphi, \Theta, \Phi)\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 20)$$

Wird speziell der Anfangsmeridian von der Linie mb' gezählt, in welcher die Ebene senkrecht zur Lampenachse den Halbkreis abc schneidet, so ist $\Phi = 90^0$ zu setzen.

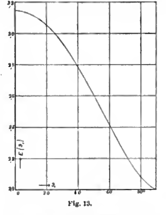


Fig. 13.

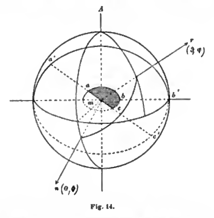


Fig. 14.

Befindet sich die Ebene des Halbkreises in der Lampenachse, ist also $\Theta = 90^0$, wie dies meistens bei den Lampen der Type 2 der Fall ist, so wird, wenn wir die φ von der Ebene des Halbkreises zählen,

$$\left.\begin{aligned} J(\vartheta, \varphi) &= \lambda \varrho \cdot E\left(\text{aro} \cos(\sin\vartheta \sin\varphi)\right) \\ J(90, \varphi) &= \lambda \varrho \cdot E(90 - \varphi), \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 21)$$

ferner

$$J_m = 2{,}645 \lambda \varrho, \quad J = \frac{\pi^2}{4} \lambda \varrho.$$

Anstatt die Grösse E aus Tabellen oder aus der Kurve (Fig. 13) abzuleiten, kann man mit einer für die vorliegenden Zwecke genügenden Genauigkeit auch die Gleichung

$$E(rn) = 2 + (\pi - 2)\cos^2(rn) + 0{,}0163 \sin^2(2rn)$$

gebrauchen und findet demnach für einen in der Lampenachse befindlichen Halbkreis

$$\left\{\begin{aligned} J(\vartheta, \varphi) &= \lambda \varrho \left[2 + (\pi - 2)\sin^2\vartheta \sin^2\varphi + 0{,}652 \sin^2\vartheta \sin^2\varphi (1 - \sin^2\vartheta \sin^2\varphi)\right] \\ J(\vartheta) &= \lambda \varrho \left[2 + \left(\frac{\pi}{2} - 0{,}674\right)\sin^2\vartheta - 0{,}244 \sin^4\vartheta\right] \\ J(90, \varphi) &= \lambda \varrho \left[2 + (\pi - 2)\sin^2\varphi + 0{,}163 \sin^2 2\varphi\right]. \end{aligned}\right.$$

Steht die Ebene des Halbkreises, wie dies bei der Type 4 in der Nähe des Scheitels des Fadens meistens vorkommt, auf der Lampenachse senkrecht, so wird

$$J(\vartheta, \varphi) = \lambda \varrho \cdot E(\vartheta) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 22)$$

c) Glühfaden der Lampen der Typen 2 und 3. Derselbe besteht im Wesentlichen aus zwei geraden Schenkeln, jeder von der Länge l, welche im Allgemeinen nur kleine Winkel ϑ_1 mit der Lampenachse bilden, und aus einem halbkreisförmigen Verbindungsstück bezw. einer meist schwach ringförmigen Schraubenlinie. Diese letztere kann man sich im Wesentlichen zusammengesetzt denken aus 3, 5 oder 7 Halbkreisen, die im Allgemeinen mit der Lampenachse nur kleine Winkel einschliessen, und deren Durchmesser 2ρ meistens auf der Lampenachse senkrecht stehen, und zwar sind die Durchmesser der nach oben gerichteten Halbkreise einerseits und die der nach unten gerichteten Halbkreise andererseits unter einander parallel. Kennt man also die betreffenden Verbindungsstücke, so lässt sich die Lichtstärke $J(\vartheta, \varphi)$ berechnen.

Seien speziell die Schenkel und die Halbkreise der Lampenachse parallel, also die ϑ_1 gleich 0 und die θ gleich 90°, so findet man, wenn die Länge φ von der Ebene der äusseren Halbkreise aus (Richtung I) in der Richtung nach den benachbarten, um α entfernten Halbkreisen gezählt wird, nach Gl. 16) und 21)

$$\left.\begin{aligned} J(\vartheta, \varphi) &= 2 l \lambda \sin \vartheta + m \rho \lambda E(\operatorname{arc} \cos (\sin \vartheta \sin \varphi)) + (m-1) \rho \lambda E[\operatorname{arc} \cos (\sin \vartheta \sin (\varphi - \alpha))] \\ J(90, \varphi) &= 2 l \lambda + m \rho \lambda E(90 - \varphi) + (m-1) \rho \lambda E(90 - \varphi + \alpha) \\ J_m &= 2 l \lambda + (2m-1)\, 2{,}645\, \lambda \rho \\ J &= 2 l \lambda \frac{\pi}{4} + (2m-1) \frac{\pi^2}{4} \lambda \rho \end{aligned}\right\} \quad 23)$$

wobei der Reihe nach für

Lampen der Type	2	3a	3b	3c
$m =$	1	2	3	4

zu setzen ist.

d) Glühfaden der Lampen der Type 4. Derselbe besteht aus den beiden sehr kurzen und der Lampenachse nahezu parallelen Schenkeln, jeder von der Länge l, und aus dem auf einer hufeisenförmig gekrümmten Fläche liegenden wellenförmigen Theil, welchen man sich wieder zusammengesetzt denken kann aus einer Reihe m von geraden, zur Lampenachse nahezu senkrechten Linien, jede von der Länge l' (wobei die beiden untersten halben Linien zusammengerechnet werden), und aus ebensovielen halbkreisförmigen Verbindungsstücken mit dem Radius ρ, welche der Lampenachse nahezu parallel sind, bis auf die in der Nähe der Lampenspitze gelegenen, welche auf der Lampenachse annähernd senkrecht stehen. Bei den untersuchten Lampen betrug m 14 bis 19.

Die Gesammtlichtstärke setzt sich also zusammen aus der Lichtstärke der beiden Schenkel l, der m Geraden l' und der m Halbkreise. Der Einfachheit halber wollen wir nun annehmen, dass der Glühfaden, dessen Schenkel l der Lampenachse parallel seien und dessen Theile l' auf derselben senkrecht stehen, in zwei unter einander und zur Lampenachse parallelen Rechtecken liege, mit Ausnahme des oberen Theiles, welcher auf der Lampenachse senkrecht stehen möge und ausser den beiden Grenzlinien l' aus 1 Halbkreis oder aus 2 Halbkreisen und 1 Geraden l' bestehen soll, je nachdem m ungerade oder gerade ist. Dann wird beispielsweise für ein ungerades m nach Gl. 16), 13), 21), 22), wenn die φ von der Ebene des wellenförmigen Theiles (Richtung I) gerechnet werden

$$\left.\begin{aligned} J(\vartheta, \varphi) &= 2 l \lambda \sin \vartheta + m l' \lambda \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi} + (m-1) \lambda \rho E(\operatorname{arc} \cos (\sin \vartheta \sin \varphi)) + \lambda \rho E(\vartheta) \\ J(90, \varphi) &= 2 l \lambda + m l' \lambda \sin \varphi + (m-1) \lambda \rho E(90 - \varphi) + 2 \lambda \rho \\ J_m &= 2 l \lambda + \frac{2 m l' \lambda}{\pi} + (m-1)\, 2{,}645\, \lambda \rho + 2 \lambda \rho \\ J &= (2 l + m l' + m \rho \pi) \lambda \cdot \frac{\pi}{4} \end{aligned}\right\} \quad 24)$$

e) Mittheilung von theoretisch ermittelten Zahlenwerthen. Die Tab. 8 bis 10, in denen $l = \varrho = \lambda = 1$ zu Grunde gelegt wurde, gestatten einen Ueberblick über die Lichtvertheilung von Gerade und Halbkreis in mehreren Stellungen. In der Tab. 8 ist der Winkel φ von der Ebene, welche Gerade und Lampenachse enthält, bezw. von der Linie, in welcher die Ebene des Halbkreises von der Ebene senkrecht zur Lampenachse geschnitten wird, gezählt. Die Zahlen der Tab. 8 sind auch für $180 - \varphi$, $180 + \varphi$ und $360 - \varphi$, die Zahlen der Tab. 9 und die der letzten Spalte von Tab. 10 auch für $180 - \vartheta$ gültig.

Tabelle 8.

Bezeichnung des Glühfadens		Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse unter dem Ausstrahlungswinkel φ von										
		0°	9°	18°	27°	36°	45°	54°	63°	72°	81°	90°
Gerade Linie	$\vartheta_1 = 0°$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	18°	0,951	0,952	0,956	0,961	0,968	0,976	0,983	0,990	0,995	0,999	1,000
	90°	0,000	0,156	0,309	0,454	0,588	0,707	0,809	0,891	0,951	0,988	1,000
Halbkreis	$\Theta = 90°$	2,00	2,07	2,20	2,36	2,54	2,70	2,85	2,97	3,06	3,12	π
	72°	2,00	2,06	2,19	2,34	2,50	2,65	2,79	2,91	2,99	3,05	3,06
	0°	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Tabelle 9.

Bezeichnung des Glühfadens		Mittlere Lichtstärke $J(\vartheta)$ unter der Poldistanz ϑ von					
		0°	18°	36°	54°	72°	90°
Gerade Linie	$\vartheta_1 = 0°$	0,000	0,309	0,588	0,809	0,951	1,000
	18°	0,309	0,383	0,604	0,804	0,935	0,976
	90°	1,000	0,976	0,907	0,807	0,701	0,637 ($= 2/\pi$)
Halbkreis	$\Theta = 90°$	2,00	2,09	2,29	2,49	2,61	2,64
	72°	2,20	2,24	2,33	2,46	2,56	2,60
	0°	π	3,06	2,85	2,54	2,20	2,00

Tabelle 10.

Bezeichnung des Glühfadens		J	J_m	$\frac{J}{J_m}$	$J(\vartheta) = J$ für $\vartheta =$
Gerade Linie	$\vartheta_1 = 0°$	$\pi/4$	1,000	$\pi/4$	51,8°
	18°	"	0,976	0,805	52,4°
	45°	"	0,860	0,914	58,5°
	67,5°	"	0,726	1,081	53,7°
	90°	"	$2/\pi$ ($= 0,637$)	$\pi^2/8$ ($= 1,234$)	57,6°
Halbkreis	$\Theta = 90°$	$\pi^2/4$	2,645	0,933	53,4°
	72°	"	2,597	0,950	54,4°
	0°	"	2	$\pi^2/8$ ($= 1,234$)	57,6°

f) Diskussion. Durch die Zahlen der letzten drei Tabellen lassen sich in Verbindung mit den Gleichungen 12) bis 24) die Ergebnisse der Messungen verifiziren. Zunächst ist aus Tab. 8 Folgendes zu ersehen.

Gerade und Halbkreis besitzen eine um die Richtungen $\varphi = 0°$ und $90°$ symmetrische Lichtvertheilung, und zwar in der ersteren Richtung das Minimum, in der zweiten das Maximum. Das Verhältniss aus diesen extremen Werthen schwankt für

die Gerade zwischen 1 und ∞, für den Halbkreis zwischen $\pi/2$ und 1. Der Mittelwerth aus den Lichtstärken in zwei zu einander senkrechten Richtungen schwankt bei der Geraden $\vartheta_1 = 18^0$ sehr wenig, bei der Geraden $\vartheta_1 = 90^0$ beträchtlich, bei den Halbkreisen $\theta = 90^0$ und 72^0 höchstens bis zu etwa 3% um die mittlere Lichtstärke J_m. Das Mittel aus den Lichtstärken in drei um je 120^0 entfernten Richtungen schwankt bei der Geraden $\vartheta_1 = 18^0$ sehr wenig und bei der Geraden $\vartheta_1 = 90^0$ bis zu 9% um J_m, während die Schwankungen für die Halbkreise $\theta = 90^0$ und 72^0 noch unter 1% bleiben.

Hieraus geht hervor, dass die Lampen der Type 2, bei welchen Gerade und Halbkreis im Wesentlichen in derselben durch die Lampenachse gelegten Ebene liegen, und die Lampen der Type 4, bei welchen diese Theile nahezu in zwei parallelen Ebenen liegen, eine um die Richtungen I und II symmetrische Lichtvertheilung besitzen müssen.

Aber auch für die Lampen der Type 3, bei welchen die Ebene der äusseren Halbkreise höchstens bis zu etwa 18^0 von der Lampenachse abwich und der Winkel α zwischen zwei auf einander folgenden Durchmessern höchstens 30^0 betrug, ist das Licht im Wesentlichen um zwei in der Nähe von I und II gelegenen Richtungen symmetrisch vertheilt, in denen es den Minimal- und Maximalwerth erreicht, der nur wenig von den Werthen in den Richtungen I und II abweicht. Beispielsweise für den speziellen Fall, auf welchen sich die Gl. 23) beziehen, sind diese Symmetrieachsen für $\alpha = 30^0$ und $m = 2$ (Type 3a) um etwa 6^0 und 9^0 von den Richtungen I und II entfernt und das Minimum bezw. Maximum für den gewundenen Theil nur wenig kleiner bezw. grösser als die Lichtstärken in den Richtungen I und II.

Dieser letztere Werth ist gleich λ multiplizirt mit einer Zahl, welche um 2% kleiner als die Gesammtlänge des gewundenen Theiles ist, d. h. die Projektion der Halbkreise auf eine zur Richtung II senkrechte Ebene ist um 2% kleiner als die Gesammtlänge der Halbkreise. In der Richtung II wird der gewundene Theil also nahezu unverkürzt gesehen. Setzen wir in dem obigen Beispiel $m = 4$ (Type 3c), so beträgt die Verkürzung 3%. Die letztere wird gleich $4{,}5\%$ für den gewundenen Theil einer Lampe 3a, bei welcher der innere Halbkreis in der Lampenachse liegt, die beiden äusseren zu beiden Seiten der Lampenachse 18^0 von derselben entfernt liegen und $\alpha = 30^0$ beträgt.

Da nun die Lampen der Type 3 ausser den Halbkreisen auch noch geradlinige Theile enthalten, welche in allen Richtungen nur wenig verkürzt erscheinen, so muss die Verkürzung des gesammten Fadens prozentuell noch kleiner werden.

Bei den Lampen der Type 2 sehen wir in der Richtung II den Faden meistens unverkürzt und bei den Lampen der Type 4 nahezu unverkürzt. So ergiebt sich für die letzteren beispielsweise

$$\text{für } m = 19,\ \varrho = 2,\ l' = 6,\ l = 2,$$

in dem auf die Gl. 24) bezüglichen idealen Falle die Verkürzung zu 1%, während dieselbe für $m = 18$ und dieselben Werthe von ρ, l' und l 2% betragen würde. Aber auch in Wirklichkeit wird die Zahl im Allgemeinen nur wenig grösser, weil die Fadentheile l' auf der Richtung II nahezu senkrecht stehen und die Normalen zu den weiter von der Lampenspitze entfernten Halbkreisen in der Regel bis höchstens 30^0 von der Richtung II abweichen, in welch letzterem Falle nach Tab. 7 ein Halbkreis um etwa 7% verkürzt erscheinen würde.

Nach Gl. 17) erhalten wir demnach bei den untersuchten Typen die mittlere räumliche Lichtstärke nahezu, wenn wir die Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse mit dem Faktor $\pi/4$ multipliziren.

Ferner folgt aus der Tab. 8:

1. das Verhältniss aus theoretischem Maximum und Minimum schwankt für die

Typen 2 und 3 zwischen $\pi/2$ und 1,
Type 4 „ $\pi/2$ „ ∞;

2. das Verhältniss aus J_m und Maximum variirt für dieselben Typen

$$\text{zwischen } 1 \text{ und } \frac{2{,}64}{\pi} \;(=0{,}84) \text{ bezw. } 0{,}84 \text{ und } \frac{2}{\pi} \;(=0{,}64);$$

3. falls keine Reflexe vorhanden wären, müsste der Mittelwerth aus zwei um 90° entfernten Richtungen annähernd, und der aus drei um 120° entfernten Richtungen für die Typen 2 und 3 nahezu J_m ergeben. Dass dies letztere auch bei der Type 4 der Fall war, rührt daher, dass die Fadentheile l' nicht genau parallel waren.

Bestimmen wir nach den Gleichungen 12) bis 24) und unter Benutzung der Tab. 9 die räumliche Lichtvertheilung für die einzelnen Typen, so ergeben sich Werthe, welche mit den in der Tab. 5 für die obere Halbkugel gefundenen im Allgemeinen übereinstimmen, bis auf die Werthe in der Nähe der Lampenachse, wo die theoretisch gefundenen meistens beträchtlich kleiner als die beobachteten sind. Es hängt dies offenbar mit Reflexionen und dem Leuchten des Gipses des Sockels zusammen.

Aus den Zahlen der Tab. 10 geht hervor, dass J/J_m

für eine leuchtende Gerade zwischen 0,785 und 1,234 ($=\pi/4$ und $\pi^2/8$),
für einen Halbkreis zwischen 0,933 und 1,234

schwankt. Demnach müsste J/J_m bei den Lampen der Typen 2 und 3 zwischen 0,785 und 0,950 und bei Lampen der Type 4 zwischen 0,933 und 1,234 liegen. So ergiebt sich theoretisch z. B. für eine Lampe mit Bügel oder einfacher Schleife, wenn Schenkel und gewundener Theil der Lampenachse parallel sind und $l=4\rho$ angenommen wird,

$$\frac{J}{J_m} = 0{,}822 \text{ bezw. } 0{,}859$$

und für den bei der Berechnung der Verkürzung des Glühfadens beispielsweise herangezogenen wellenförmigen Faden ($m=19$)

$$\frac{J}{J_m} = 1{,}06.$$

Es ist jedoch zu bemerken, dass die theoretisch ermittelten Werthe fast durchgehends um ein paar Prozent grösser als die wirklich beobachteten sind. So müsste sich für die Lampen der Type 2 als geringster Werth $\pi/4$ ergeben, während in der That noch der Werth 0,765 beobachtet wurde. Diese Abweichungen lassen sich zum grössten Theile durch den Verlust erklären, welchen das Licht in Folge der theilweisen Abblendung durch den Sockel erfährt.

Aus den Zahlen der letzten Spalte von Tab. 10 folgt endlich, dass unter den gemachten beschränkenden Voraussetzungen theoretisch die Poldistanz ϑ, unter welcher $J(\vartheta)$ mit J übereinstimmt, bei den Lampentypen 2 und 3 für die obere Halbkugel zwischen 51,8° und 54,4°, demnach für die untere Halbkugel zwischen 128,2° und 125,6° liegen muss, und zwar meistens der äusseren Grenze näher, weil sich in der Nähe dieser Poldistanzen $J(\vartheta)$ für eine Gerade etwa 3- bis 4-mal so schnell wie für einen Halbkreis mit ϑ ändert.

Beispielsweise müsste sich für den vorher erwähnten Glühfaden der Type 2b bezw. 3a, für den $l=4\rho$ angenommen wurde, ergeben

$\vartheta = 51{,}9°$ bezw. $52{,}2°$ auf der oberen Halbkugel,
demnach $\vartheta = 128{,}1°$ bezw. $127{,}8°$ auf der unteren Halbkugel.

In Wirklichkeit ist dies jedoch nicht der Fall, weil das nach unten gehende Licht theilweise durch den Sockel abgeblendet und durch den Gips zum Theil wieder nach oben geworfen wird, und weil überdies die Glashülle die Lichtvertheilung beeinflusst. Wie man aus den Spalten 7 und 8 von Tab. 6 ersieht, ist jedoch die Lichtvertheilung eine solche, dass die mittlere Lichtstärke unter der Poldistanz 51,8° bei sämmtlichen Lampentypen und die unter der Poldistanz 128,2° mit geringen Ausnahmen durchschnittlich annähernd die räumliche Lichtstärke der oberen bezw. unteren Halbkugel ergeben. Daher kommt es auch, dass das Mittel aus den unter diesen Poldistanzen beobachteten mittleren Lichtstärken bei den Lampen der Typen 2 und 3 nahezu die mittlere räumliche Lichtstärke lieferte.

Die Thätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in der Zeit vom 1. Februar 1898 bis 31. Januar 1899.

(Fortsetzung von S. 216.)

C. Zweite (technische) Abtheilung.

I. Präzisionsmechanische Arbeiten[1]).

Für das präzisionsmechanische Laboratorium gingen in der Zeit vom 1. Februar 1898 bis zum 31. Januar 1899 etwa 200 Gegenstände zur Prüfung ein.

Die erledigten Arbeiten sind die folgenden:

Präzisionsmessungen.

a) Bestimmung der Länge und Theilungsfehler von 20 Skalen für Komparatoren der Firma C. Zeiss in Jena, von einer Glasskale der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Abtheilung I, von einer in der Reichsanstalt hergestellten Nickelstahlskale (Anh. Nr. 16), von 2 Ziellatten mit Punktmarken und Metallstangen-Thermometern nach der Konstruktion von Professor Chr. A. Vogler für die Königliche Landwirthschaftliche Hochschule in Berlin, von 1 Maassstab von 1,8 *m* Länge für die Physikalisch-Technische Reichsanstalt, Abtheilung I;

b) Dickenmessungen von Lehrbolzen gewöhnlicher Form und einem solchen mit 4 Maassabstufungen, ferner von 7 Quarzplatten für Polarisationsapparate.

Gröbere Messungen.

a) Bestimmung der Länge und Theilungsfehler von 1 Stahlmeter, 1 Glasmaassstab, 2 Schublehren und 7 Kontrollehren verschiedener Art zum Ausmessen der Petroleumprober;

b) Bestimmung der Gesammtlänge bezw. Dicke von 1 Glasmaassstab für ein Ablesefernrohr, einem Stück Messingblech, einer Reihe Lagerkugeln und 2 Buchdruckmaassen;

c) Beglaubigung von 53 eingesandten Gewinden;

d) Bestimmung der Dichte von 2 Sorten sog. Kapillarsyrup;

e) Bestimmung der Tragfähigkeit und des Verhaltens verschiedener Füllmaterialien von Schwimmgürteln (auf Veranlassung des Kaiserlichen Patentamts);

f) Bestimmung der Fehler zweier Massensätze für das chemische und das Stark-strom-Laboratorium der Reichsanstalt.

Wärme-Ausdehnung von Materialien.

Es wurden 15 Stahlrohre bezw. Stäbe aus Nickelstahl zu astronomischen Pendeln geprüft. Diese Arbeiten wurden noch an dem alten, provisorischen Transversalkomparator ausgeführt, jedoch theilweise bereits unter Verwendung der neuen grossen Thermostaten. Die Einrichtung der letzteren hat sich dabei gut bewährt.

Gyrometer.

Es wurden 4 Gyrometer, liegender und stehender Form, geprüft.

Prüfung und Beglaubigung von Stimmgabeln.

31 Handstimmgabeln für den internationalen Stimmton wurden beglaubigt, 3 mit Prüfungsschein versehen. Ferner wurde die Schwingungszahl von 3 grossen Gabeln auf Schallkästen genau ermittelt, zwei davon für das Starkstrom-Laboratorium der Reichsanstalt.

[1]) Leman, Blaschke, Göpel.

Die Ausführung des Obertheiles des grossen Transversalkomparators ist der Maschinenfabrik H. Hoff in Berlin übertragen worden. Die Arbeit ist unter stetiger Ueberwachung durch den Vorsteher des präzisionsmechanischen Laboratoriums soweit vorgeschritten, dass die Ablieferung in Kurzem erfolgen wird. *Konstruktive Arbeiten.*

II. Elektrische und magnetische Arbeiten.

A. Arbeiten des Starkstrom-Laboratoriums[1]).

Uebersicht der Prüfungsarbeiten.

Die im Berichtsjahre geprüften elektrischen Apparate und Materialien sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle.

	Anzahl
I. Messapparate.	
A. Mit Gleichstrom geprüfte Zeigerapparate für Messung	
1. der elektrischen Spannung	40
2. „ „ Stromstärke	41
3. „ „ „ und Spannung	4
4. „ „ Leistung	3
5. „ „ Arbeit { (Leistung × Zeit) (Wattstunden-Zähler)	73
6. „ Elektrizitätsmenge (Amperestunden-Zähler)	0
B. Mit Wechselstrom geprüfte Zeigerapparate für Messung	
1. der Stromstärke	1
2. „ Leistung	1
3. „ Arbeit (Wattstunden-Zähler)	20
C. Sonstige Messapparate	
1. Strommesswiderstände	3
2. Stromwaagen	2
3. Galvanometer	2
4. Elektrodynamometer	2
5. Messtransformatoren	3
6. Thermoelemente	3
7. Normalelemente nach Clark	64
„ „ Weston	38
8. Kondensatoren	2
9. Selbstinduktionsnormale	1
II. Gebrauchsapparate.	
A. Elektrische Maschinen für Gleich- und Drehstrom	4
B. Galvanische Elemente	
1. Akkumulatoren	87
2. Primär-Elemente	40
C. Ausschalter	2
D. Telephonapparate (Selbstinduktionsmessung)	7
E. Induktionsapparate	1
F. Bogenlichtlampen (nebst Kohlenstäben)	3
G. Glimmerkollektoren	2
III. Isolir- und Leitungsmaterial für hohe Spannungen.	
(Zahl der Materialprüfungen)	11

Neu hinzugetreten sind *Neue Prüfungsgegenstände.*

1. Elektrizitätsmesser für Wechselstrom,
2. Messtransformatoren,
3. Selbstinduktionsnormale,

[1]) Feussner, Orlich, Reichardt, Schwarz, Schumacher, Windmüller.

4. Selbstinduktions-Bestimmungen an Apparaten,
5. Normalelemente nach Weston,
6. Drehstrommaschinen,
7. Induktionsapparate und Glimmerkollektoren.

Neue Einrichtungen und Untersuchungen für die Prüfungsarbeiten.

Für die Durchbildung dieser neuen Arten von Prüfungsarbeiten sind zahlreiche Untersuchungen ausgeführt, sowie Apparate und Einrichtungen hergestellt worden.

Zur Prüfung der Elektrizitätsmesser für Wechselstrom ist eine Einrichtung zur willkürlichen Verschiebung der Phase eines Zweigstromes gegen die des Hauptstromes aufgestellt worden.

a) Willkürliche Phasenverschiebung.

Der Hauptstrom wird bei diesen Versuchen von zwei Polen des im Maschinensaale aufgestellten Drehstromgenerators entnommen. Von derselben Maschine aus werden die feststehenden Magnete eines kleinen Drehstrommotors erregt. Der drehbare Magnet (Anker) dieses Motors kann festgeklemmt und um beliebige Winkel verstellt werden. Der in dem Anker induzirte Strom wird durch Schleifringe und Bürsten nach aussen geleitet und kann durch Verstellung des Ankers jede gewünschte Phasenverschiebung gegen den induzirenden Strom erhalten. Er wird als Nebenschlussstrom für die Zähler benutzt. Der Hauptstrom wird entweder dem Drehstromgenerator direkt entnommen oder in kleinen Laboratoriums-Transformatoren mit austauschbarer sekundärer Bewickelung umgeformt.

b) Wattmeter Ganz'scher Bauart.

Für die Leistungsmessungen bei Wechselstrom wurde das schon länger in Gebrauch befindliche Wattmeter Ganz'scher Bauart, nachdem es einige Abänderungen erfahren und mit neuen Vorschaltwiderständen versehen worden war, mittels elektrometrischer Methoden kontrolirt, weil Zweifel bestanden, wie weit die Angaben desselben bei Phasenunterschied zwischen Haupt- und Nebenstrom den wirklichen Leistungen entsprechen. Die Versuche ergaben, dass die Angaben des Wattmeters auf jeden Fall bei Phasenverschiebungen bis 60° für praktische Zwecke ohne Korrektionsrechnung hinlänglich genau sind.

c) Thomson'sche Watt-Waage.

Für denselben Zweck wurde ferner eine Thomson'sche Waage von White in Glasgow beschafft.

d) Neues Wattmeter.

Ferner wurde ein neues Elektrodynamometer gebaut, welches namentlich auch für Leistungsmessungen bei grösseren Stärken des Hauptstromes dienen soll. In der bisher fertiggestellten, vorläufigen Ausführung hat dieser Apparat bereits recht befriedigende Ergebnisse geliefert.

e) Abzweigwiderstände für Wechselstrommessung.

Für Strom- und Leistungsmessungen nach der Abzweigmethode wurden besondere Wechselstrom-Messwiderstände konstruirt und in drei Stücken von 0,1; 0,05 und 0,01 *Ohm* ausgeführt.

f) Vergleichende Wattmeteruntersuchung.

Eine vergleichende Untersuchung der verschiedenen in der Technik gebrauchten Leistungsmesser für Wechselstrom befindet sich in Vorbereitung.

g) Elektrometer für hohe Spannungen.

Ein Elektrometer für hohe Spannung wurde für die Untersuchungen der eingesandten Messtransformatoren in vorläufiger Ausführung hergestellt und ein Entwurf der endgültigen Form gezeichnet.

h) Selbstinduktions-Normale.

Ein der Reichsanstalt gehöriges Selbstinduktions-Normal wurde gleichzeitig mit einem eingesandten Normal absolut gemessen und die vorhandenen Selbstinduktions-Normale, sowie zwei Apparate für variabele Selbstinduktion durch gegenseitige Vergleichung geprüft. Ferner wurde die Herstellung eines Satzes von Selbstinduktions-Normalen in Angriff genommen.

i) Normalelemente nach Weston.

An Normalelementen nach Weston wurden auf Antrag des Einsenders Bestimmungen der elektromotorischen Kraft bei verschiedenen Temperaturen vorgenommen. Die beobachteten Unterschiede der elektromotorischen Kraft eines Elementes bei verschiedenen Temperaturen zwischen 0° C. und + 30° C. betrugen nur etwa 0,0001 *Volt*. Eine Gesetzmässigkeit in der Aenderung der elektromotorischen Kraft mit der Temperatur konnte jedoch nicht festgestellt werden.

k) Elektrische Bremse.

Für Prüfung von Elektromotoren wurde eine elektrische Bremse ähnlich dem bereits vor einer Reihe von Jahren in der Reichsanstalt gebauten kleinen Apparate gleicher Art konstruirt und in Ausführung gegeben.

Von Kondensatoren gingen mehrere Sätze mit zahlreichen kleinen Unterabtheilungen zur Prüfung ein. Bei der Vergleichung dieser kleinen Kapazitäten machte sich der Einfluss des elektrischen Rückstandes besonders störend bemerklich. Es wurde daher ein Entladeschlüssel mit Pendelkontakt für Kapazitätsvergleichungen nach dem Thomson'schen Verfahren hergestellt, welcher die Entladungsdauer auf eine fest bestimmte kurze Zeit beschränkt und dadurch den mit der Entladungsdauer veränderlichen Einfluss des elektrischen Rückstandes auf die Messung beseitigt. *l) Entladeschlüssel für Kapazitätsvergleichung.*

Für genaue Widerstandssätze werden neuerdings vielfach Plattenwiderstände von der Konstruktion der Reichsanstalt angewendet. Dieselben bestehen aus feinen Metallbändern oder Drähten, welche auf Glimmerplatten von 0,1 bis 0,2 *mm* Dicke gewickelt sind (siehe K. Feussner, *Voit's Sammlung elektrot. Vorträge. 1. S. 140. 1897*). Durch Versuche wurde bestätigt gefunden, dass die neue Anordnung, ausser durch gute Wärmeabgabe und Sicherheit der Isolation, auch hinsichtlich geringer Kapazität und Selbstinduktion nichts zu wünschen übrig lässt und den anderen Wickelungsarten grossentheils überlegen ist. Bei mehreren neu konstruirten Widerstandssätzen dieser Art sind ferner an Stelle der Stöpselschaltung verdeckte, senkrechte Doppelkurbeln angebracht worden, welche neben dauernd gutem Kontakte eine schnellere Einstellung und sichere Ablesung der Widerstandsbeträge ermöglichen sollen. *Widerstandssätze.*

Für grössere und stark belastete Widerstandssätze wurde ein etwas anderer Bau der Widerstandskörper eingeführt. Die Widerstandsbänder liegen hierbei zwischen Kupferblechen geschützt und geben die Stromwärme an diese Bleche, an welche sie unter Zwischenlage feiner Glimmerplatten fest angepresst sind, leicht ab. Dadurch wird eine gute Kühlung der Bänder bewirkt und eine hohe Strombelastung derselben ermöglicht. Eine Anzahl nach diesem Prinzip gebauter Starkstrom-Widerstandssätze von 0,1 bis 1000 *Ohm* ist in Ausführung begriffen.

Die Untersuchung der elektrischen Eigenschaften der Legirungen aus Kupfer und Kobalt ist so weit vorgeschritten, dass die Veröffentlichung bald wird erfolgen können. *Legirungen.*

Auf Veranlassung des Königlichen Polizei-Präsidiums wurde ein Entwurf zu Sicherheitsvorschriften für die Niederspannungs-Freileitungen des Elektrizitätswerkes Oberspree ausgearbeitet. *Gutachten.*

Im Auftrage des Herrn Staatssekretärs des Innern wurde von Professor Feussner ein Gutachten über die Versorgung des Reichstagsgebäudes mit elektrischem Strom abgegeben.

Die Zahl der erledigten Prüfungsanträge beträgt 177. *B. Arbeiten des Schwachstrom-Laboratoriums[1]).*

Auf spezifischen Widerstand und Temperaturkoëffizient wurden 30 Materialproben in 38 Stäben untersucht, und zwar 23 Stäbe aus Kupfer oder Silizium-Bronze, 9 Stahlstäbe und eine aus dem Ausland zur Untersuchung eingesandte, messingähnliche Widerstandslegirung, die einen sehr kleinen Temperaturkoëffizienten besitzt. *Leitungs- und Widerstandsmaterial.*

Zur Prüfung auf Isolirfähigkeit lag in der Berichtszeit nur je ein Antrag auf Untersuchung einer grösseren Zahl von Porzellan-Doppelglocken verschiedenen Modells sowie von Isolirrollen verschiedener Grösse vor. Der für diese Untersuchungen konstruirte transportable Akkumulatorenschrank (bis 720 *Volt*) hat sich gut bewährt. *Isolationsmaterial.*

Die Zahl der gemessenen Einzelwiderstände ist etwas geringer als im Vorjahr, nämlich 132 (gegen 151). Darunter befanden sich 83 Draht- und 49 Blechwiderstände (0,01 bis 0,0001 *Ohm*). Die Zahl der geprüften Widerstandssätze (Kästen, Messbrücken, Kompensationsapparate u. s. w.) betrug 30 mit 546 Abtheilungen. Die angeführten 162 Apparate waren sämmtlich aus Manganin gefertigt bis auf 3 ältere, die Nickelin, und 3, die Konstantan als Widerstandsmaterial enthielten, während bei 4 Apparaten das verwandte Material nicht angegeben war. Ferner befanden sich darunter 2 Graphitwiderstände, einer vom Sollwerth 1 *Megohm* in 5 gleichen Abtheilungen, der zweite von nominell 100 *Megohm* in 5 Abtheilungen (3 zu 10, 1 zu 20 und 1 zu 50 *Megohm*). Im Hinblick auf die im Berichtsjahr fortgeführten *Widerstände.*

[1]) Lindeck.

Untersuchungen zur Herstellung hoher Widerstände sind diese Graphitwiderstände etwas eingehender geprüft worden. Es wurde die Erfahrung bestätigt, dass solche Widerstände (namentlich der von nominell 100 *Megohm*, der aber nur 90 *Megohm* Widerstand hatte) lediglich für rohe Messungen brauchbar sind. Geringe Temperatursteigerungen (von 18° bis auf 25° C.) vermögen schon erhebliche dauernde Aenderungen (beim Widerstand von 100 *Megohm* bis zu einigen Prozenten) im Widerstandswerth hervorzubringen.

In das Ausland gingen nachweislich 73 der obigen 162 Apparate (38 nach den Vereinigten Staaten, 13 nach Russland, 10 nach Italien, 4 nach England, 3 nach Schweden, je 2 nach Oesterreich und Frankreich, 1 nach der Schweiz).

Andere laufende Prüfungen. Es lag noch vor die Prüfung eines Universalgalvanometers und eines Galvanometers für pyrometrische Messungen; ferner wurden für die verschiedenen Laboratorien der Reichsanstalt zahlreiche Messungen an Einzelwiderständen und Widerstandskästen ausgeführt.

Die im vorigen Bericht erwähnte Untersuchung des Nutzeffekts eines Systems elektrischer Kochgeräthe, bei welchem der Heizwiderstand aus Glanzsilber besteht, hat günstige Ergebnisse geliefert, insofern sich Wirkungsgrade bis zu 90% ergaben.

Hohe Widerstände aus dünnen Schichten von Platin-Legirungen auf Porzellan (Kundt'sche Widerstände). Von den im vorigen Bericht erwähnten, nach dem Aetzverfahren hergestellten Widerständen sind in der Berichtszeit einige wiederholt gemessen worden. Die folgende Tabelle enthält die auf 20° reduzirten Werthe von 3 Widerständen in *Ohm*; die Temperaturkoëffizienten sind ebenfalls angegeben.

Bezeichnung:	Nr. 57	Nr. 59	Nr. 60
Temp.-Koëff.:	70×10^{-5}	69×10^{-5}	71×10^{-5}
Juli 1897	178 800	112 280	120 310
März 1898 . . .	179 700	112 370	120 450
Oktober 1898 . .	179 900	112 400	120 430
Januar 1899 . . .	180 000	112 430	120 490

Es zeigt sich, dass die Widerstände im Laufe längerer Zeiträume verzögert etwas anwachsen. Trotzdem würden sie, selbst wenn es nicht gelingen sollte, sie noch haltbarer zu machen, auch jetzt schon in vielen Fällen mit Vortheil benutzt werden können, da ein grosses Bedürfniss nach kapazitäts- und induktionsfreien Widerständen von hohem Betrage besteht. Es soll deshalb demnächst versucht werden, die Widerstände in geeigneter Form allgemein zugänglich zu machen.

Anderweitige Untersuchungen laut Arbeitsplan. Die im vorigen Arbeitsplan in Aussicht genommene Untersuchung über die Haltbarkeit von Drahtwiderständen höheren Betrages (1000 *Ohm* und darüber) ist an 13 Manganinrollen von je 10 000 *Ohm* in Angriff genommen worden. Es zeigten sich interessante Nachwirkungserscheinungen in Folge von mechanischer bezw. thermischer Beeinflussung. Durch das Aufwickeln auf eine Spule nimmt bekanntlich der Widerstand eines Drahtes zu. Diese Zunahme geht bei ruhigem Lagern bei Zimmertemperatur zum Theil wieder zurück. Durch Erwärmung auf höhere Temperatur wird andererseits eine starke Abnahme des Widerstandes herbeigeführt, welche bei diesen dünnen, *hart gezogenen* Drähten in den ersten Wochen zum Theil ebenfalls wieder verschwindet: der Widerstand steigt mit abnehmender Geschwindigkeit wieder an. Die Widerstandsabnahme durch Erwärmung ist um so geringer, je weicher der Draht ist. Doch führte das Ausglühen in einer Wasserstoff-Atmosphäre bis jetzt nicht zum Ziel, da es noch nicht gelang, jede Spur von Oxydation der Oberfläche zu vermeiden, wodurch der Temperaturkoëffizient beträchtlich anstieg. Die Versuche sollen fortgesetzt werden, um zu erfahren, wie hoch und wie lange die Spulen am zweckmässigsten zu erhitzen sind, um in möglichst kurzer Zeit eine ebenso grosse Konstanz zu erzielen, wie sie für Manganinwiderstände niedrigeren Betrages vorhanden ist, d. h. um die bei hohen Drahtwiderständen im Laufe längerer Zeiträume beobachteten Aenderungen bis zu einigen hundertstel Prozent auf etwa den zehnten Theil herabzudrücken.

Vgl. hierüber S. 249. Anfangs Januar fand in Hanau eine Besprechung über die künftige Handhabung der Prüfung von Thermoelementen zwischen Dr. Lindeck und der Firma W. C. Heraeus statt. *Pyrometrische Arbeiten*[1].

C. Arbeiten des magnetischen Laboratoriums[2]. Während des Berichtsjahres gingen 35 Proben verschiedener Stahl- und Eisensorten zur Untersuchung ein, von denen 25 als zylindrische Stäbe und 10 als Blechbündel nach der Jochmethode geprüft wurden.

Prüfung magnetischer Materialien. Für einen von der Elektrizitäts-Aktiengesellschaft vorm. Lahmeyer & Co. in Frankfurt a. M. eingesandten Koepsel'schen Eisen-Untersuchungsapparat (älteres Modell der Firma Siemens & Halske) wurden die Scheerungslinien für weiches Material und Stäbe von 0,6 *cm* Durchmesser bestimmt.

Prüfung von Apparaten zur Untersuchung magnetischer Materialien. Von dem bereits im vorigen Bericht erwähnten Koepsel'schen Apparat in der von Hrn. Dr. Kath durchgeführten Neukonstruktion wurde ein Exemplar von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt erworben. Bevor der Apparat zu der beabsichtigten Ausführung laufender Prüfungen benutzt werden kann, muss seine Scheerung durch eine hinreichende Anzahl von Messungen an Material verschiedener Art ermittelt werden. Um diese Aufgabe mit möglichst geringem Zeitverluste zu erledigen, wird eine Anzahl derjenigen Stäbe, die für laufende Prüfungen im Joch untersucht sind, auf 27 *cm* verkürzt und nochmals im Koepsel'schen Apparat gemessen.

Fortsetzung der Vergleichung von Untersuchungsmethoden für magnetische Materialien. Die Scheerung für das Joch ist jetzt für Stäbe von 0,6 *cm* Durchmesser aus weichem Material und für eine der Sättigung nahekommende Magnetisirung festgestellt und wird künftig auch bei laufenden Prüfungen berücksichtigt. Die Durchführung derselben Untersuchung für dickere Stäbe sowie für Induktionswerthe von $\mathfrak{B} = 3000$, 6000, 10 000 und 14 000 ist im Gange.

Um auf möglichst kurzem Wege zu einer Anzahl orientirender Versuche über die Beziehungen zwischen den Ergebnissen der magnetostatischen und der Wattmeter-Methode zu gelangen, wurde mit Professor Epstein, von der Elektrizitäts-Aktiengesellschaft vorm. Lahmeyer & Co. in Frankfurt a. M., ein Abkommen getroffen, nach welchem der Hysteresisverlust für eine Anzahl von Blechproben, die in Professor Epstein's Laboratorium nach der Wattmetermethode untersucht sind, auf magnetostatischem Wege in der Reichsanstalt festgestellt werden soll. Der erste derartige Versuch an einer Probe von Transformatorenblech hat für Maximalinduktionen von $\mathfrak{B} = 3000$, 6000 und 10 000 nach beiden Methoden nahezu identische Resultate für die Hysteresisverluste ergeben.

Einfluss der Dauer des Ausglühens sowie der mechanischen Bearbeitung auf die magnetische Härte des Eisens. Zur Fortführung der früher begonnenen Versuche wird eine Anzahl von Stäben von 1,0 bezw. 0,8 *cm* Durchmesser, deren Koërzitivkraft zwischen etwa 1 und 5 variirt, mit Genehmigung des Hrn. Direktor Heinecke in einem Ofen der Königlichen Porzellanmanufaktur mehrfach ausgeglüht und zwischen den Glühversuchen stufenweise bis auf 0,6 *cm* Durchmesser abgedreht. Die Versuche sind noch nicht abgeschlossen, scheinen jedoch dafür zu sprechen, dass durch das wiederholte Ausglühen das Material immer noch wesentlich verbessert wird.

Untersuchungen über Galvanometerstörungen. Die vielfach störend aufgetretenen mechanischen Erschütterungen des Galvanometers wurden durch eine vereinfachte Julius'sche Aufhängung fast vollständig beseitigt. Mehrere Versuche, das Galvanometer auch gegen magnetische Störungen durch eng anschliessende Mäntel aus Dynamoblech zu schützen, lieferten folgendes Resultat: 1. Die Störungen erreichten ungefähr den 10-fachen Betrag, wenn der Schutzmantel auf einer festen Unterlage (Konsole), das Galvanometer aber auf der Aufhängung stand. 2. Die Störungen wurden etwas geringer, erreichten aber immer noch den 5- bis 6-fachen Betrag, wenn sich Schutzmantel und Galvanometer auf der Aufhängung befanden. 3. Die magnetischen Störungen waren sehr gering, wenn Mantel und Galvanometer auf der Konsole standen, während in diesem Falle natürlich wieder die mechanischen Erschütterungen auftraten. Da die Erscheinung, dass sich der magnetische Schutz durch einen Eisenzylinder nicht mit der Julius'schen

[1]) In Verbindung mit dem Laboratorium für Wärme und Druck.
[2]) Gumlich, Schmidt.

Aufhängung verbinden lässt, auf die Schwingungen der Aufhängung und die damit verbundenen gegenseitigen Verschiebungen der Nadel, der Astasirungsmagnete und des Schutzmantels zurückzuführen ist, so wurden Versuche angestellt, die Schwingungen hinreichend zu vermindern. Eine Vergrösserung der Oberfläche der Oeldämpfer hatte keinen genügenden Erfolg, wohl aber das Umgeben der ganzen Aufhängung mit einem allseitig geschlossenen Kasten aus Pappe, welcher stärkere Luftbewegungen fast vollständig ausschloss. Hierdurch wurde wenigstens die verschlechternde Wirkung des Eisenzylinders wieder beseitigt, und es scheint deshalb bei Beobachtung der nothwendigen Vorsichtsmaassregeln eine gleichzeitige Anwendung von Eisenschutz und von Julius'scher Aufhängung keineswegs ausgeschlossen.

Auch das ungeschützte Galvanometer zeigte sich nach dieser Verringerung der Schwingungen wesentlich ruhiger; der noch verbliebene Rest von äusseren Störungen ist zur Zeit so gering, dass er die Genauigkeit der Messungen nicht mehr wesentlich beeinträchtigt.

III. Arbeiten, betreffend Wärme- und Druckmessungen[1]). Uebersicht über die laufenden Prüfungen.

In dem Zeitraum vom 1. Februar 1898 bis 31. Januar 1899 sind folgende Instrumente geprüft worden:

16 329 Thermometer,
116 Zähigkeitsmesser,
81 Petroleumprober,
25 Siedeapparate für Mineralöle,
4 Federmanometer, darunter 1 Hochdruckmanometer,
35 Barometer,
1 Barograph,
116 Le Chatelier'sche Thermoelemente und
137 *m* Draht zu solchen.

Ausserdem wurden untersucht:

1 Gummischlauch bis 40 *kg/cm²* Druck,
6 Sicherheitsventile von Kalziumkarbid-Büchsen,
50 Schmelzpfropfen für die Black'schen Sicherheitsapparate,
2 Glassorten für Thermometer auf Ausdehnung.

Die geprüften Thermometer vertheilen sich auf die verschiedenen Gattungen wie folgt:

14 910 gewöhnliche ärztliche oder ärztliche Maximumthermometer,
40 Immisch'sche Zeigerthermometer,
337 Normalthermometer mit Korrektionsangabe in 0,01°, geprüft in Temperaturen bis 100°,
575 Thermometer mit Korrektionsangaben in 0,1°, geprüft in Temperaturen bis 100°,
17 Insolationsthermometer,
277 Thermometer für Temperaturen bis 300°,
20 hochgradige Thermometer für Temperaturen bis 400°,
65 hochgradige Thermometer für Temperaturen über 400° bis 550°,
64 Siedethermometer für Höhenmessungen,
16 Thermometer für Eispunktsbestimmungen oder Messungen unter 0°,
8 Thermometer nach Walferdin'scher (Beckmann'scher) Konstruktion,

zusammen 16 329 Stück.

Von diesen wurden 4085 Stück wegen äusserer Mängel oder Ueberschreitung der Fehlergrenzen als unzulässig zurückgewiesen; 117 Instrumente waren beschädigt eingegangen und 124 während der Prüfung schadhaft geworden. Im Ganzen sind demnach 4326 Stück, d. h. 26,5 % der eingereichten Thermometer zurückgewiesen worden, was gegen das Vorjahr noch eine Zunahme von 1,0 % bedeutet. Der Grund für die Zunahme der unzulässigen

[1]) Wiebe, Grützmacher, Rothe, Lemke, Moeller, Schwirkus, Hebe.

Thermometer liegt in den erhöhten Ansprüchen der am 1. April 1898 in Kraft getretenen neuen „Prüfungsbestimmungen für Thermometer“ (Anh. Nr. 15).

Die Anzahl der zur Prüfung eingereichten, schwieriger herzustellenden Normal- und hochgradigen Thermometer hat um etwa 25 % gegen das Vorjahr abgenommen, während die Zahl der ärztlichen Thermometer wieder eine kleine Zunahme (etwa 450 Stück) aufweist, sodass die Gesammtzahl aller geprüften Thermometer nahezu dieselbe geblieben ist.

Neue Prüfungsbestimmungen.

Durch die schärferen Bedingungen der neuen Prüfungsbestimmungen ist zwar der Werth der geprüften Instrumente gestiegen, aber es hat sich auch der zu den Prüfungen erforderliche Arbeitsaufwand bedeutend vermehrt (für manche Gattungen von Thermometern nahezu verdoppelt), sodass trotz zeitweiser Inanspruchnahme der ausserdienstlichen Thätigkeit des Personals die Prüfungsanträge nicht immer in der vorgeschriebenen Abfertigungsfrist von 3 bis 4 Wochen erledigt werden konnten, was mitunter zu Klagen von Seiten der Fabrikanten geführt hat. Auch hat der Vorstand des Vereins Deutscher Glasinstrumenten-Fabrikanten zu Ilmenau ein Gesuch um Milderung der Vorschriften (Anh. Nr. 22) für ärztliche Thermometer bei der Reichsanstalt eingereicht. Der Vorstand wünscht, dass die zulässige Differenz in den Angaben ärztlicher Maximum-Thermometer *vor* und *nach* dem Erkalten von 0,15° auf 0,2° (§ 2 Abs. 5) und die zulässige Abweichung der Angaben bei wiederholter Prüfung von 0,08° auf 0,10° bis 0,15° (§ 2 Abs. 4) erweitert werde. Ferner soll bei den amtlichen Prüfungsstellen nicht zu strenge beim Nachsehen der ärztlichen Maximum-Thermometer in Bezug auf kleine Luftbläschen, welche sich in der Kapillare in der Nähe des Stifts vorfinden können, verfahren werden. Bezüglich der beiden ersteren Punkte werden bei Gelegenheit der nächsten Revision in Ilmenau mündliche Verhandlungen mit den Fabrikanten stattfinden, hinsichtlich des dritten Wunsches kann jedoch ein weiteres Entgegenkommen der Reichsanstalt nicht als angezeigt erachtet werden, da gerade die eingeschlossene Luft die Veränderlichkeit der thermometrischen Angaben bedingt und sogar in manchen Fällen erst mit der Zeit ein Unbrauchbarwerden der Thermometer herbeiführen kann.

Thermometer-Prüfungsstellen unter Kontrole der Reichsanstalt.

Im Laufe des Berichtsjahres hat eine Revision der Grossherzoglich Sächsischen Prüfungsanstalt zu Ilmenau nicht stattgefunden, weil mit derselben zugleich auch diejenige der in Gehlberg neu errichteten Prüfungsstelle für ärztliche Thermometer verbunden werden soll. Letztere Prüfungsstelle, welche mit dem Herzoglich Sächsischen Aichamt zu Gehlberg vereinigt ist, begann ihre Thätigkeit aber erst am 1. Oktober, sodass deren Revision vor Ablauf einer 3- bis 4-monatlichen Frist nicht rathsam erschien. Beide Revisionen werden nunmehr im Laufe des Februars vorgenommen werden.

Der Vorsteher des Gehlberger Aichamts wurde im Frühjahr 1898 während eines zweimonatlichen Kursus im Prüfen von Thermometern, besonders von ärztlichen, bei der Reichsanstalt vorgebildet. Die Thätigkeit der Gehlberger Prüfungsstelle beschränkt sich zunächst auf die Prüfung ärztlicher Thermometer.

In ähnlicher Weise wurde auf Antrag einer grösseren thüringer Fabrik für Glasinstrumente auch deren technischem Leiter Gelegenheit gegeben, sich während einer längeren Zeit bei den thermometrischen und verwandten Arbeiten des Laboratoriums zu bethätigen, um die Prüfungs-Methoden und -Apparate der Reichsanstalt kennen zu lernen.

Arbeitsnormalthermometer für die Reichsanstalt und andere Behörden.

a) Normalthermometer bis 100°.

Die Revision der bis 100° reichenden Normalthermometer des Laboratoriums, welche bereits im vorigen Berichtsjahr begonnen wurde (vgl. *diese Zeitschr.* **18.** *S. 182. 1898* des Berichts 1897/98), ist fortgesetzt worden. Nachdem die Instrumente Fuess Nr. 246 und 296 mit neuen Federn zur Befestigung der Skale versehen worden sind, wurden Kontrolkalibrirungen und neue Gradwerthbestimmungen ausgeführt. Die aus dem Mittel der korrigirten Angaben der vier Haupt-Normalthermometer Fuess 245, 246, 296, 297 für das einzelne Thermometer sich ergebenden Superkorrektionen wurden nach der Parabelformel $a\,t\,(100 - t)$ ausgeglichen und den Korrektionen des betreffenden Instruments hinzugefügt. Auf diese Weise ist bis 100° durch 4 Instrumente eine *mittlere* Temperaturskale festgelegt, welche sich nach den früheren Vergleichungen mit der Skale von Abtheilung I in guter Uebereinstimmung befindet. Uebrigens haben sich bei diesen Arbeiten die jetzigen Prüfungs-

einrichtungen bezüglich der nicht hinreichend wirksamen Rührvorrichtung des Vergleichsapparats noch als verbesserungsbedürftig herausgestellt. Es wurde deshalb ein neuer, vervollkommneter Apparat mit elektrischem Rührwerk in der Werkstatt in Bestellung gegeben, nach dessen Lieferung eine noch grössere Genauigkeit als bisher bei den Thermometervergleichungen erreicht werden dürfte.

Die zur Zeit erreichte Genauigkeit jedes einzelnen der vier oben genannten Haupt-Normalthermometer bleibt bis 50° innerhalb 0,005° und beträgt für das Intervall 50° bis 100° ungefähr 0,010° bis 0,015°.

b) Prüfung der Normalthermometer zwischen 100° und 300°.

Die Revision der Normalthermometer erstreckte sich auch auf die Thermometer für höhere Temperaturen und wurde hier in ähnlicher Weise wie bei den zuvor genannten Thermometern ausgeführt.

Durch die starke Inanspruchnahme der Normalthermometer bei den gewöhnlichen Prüfungen sind zu wiederholten Malen Beschädigungen veranlasst worden, durch welche nicht nur die gleichmässige Erledigung der Prüfungsanträge gestört, sondern auch die Sicherheit der Temperaturskale beeinträchtigt wurde, zumal eine direkte luftthermometrische Kontrole der reparirten Normalinstrumente wegen der bis vor kurzer Zeit stattgehabten Inanspruchnahme des der Abtheilung II gehörigen Gasthermometers für die Messungen hoher Temperaturen nicht ausführbar war. Aus diesem Grunde sind bei den Fabrikanten R. Fuess und C. Richter noch eine Reihe neuer Normalthermometer aus Glas 16^{III} und 59^{III} für das Temperaturintervall 0° bis 300° in Bestellung gegeben, von denen ein Theil bereits geliefert wurde; es hat jedoch die grosse Zahl der laufenden Prüfungen noch nicht Zeit gelassen, sämmtliche neu gelieferten Normalinstrumente durch Kalibrirung, Fundamentalpunktsbestimmungen und Vergleichung mit den alten Normalen vorläufig indirekt an das Gasthermometer anzuschliessen.

c) Normale für andere Behörden.

Die zu Ende des vorigen Berichtsjahres begonnene Prüfung von 20 für das Königlich Belgische Maass- und Gewichtsbureau bestimmten Haupt-Normalthermometer aus Glas 59^{III} für Temperaturen zwischen 0° und 300° ist vollendet. Diese Prüfungen gaben Gelegenheit, die früher von Grützmacher bestimmten Reduktionswerthe auf das Gasthermometer für Thermometer aus Glas 59^{III} zu kontroliren. Hierüber ist von Dr. Lemke ein Bericht verfasst und in dieser Zeitschrift veröffentlicht worden (Anh. Nr. 21). Die Ergebnisse beider Untersuchungen stimmen bis 200° bis auf wenige hundertstel Grad überein. Die Versuche über 200° bis 300° sind noch nicht zur Zufriedenheit ausgefallen, weshalb für die Thermometer aus Glas 59^{III} über 200° die vorläufig anzunehmenden Gasreduktionen durch Extrapolation aus der von Lemke aufgestellten Formel hergeleitet werden mussten.

Für die Ilmenauer Prüfungsanstalt sind gleichzeitig mit den Normalen der Reichsanstalt 14 Normalthermometer für die Temperaturen zwischen — 30° und über 300° einer genauen Revision unterzogen worden.

Ferner wurden für das Gehlberger Aichamt 4 für die dortigen Prüfungen bestimmte ärztliche Normalthermometer durch Kalibrirung und Gradwerthsbestimmungen untersucht und an die Normale der Reichsanstalt angeschlossen. Zugleich mit diesen Thermometern wurden 3 ärztliche Normalthermometer geprüft, welche als Ersatzinstrumente für das eigene Laboratorium dienen sollen.

Hochgradige Thermometer.

Von den für luftthermometrische Untersuchungen in Temperaturen bis 550° bestimmten, bei W. Niehls bestellten 16 Stabthermometern aus Glas 59^{III} ist die Hälfte geliefert und zur Zeit fertig kalibrirt worden.

Die im vorigen Thätigkeitsbericht erwähnten, mit dem Gasthermometer sowie zwei Le Chatelier'schen Thermoelementen verglichenen 4 hochgradigen Stabthermometer sind mit den zu den Prüfungen benutzten hochgradigen Gebrauchs-Normalthermometern (Nr. 77, 1009, 1434, 259) bis 500° verglichen worden. Hierbei ergab sich eine hinreichende Uebereinstimmung mit der Temperaturskale der letzteren.

Eine Anzahl von der Firma W. Niehls eingereichter Thermometer aus Jenaer Verbrennungsröhrenglas wurde auf ihre Bruchbarkeitsgrenze untersucht; eine Aufweitung der

Gefässe dieser Instrumente wurde erst bei 575° merklich, sodass also diese Thermometer in noch höheren Temperaturen als die aus Jenaer Borosilikatglas 59III brauchbar bleiben. Thermometer aus diesem Glase sollen ebenfalls an das Gasthermometer angeschlossen und auf ihre thermischen Eigenschaften (Depression u. s. w.) untersucht werden.

Prüfungsapparate. In der Werkstatt ist ein Apparat für die Prüfung kleinerer Thermometer hergestellt worden, über den eine Veröffentlichung bevorsteht. Die hier angewandte elektrische Heizung mittels einer Drahtspirale, welche sich ganz im Innern des Bades befindet, gestattet die rasche Einstellung auf eine *bestimmte, konstante* Temperatur, was für Prüfungszwecke besonders wichtig ist. Als Flüssigkeit hat sich Speisefett (Palmin) gut bewährt, welches bis gegen 200° wasserhell bleibt und keine Dämpfe entwickelt. Der Apparat ist bis über 300° brauchbar.

Ein neues Salpeterbad geht in der Werkstatt seiner Fertigstellung entgegen.

Pyrometrische Arbeiten.

a) Le Chatelier'sche Thermoelemente[1].

Während des Berichtsjahres sind 115 Thermoelemente von 1,5 *m* und eines von 16 *m* Schenkellänge, sowie 137 *m* Draht zu solchen geprüft worden. Diese hohe Zahl der Prüfungen erklärt sich daraus, dass die Firma W. C. Heraeus in Hanau einen Drahtvorrath von über 9 *kg* einsandte.

Die Prüfung der Le Chatelier'schen Thermoelemente hat im verflossenen Berichtsjahre durchgreifende Aenderungen erfahren. Für genauere Beobachtungen wird jetzt die Spannung statt der früheren Messung mit einem d'Arsonval-Galvanometer mittels eines Kompensationsapparates mit Normal-Kadmiumelement in einer Anordnung bestimmt, welche die Spannungen der Thermoelemente ohne Rechnung am Apparat abzulesen erlaubt. Für die laufenden Prüfungen wird die im Folgenden skizzirte, einfachere Kompensationsmethode angewendet.

Die Stromstärke im Kreise des Akkumulators A wird durch Veränderung des Widerstandes W so regulirt, dass die Thermokraft des Elements T durch den an 0,1 *Ohm* herrschenden Spannungsabfall mittels Galvanometers G kompensirt ist. Die durch 10 getheilte Ablesung am Milliamperemeter M ergiebt also ohne Weiteres die E. M. K. des Thermoelements in *Millivolt.* Eine Temperaturänderung von 1° C. ist noch bequem ablesbar. Die Firma Siemens & Halske hat die Ausführung einer derartigen Pyrometer-Schaltung übernommen. Dieselbe dürfte sich bei ihrer kompendiösen Form für genaue Messungen in der Technik und als Kontrol-Apparat für die gewöhnlichen Pyrometer-Galvanometer eignen. Mit dem Normalelement N der Abtheilung I wurden die beiden vorhandenen Gebrauchsnormale K & S und III bis 900° von Neuem verglichen; die früher zu verschiedenen Zeiten ermittelten Differenzen (N — K & S), (N — III) wurden innerhalb der erreichbaren Genauigkeit als unverändert gefunden.

Da die von Abtheilung I vorgenommene Revision der Werthe für die Spannung des Elementes N noch nicht abgeschlossen ist, so wurden die Prüfungen noch auf die alte Skale bezogen, obwohl die neuen Untersuchungen es wahrscheinlich gemacht haben, dass die früher angegebenen Werthe der Temperatur etwas zu hoch sind. Auf der Rückseite der Prüfungsscheine wird ein hierauf bezüglicher Vermerk angebracht.

Auch in Abtheilung II sollen gasthermometrische Messungen in hohen Temperaturen demnächst in Angriff genommen werden.

b) Prüfung auf Homogenität. An dem zur Prüfung eingesandten Drahtvorrath von Platin und Platinrhodium wurden ausgedehnte Versuche über die Beseitigung der durch Ungleichmässigkeit des Materials bewirkten Fehler angestellt. Die bei Erwärmung einzelner Stellen des Drahtes auftretenden Thermoströme, welche bei einem im *Gebläse* ausgeglühten Draht den einer Temperaturdifferenz von etwa 5° entsprechenden Betrag erreichen können (vgl. den letzten Thätigkeitsbericht, *diese Zeitschr.* ***18.*** *S. 139. 1898*), ergaben bei *elektrisch* geglühten Drähten in keinem Falle einen

[1]) Die thermoelektrischen Arbeiten sind in Gemeinschaft mit dem Schwachstrom-Laboratorium ausgeführt worden.

Betrag, welcher $^1/_4{}^0$ übersteigt. Es werden desbalb von jetzt ab alle zu prüfenden Thermoelemente vor der Prüfung elektrisch ausgeglüht.

c) Löthstelle. Um die Löthstelle der Elemente intakt zu erhalten, wurden nicht mehr die Drähte der zu vergleichenden Thermoelemente zu einer gemeinsamen Löthstelle zusammengeschmolzen oder geschweisst, sondern die Elemente einzeln mit einer besonderen Löthstelle versehen, welche dann sämmtlich an einem Platinrhodium-Scheibchen von geeigneter Form befestigt wurden. Diese Einrichtung hat sich gut bewährt.

d) Ofen. Die Prüfung geschieht in einem Porzellanrohr, welches für Temperaturen bis 1400° mit einem elektrisch geheizten Nickeldraht umgeben ist; für noch höhere Temperaturen wird eine Heizspirale aus Platiniridiumdraht benutzt werden. Bis 900° treten dabei keinerlei Schwierigkeiten auf, darüber hinaus jedoch verliert das Porzellan seine Isolirfähigkeit, wodurch eine Verzweigung des Heizstromes in die Thermoelemente erfolgen kann. Die hierdurch herbeigeführten Fehler betrugen bis zu mehreren Prozenten. Durch eine veränderte Konstruktion des Ofens ist diese Fehlerquelle beseitigt.

Manometer und Barometer. Es wurden 4 Manometer, darunter ein Hochdruckmanometer, und 32 Barometer, worunter 3 Quecksilberbarometer, sowie ein Barograph geprüft.

Die Normalbarometer der Abtheilung I und II, Fuess 272 und 273, wurden mit einander verglichen, wobei sich eine Uebereinstimmung ihrer Angaben bis auf 0,02 *mm* ergab. Hieran schloss sich die umfangreiche Vergleichung des von der Normal-Aichungs-Kommission eingereichten Gefäss-Heberbarometers Nr. 38, an welchem auch mehrfache Vakuumbestimmungen nach der Arago'schen Methode unter gleichzeitiger Messung der Kuppenhöhen ausgeführt wurden.

Zähigkeitsmesser, Petroleumprober und Petroleumsiedeapparate. Im Laufe des Berichtsjahres wurden geprüft

116 Zähigkeitsmesser,
81 Petroleumprober,
25 Siedeapparate,
zus. 222 Apparate für Petroleumuntersuchung.

Unter den Petroleumprobern befanden sich sechs, die gemäss der Bekanntmachung des Herrn Reichskanzlers vom 27. Mai 1898, die zollamtliche Behandlung von Mineralölen betreffend, bis 50° C. geprüft worden sind. Da die Fehler der der Reichsanstalt gehörigen Normal-Petroleumprober für Temperaturen über 30° noch nicht bekannt waren, so musste der Beglaubigung der eingesandten Prober eine Neubestimmung der Normale bei 30°, 40°, 50° C. vorangehen.

Die im Berichtsjahre begonnenen Arbeiten zur Feststellung der bei den Abmessungen der Siedeapparate für Mineralöle zulässigen Fehlergrenzen wurden Anfang Juli abgeschlossen; die Resultate sind bei der vom Herrn Reichskanzler im *Zentralbl. f. d. Deutsche Reich 1898. Nr. 30* erlassenen Bekanntmachung vom 16. Juli verwerthet worden.

Noch in demselben Monat wurde der erste Apparat zur Beglaubigung eingereicht, musste jedoch unbeglaubigt bleiben, da er den Vorschriften nicht entsprach. Erst Anfang September begann die weitere Einlieferung von Apparaten, deren Abfertigung eine unverhältnissmässig lange Zeit in Anspruch nahm, da sie mehrfach zur Abänderung zurückgegeben werden mussten. Auch war die Beschaffung geeigneter Thermometer sowie geaichter Messgeräthe anfänglich mit Schwierigkeiten verbunden.

Schmelzkörper für Dampfkessel-Sicherheitsapparate. Im Berichtsjahre sind Legirungsringe für Schwartzkopff'sche Sicherheitsapparate, wohl durch die Wirkung der grossen Zahl der in den letzten beiden Vorjahren (9223 Stück) geprüften Ringe, zur Prüfung nicht eingereicht worden.

Für die Prüfung der auf Antrag der Firma Schäffer & Budenberg in Magdeburg-Buckau zu beglaubigenden schmelzbaren Pfropfen für Black'sche Sicherheitspfeifen ist eine zweckmässige Einrichtung beschafft worden. In die laufende Prüfung der Pfropfen konnte jedoch nicht eingetreten werden, da die Resultate der Reichsanstalt nicht mit denen der genannten Firma übereinstimmen. Nach einer Betheiligung von Prof. Wiebe an Versuchen in der Fabrik und in Folge der weiteren Verhandlungen wird die Firma theilweise

einen Apparat liefern, mit welchem dem praktischen Gebrauch entsprechend mittels Dampfdrucks Untersuchungen über die Erweichungstemperatur der Pfropfen angestellt werden sollen.

Verschiedene Prüfungsarbeiten. Zu nennen sind die Prüfung eines Gummischlauchs für 40 *kg/cm*² Druck und von 6 Büchsen mit Sicherheitsventil zur Aufbewahrung von Kalziumkarbid.

Andere Arbeiten laut Arbeitsplan. Die im Arbeitsplan für 1897/98 in Aussicht genommene Vergleichung von Thermometern aus älteren Glassorten ist experimentell abgeschlossen; die Berechnung wird nach der erwähnten Revision der Normalthermometer ausgeführt werden. Neuerdings sind zu diesen alten Instrumenten noch 3 Stück hinzugekommen, von denen eines etwa 75 Jahr alt ist.

IV. Optische Arbeiten[1]***.*** *Photometrische Prüfungen.*

In der Zeit vom 1. Februar 1898 bis 31. Januar 1899 wurden die folgenden Gegenstände photometrisch geprüft:

92 beglaubigte Hefnerlampen, davon
- 22 mit Visir,
- 47 mit optischem Flammenmesser,
- 1 mit Visir und optischem Flammenmesser,
- 19 mit optischem Flammenmesser und Ersatzdochtrohr,
- 3 mit Visir, optischem Flammenmesser und Ersatzdochtrohr;

1 geprüfte Hefnerlampe;
207 elektrische Glühlampen, davon
- 141 bei gegebener Lichtstärke,
- 63 bei gegebener Spannung, davon
  - 19 in Dauerprüfung mit insgesammt 6380 Brennstunden;

300 Gasglühlichtkörper, davon
- 40 in Dauerprüfung mit insgesammt 18400 Brennstunden,
- 254 einmal, bezw. einige Male zu prüfen,
- 6 mit Selbstzündvorrichtung;

42 Azetylenbrenner, davon
- 6 in Dauerprüfung bis je 40 Brennstunden;

1 Glasglocke für elektrische Glühlampen;
2 Bogenlampenkohlen;
3 Pressluftapparate für Gas-, Petroleum- und Azetylenglühlicht;
10 Gasglühlichtzylinder;
6 Gasglühlichtbirnen;
3 Petroleumglühlichtlampen;
2 Spiritusglühlichtlampen, davon 1 in längerer Prüfung;
10 Leuchtspirituslampen, theilweise in längerer Prüfung;
9 Gasbrenner (Schnitt- und Zweilochbrenner);
2 Azetylen-Fahrradlaternen.

Hieraus geht hervor, dass die Prüfungen im Wesentlichen denselben Umfang gehabt haben, wie im vorhergehenden Jahre, insbesondere in Bezug auf Hefnerlampen, elektrische Glühlampen und Gasglühlichtapparate. Von den zur Prüfung eingesandten Hefnerlampen hatten 70 Krüss'sche und 26 Hefner-Alteneck'sche Flammenmesser.

Unter den geprüften elektrischen Glühlampen waren 15 in Dauerversuch genommene von Interesse, welche mit einer sehr geringen Anfangsökonomie (im Durchschnitt 1,4 *Watt* auf 1 *Hefnerlicht* mittlere Lichtstärke senkrecht zur Lampenachse) bei gegebener Spannung (32 *Volt*) gebrannt und nach je 5 Brennstunden photometrisch gemessen wurden.

Dieselben ergaben durchschnittlich nach

0	Brennstunden	15,3 *Hefnerlicht*	und	1,4 *Watt*	für 1	*Hefnerlicht*
50	„	9,1 „	„	2,3 „	„	„
100	„	6,7 „	„	2,9 „	„	„

[1]) Brodhun, Liebenthal, Schönrock.

150 Brennstunden 5,9 *Hefnerlicht* und 3,2 *Watt* für 1 *Hefnerlicht*,
200 „ 5,5 „ „ 3,4 „ „ „

sodass sie also nach 200 Brennstunden etwa die Oekonomie der üblichen Glühlampen erreicht hatten.

Die Einsendung der Gasglühlichtapparate erfolgte zum weitaus grössten Theil in der ersten Hälfte des Jahres und liess dann erheblich nach.

Neu hinzugekommen ist die Prüfung von Azetylenbrennern. Dieselben sind zum grössten Theil seitens des Preisrichterkollegiums der ersten Azetylenfachausstellung in Berlin eingesandt worden; für die Prüfungen wurde leihweise ein Kesseiring'scher (auf Einwurfsystem beruhender) Apparat zur Verfügung gestellt. Besondere Schwierigkeiten für die Ausführung zuverlässiger Messungen entstanden bei dem Apparat dadurch, dass bei jeder Neubeschickung auch Luft in denselben eintrat, wodurch die Lichtstärke herabgedrückt wurde, sodass die ersten Gasometerfüllungen unbrauchbar waren. Die Lichtstärken der Brenner lagen zwischen 176 und 8 *Hefnerlicht*. Der geringste stündliche Gasverbrauch auf eine mittlere horizontale Lichtstärke von 1 *Hefnerlicht* betrug bei Schnitt- und Lochbrennern 0,7 *l*, der durchschnittliche betrug etwa 1,0 *l*.

Dioptrische Prüfungen.

Die dioptrischen Prüfungen beschränkten sich auf die Untersuchung von 4 Fernrohrobjektiven auf ihr Auflösungsvermögen, von 2 Glassorten auf ihr Lichtbrechungsvermögen und von 9 Quarzplatten auf Planparallelität.

Prüfung von Saccharimetern.

a) Normalbestimmung des Hundertpunkts der Ventzke'schen Skale für Natriumlicht.

a) Aenderungen am Polarisationsapparat.

Der zu den Untersuchungen verwendete Polarisationsapparat besass den zweitheiligen Lippich'schen Polarisator (mit veränderlichem Halbschatten). Es zeigte sich, dass ein Drehungswinkel von etwa 228° mit dieser Halbschattenvorrichtung gemessen bei konstant gehaltener Natriumflamme allmählich scheinbar um etwa 0,2° zunahm, wenn man den Halbschatten von 40′ auf 10° steigen liess. Der Grund dieser Erscheinung ist noch nicht aufgeklärt[1]; da sie aber jedenfalls in dem unsymmetrischen Bau des Halbschattenpolarisators begründet ist, so wurde ein neues, vollkommen symmetrisch gebautes Halbschattennicol nach Angabe von Dr. Schönrock ausgeführt, das zwar einen festen Halbschatten hat, bei dem aber die leicht zu Fehlern Veranlassung gebenden Reflexe völlig ausgeschlossen sind, und welches im Gegensatz zu dem gleichfalls symmetrisch gebauten Jellett'schen Polarisator zwei Gesichtsfeldhälften liefert, deren Licht (für alle Wellenlängen) linear und nach derselben Richtung polarisirt bleibt. Der neue Halbschattennicol (siehe die Skizze) ist ein Kalkspathprisma mit geraden Endflächen, dessen brechende Kanten A und B senkrecht (oder auch parallel) zu der optischen Achse AB des Prismas orientirt sind. Durch die drei Schnitte AC, BC und CD wird das Prisma in zwei neben einander gelagerte Glan'sche Nicols verwandelt. Alsdann werden die letzteren an den Schnittflächen CD um die Hälfte des gewünschten Halbschattens abgeschliffen und nun wieder zu einem einzigen Prisma vereinigt. Bei guter Ausführung und richtiger Justirung ist die durch die Schnittfläche CD erzeugte Trennungslinie D des Gesichtsfeldes sehr fein und beeinträchtigt nicht die Genauigkeit der Einstellungen. Mit Hülfe eines solchen Nicols von 55′ Halbschatten lässt sich ein durch Zuckerlösung erzeugter konstanter Drehungswinkel von etwa 100° bis auf $\pm 0{,}003°$ oder 11″ bestimmen.

Um über die Eigenschaften des neuen Halbschattenprismas Kenntniss zu gewinnen, wurde ein Drehungswinkel von etwa 100° erstens mit diesem, zweitens mit der alten Halbschattenvorrichtung und drittens nach der sicherlich einwandfreien Biot'schen Methode ermittelt, wobei als Polarisator ein einfacher Glan'scher Nicol verwendet und mit dem Analysator auf grösste Dunkelheit eingestellt wurde (siehe die Tabelle).

[1]) Weitere Versuche hierüber sollen angestellt werden, nachdem die beiden bisher festgekitteten polarisirenden Nicols in justirbare Fassungen eingesetzt sind.

Nr.	Polarisator	Gemessener Drehungswerth	Genauigkeit
1	Neuer Halbschattennicol Halbschatten 55'	100°	± 0,003°
	Alte Halbschattenvorrichtung		
2	Halbschatten 15°	99,995°	± 0,007°
3	" 10°	99,981°	± 0,006°
4	" 3°	99,964°	± 0,004°
5	" 1°	99,939°	± 0,003°
6	" 40'	99,891°	± 0,003°
7	Glan'scher Nicol (Biot'sche Methode)	100,000°	± 0,007°

Aus der Uebereinstimmung der unter Nr. 1, 2 und 7 aufgeführten Werthe folgt wohl bereits, dass das neue Halbschattenprisma keine systematischen Fehler verursacht. Es sollen aber vergleichende Versuche noch mit einem zweiten neuen, bereits in Bestellung gegebenen Nicol von grösserem Halbschatten angestellt werden.

Als Analysator kamen drei gute Glan-Thompson'sche Nicols zur Verwendung. Ein durch Zuckerlösung erzeugter Drehungswinkel von etwa 100°, mit diesen drei verschiedenen Analysatoren zu wiederholten Malen gemessen, differirte im Maximum um 0,004°, was innerhalb der Beobachtungsfehler bleibt. Demnach ist anzunehmen, dass auch durch den Analysator bei der Bestimmung der Drehungswinkel keine systematischen Fehler verursacht werden.

β) Entfernung des Wassers aus dem Zucker.

Wie im vorigen Thätigkeitsberichte erwähnt, darf der zu den Untersuchungen dienende Zucker nicht im erhitzten Trockenschrank, sondern nur im Vakuum des Exsikkators getrocknet werden. Bisher geschah dies über Chlorkalzium; Schwefelsäure als Trockenmittel ergab die spezifische Drehung (etwa $[\alpha] = 66{,}5$) des Zuckers um 0,003 kleiner, Phosphorsäureanhydrid um 0,004 grösser als Chlorkalzium. Diese Differenzen liegen innerhalb der Genauigkeitsgrenze ± 0,007 einer einmaligen Bestimmung. In Zukunft soll sowohl Chlorkalzium als auch Phosphorsäureanhydrid als Trockenmittel verwendet werden.

γ) Reinigung des Zuckers.

Um den Einfluss der Reinigung von Zucker mit Methyl- und Aethylalkohol auf die Drehung kennen zu lernen, wurden mit zwei Sorten Rohr- und Rübenzucker zahlreiche Versuche mannigfaltiger Art angestellt, die aber bis jetzt zu keinem völlig zufriedenstellenden Resultat geführt haben. Es gelang zwar, den Aschengehalt unter 0,01 % herabzudrücken und für die Dichten von Normalzuckerlösungen (etwa 1,10) die Differenz, welche bei den beiden ungereinigten Zuckern 0,0003 betrug, bis auf 0,00002 (zugleich die erreichbare Genauigkeitsgrenze) zu verkleinern. Die Differenz zwischen den spezifischen Drehungen der beiden Zuckersorten wurde jedoch durch die Reinigung nur von 0,3 % auf 0,04 % verkleinert. Da nun in der Zuckertechnik die Normale mindestens auf 0,01 % genau verlangt werden, so müssen die Untersuchungen noch fortgesetzt werden. Aus mehreren Zuckerfabriken werden durch die Vermittlung des Hrn. Professor Herzfeld besonders sorgfältig gereinigte Sorten bezogen werden.

δ) Prüfung von Quarzplatten.

Es wurden 9 Quarzplatten zur Prüfung eingeliefert. Dieselben wurden auf Planparallelität, optische Reinheit und ihre Drehungswinkel für spektral gereinigtes Natriumlicht untersucht. Mit Ausnahme einer einzigen waren die Platten von genügend guter Beschaffenheit.

V. Chemische Arbeiten[1]).

Untersuchung von Platinmetallen auf ihre Reinheit.

Während nach dem vorjährigen Bericht Platin, Palladium und Iridium in grosser Reinheit technisch hergestellt werden konnten, war das 1897 bezogene *Rhodium* noch relativ stark verunreinigt. Die Verfolgung der begonnenen Versuche führte dahin, dass auch dies Metall von der Firma Heraeus jetzt so weit gereinigt wird, dass es kaum noch Spuren

[1]) Mylius, Funk, Dietz, Moeller.

fremder Metalle enthält. Das Gleiche gilt vom Ruthenium und Osmium, welche mit Hülfe ihrer flüchtigen Oxyde gereinigt werden.

Alle sechs Platinmetalle sind daher jetzt in einem Grade der Reinheit, welcher für die meisten wissenschaftlichen Zwecke ausreicht, aus dem deutschen Handel zu beziehen.

In der über den Gegenstand vorliegenden Mittheilung sind auch einige Beobachtungen über die Analyse der Platinmetalle erwähnt (Anh. Nr. 18).

Löslichkeit von Salzen. Ueber die Löslichkeit der *Zink-* und *Kadmium-Halogenverbindungen* liegt eine gedruckte Mittheilung vor (Anh. Nr. 20).

Die Arbeit über die Löslichkeit der *Metallnitrate* ist ebenfalls abgeschlossen und in einer kurzen Mittheilung veröffentlicht worden (Anh. Nr. 19). Die früher vermutheten wasserreicheren Hydrate wurden thatsächlich aufgefunden; sie enthalten 9 Mol. Wasser und sind nur bei niedrigen Temperaturen beständig; ihre Löslichkeit ist bis zu den kryohydratischen Punkten verfolgt worden. Dies gilt auch für das Kadmiumnitrat; dasselbe wird durch das wasserreiche Hydrat ebenso der Zink-Eisengruppe zugewiesen, wie es früher für das Kadmium-*Sulfat* gefunden worden ist.

Eine ähnliche Arbeit über die *Chlorate* der *Eisengruppe*, welche mit den Nitraten die grösste Analogie zeigen, ist begonnen worden.

Die Arbeit über die Hydratzustände und die theilweise merkwürdigen Erscheinungen bei der Löslichkeit des *Kalziumchromates* wurde fortgeführt, jedoch noch nicht abgeschlossen.

Von dem Hydrat $CaCrO_4 + 2H_2O$ existiren zwei Modifikationen von verschiedener Löslichkeit, eine rhombische und eine monokline, deren letztere mit Gyps isomorph ist.

Ein noch nicht bekanntes basisches Salz $CaCrO_4, CaO + 3H_2O$ wurde isolirt.

Basizität der Chromsäure. Die *Chromsäure* galt bisher gleich der Schwefelsäure für zweibasisch; es gelang aber, ein wohlkrystallisirtes Salz mit vier Natriumatomen herzustellen von der Zusammensetzung $Na_4CrO_5 + 13H_2O$. Die Verfolgung der Beobachtung wird ergeben, inwieweit die Verbindung sich den basischen Salzen anreiht, und ob auch aus anderen zweibasischen Säuren derartige Natronsalze zu erhalten sind.

Spezifische Gewichte von Laugen. Die gefundenen *spezifischen Gewichte von Natronlösungen* stimmen noch nicht so gut überein, dass das Ergebniss völlig befriedigte.

Stabile Hydratzustände der Salze für 18°. Für die verschiedenen chemischen Verbindungen ist es wünschenswerth, diejenige Modifikation zu kennen, welche bei 18° mit der gesättigten Lösung im stabilen Gleichgewicht ist; eine derartige Prüfung ist für 140 der *bekanntesten Salze* hinsichtlich des *Hydratzustandes* ausgeführt worden.

Elektrolytische Untersuchungen über Platinmetalle. Im Anschluss an die Beobachtungen über Platinchlorid ist eine Untersuchung über die *elektrolytischen Bestandtheile* des *Platinchlorids* begonnen worden, welche auch auf andere Platinmetalle ausgedehnt werden soll. Man wird dabei, wenn möglich, auch die elektrolytische Praxis berücksichtigen.

Silbervoltameter. Für das Studium der sekundären Prozesse im *Silbervoltameter* sind lediglich Vorversuche gemacht worden, welche zur Kenntniss der Veränderung von Silbernitratlösungen „durch den Gebrauch“ führen sollten.

Kleinere Arbeiten präparativer Natur. Ein ansehnlicher Theil der Zeit wurde zu kleineren *präparativen* und *analytischen* Arbeiten verwendet, insbesondere zur Herstellung reiner Salze und deren Lösungen (für elektrische Untersuchungen), zur Untersuchung von Spiegelmetallen, Kobaltlegirungen, zu Aschenbestimmungen von Zucker u. s. w.

VI. Arbeiten der Werkstatt. *Mechanische Arbeiten.* An grösseren Arbeiten wurden ausgeführt

1 Spitzenentladungsapparat,
6 Beobachtungsfernrohre,
1 Leistungsmesser,
3 Anlass- und Regulirwidersände für kleine Motoren,
8 Julius'sche Aufhängungen für Galvanometer.

Mit Beglaubigungsstempel wurden versehen *Beglaubigungsstempelungen u. s. w.*

35 Blechstreifen und Stäbe für magnetische Untersuchungen,
31 Stimmgabeln,
53 Bolzen und Gewinde,
92 Hefnerlampen,
102 Normalelemente.

Der Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.
(gez.) Kohlrausch.

Anhang.

Veröffentlichungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in der Zeit vom 1. Februar 1898 bis 31. Januar 1899.

Abtheilung I.

A. Amtliche Veröffentlichungen.

1. Kohlrausch, Holborn und Diesselhorst, Neue Grundlagen für die Werthe der Leitvermögen von Elektrolyten. *Wied. Ann.* **64.** *S. 417. 1898.*
2. Holborn, Ueber die Vertheilung des induzirten Magnetismus in Zylindern. *Sitzungs-Ber. d. Berl. Akad. 1898. S. 159.*
3. Jaeger und Lindeck, Ueber die Konstanz von Normal-Widerständen aus Manganin. *Diese Zeitschr.* **18.** *S. 97. 1898; Wied. Ann.* **65.** *S. 572. 1898.*
4. Jaeger, Das elektromotorische Verhalten von Kadmiumamalgam verschiedener Zusammensetzung. *Wied. Ann.* **65.** *S. 106. 1898.*
5. Jaeger und Kahle, Ueber Quecksilber-Zink- und Quecksilber-Kadmium-Elemente als Spannungsnormale. *Diese Zeitschr.* **18.** *S. 161. 1898; Wied. Ann.* **65.** *S. 926. 1898.*
6. Gumlich, Rotationsdispersion und Temperaturkoëffizient des Quarzes. *Wied. Ann.* **64.** *S. 333. 1898.*
7. Kurlbaum, Ueber eine Methode zur Bestimmung der Strahlung in absolutem Maass und die Strahlung des schwarzen Körpers zwischen 0 und 100 Grad. *Wied. Ann.* **65.** *S. 746. 1898.*

B. Private Veröffentlichungen unter Benutzung von amtlichem Material.

8. Lummer und Kurlbaum, Der elektrisch geglühte „absolut schwarze“ Körper und seine Temperaturmessung. *Verh. d. Phys. Ges. 1898. S. 106.*
9. Kahle, Zur Behandlung des Silbervoltameters und seine Verwendung zur Bestimmung von Normalelementen. *Diese Zeitschr.* **18.** *S. 229. 1898; Wied. Ann.* **67.** *S. 1. 1899*[1]).
10. Lummer und Pringsheim, Ueber die Energievertheilung im Spektrum des schwarzen Körpers. *Verh. d. Deutschen Phys. Ges.* **1.** *S. 23. 1899*[2]).

C. Sonstige private Veröffentlichungen.

11. Kohlrausch und Holborn, Das Leitvermögen der Elektrolyte, insbesondere der Lösungen. 211 S. Leipzig, B. G. Teubner 1898.
12. Kohlrausch, Die Beweglichkeiten elektrischer Ionen in verdünnten wässrigen Lösungen bis zu $^1/_{10}$ normaler Konzentration bei 18 Grad. *Wied. Ann.* **66.** *S. 785. 1898.*

---

[1]) Die Bezeichnung der Veröffentlichungen von Kahle in *Wied. Ann.* und von Hebe (vgl. Anh. Nr. 22) als amtliche „Mittheilungen aus der Reichsanstalt“ beruht auf Versehen der Redaktionen. Vgl. *S. 212.*

[2]) Der Inhalt der Arbeit wurde der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin am 24. November 1898 vorgetragen.

13. **Lummer**, Ueber sichtbares und unsichtbares Licht. Eine Reihe von Vorlesungen von Silvanus P. Thompson. Deutsche Ausgabe von O. Lummer. 229 S. Halle, W. Knapp 1898.
14. **Lummer** und **Pringsheim**, *A Determination of the ratio k of the specific heats at constant pressure and at constant volume for air, oxygen, carbon-dioxide and hydrogen. Smithsonian Contributions to Knowledge 1126.* Washington 1898.

Abtheilung II.

A. Amtliche Veröffentlichungen.

15. Prüfungsbestimmungen für Thermometer.
16. **Göpel**, Erfahrungen bei der Herstellung einer Nickelstahlskale. *Deutsche Mech.-Ztg. 1898. S. 153.*
17. **Gumlich** und **Wiebe**, Ueber eine Fehlerquelle in der Andrews'schen Methode zur Bestimmung der spezifischen Wärme von Flüssigkeiten. *Wied. Ann.* ***66.*** *S. 529. 1898.*
18. **Mylius** und **Dietz**, Reine Platinmetalle im Handel. *Ber. d. deutsch. Chem. Ges.* ***31.*** *S. 3187. 1898.*
19. **Funk**, Ueber die Löslichkeit einiger Metallnitrate. *Zeitschr. f. anorg. Chem.* ***20.*** *S. 393. 1899.*
20. **Dietz**, Ueber die Halogensalze von Zink und Kadmium. *Ebenda S. 240.*
21. **Lemke**, Ueber die Reduktion der Quecksilberthermometer aus dem Jenaer Borosilikatglas 59^{III} auf das Luftthermometer in den Temperaturen zwischen 100° und 200°. *Diese Zeitschr.* ***19.*** *S. 33. 1899.*

B. Private Veröffentlichungen unter Benutzung von amtlichem Material.

22. **Hebe**, Ueber die amtliche Prüfung ärztlicher Thermometer. *Zeitschr. f. Krankenpfl. 1898. Heft 5*[1]).
23. **Gumlich** und **Wiebe**, Ueber die Bestimmung der spezifischen Wärme von Flüssigkeiten, insbesondere bei tiefen Temperaturen. *Zeitschr. f. kompr. u. flüss. Gase 1898. Heft 2 u. 3.*
24. **Gumlich**, Ueber einen Thermoregulator für ein weites Temperaturgebiet. *Diese Zeitschr.* ***18.*** *S. 317. 1898.*
25. **Schmidt**, Magnetische Untersuchungen. (Ein Wegweiser für Hütteningenieure.) *Zeitschr. f. Elektrochemie* ***5.*** *S. 205. 1898.*
26. **Schwirkus**, Ein neuer Regulirhahn für Leuchtgas. *Deutsche Mech.-Ztg. 1898. S. 25.*
27. **Liebenthal**, Praktische Lichtmessung. *Azetylen in Wissensch. u. Ind.* ***1.*** *S. 38. 1898.*

C. Sonstige private Veröffentlichungen.

28. **Schwirkus**, Ueber Gasgebläse für Glüh- und Schmelzzwecke. *Dingl. Polytechn. Journ.* ***304.*** *S. 201. 1897.*
29. **Derselbe**, Ein neues einfaches Verfahren, Fenster zu dichten. *Zeitschr. f. Heizgs.-, Lüftgs.- u. Wasserleitgs.-Techn.* ***3.*** *S. 178. 1898.*
30. **Schönrock**, Beziehungen zwischen der elektromagnetischen Drehung fester und flüssiger Körper und deren chemischer Zusammensetzung. *Graham-Otto's Lehrbuch der Chemie. Bd. I. Abth. III. S. 791.*

[1]) Vgl. die Anmerk. 1 auf *S. 255.*

Referate.

Ueber die Berechnung der Koëffizienten der Fourier'schen Reihe.

Von Macé de Lépinay. *Journ. de phys. (3)* **8.** *S. 137. 1899.*

Die Koëffizienten der Fourier'schen Reihe

$$y = A_0 + A_1 \cos x + B_1 \sin x + A_2 \cos 2x + B_2 \sin 2x + \ldots$$

sind bekanntlich durch die Integrale

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} y\,dx;\quad A_i = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} y \cos ix\,dx;\quad B_i = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} y \sin ix\,dx$$

gegeben, die sich berechnen lassen, wenn y als analytischer Ausdruck vorliegt. Ist dies nicht der Fall, kennt man aber eine endliche Anzahl N von Funktionswerthen y_ν, die zu den gegebenen Abszissen x_ν gehören, so kann man für die Koëffizienten A und B Näherungswerthe unmittelbar auf folgende Weise ableiten. Von den Kurven, deren Ordinaten bezw. durch y, $y \cdot \cos ix$, $y \cdot \sin ix$ gegeben sind, und deren Flächeninhalt durch die obigen Integrale dargestellt wird, sind je N Punkte gegeben, die diese Punkte verbindenden Kurvenstücke aber sind unbekannt. Man ersetze die letzteren durch gerade Linien, so giebt die sofort ausführbare Integration die gesuchten Näherungswerthe für A und B. Dieselben nehmen besonders einfache Formen an, wenn die N Punkte der Abszissenachse, zu denen die bekannten Funktionswerthe gehören, äquidistant sind. In dem letzteren Falle sind die erhaltenen Werthe für A und B identisch mit jenen, die sich ergeben, wenn man y als N-gliedrige trigonometrische Reihe ansetzt und die A und B durch Auflösung eines Systems von N linearen Gleichungen mit N Unbekannten bestimmt. Doch ist für den Fall eines geraden N der durch das Näherungsverfahren erhaltene letzte Koëffizient zu halbiren.

Ist die Anzahl der bekannten Funktionswerthe sehr gross oder ist sie unendlich gross (wenn y als Funktion von x graphisch gegeben ist), so empfiehlt es sich, zur Berechnung der Koëffizienten A und B ein Verfahren der wiederholten Annäherung zu benutzen, welches zugleich zu entscheiden gestattet, bei welchem Gliede man die Reihe abbrechen darf, ohne dass der dadurch entstehende Fehler eine gewisse Grenze überschreitet. Der Verf. giebt ein Beispiel für die Anwendung dieses Verfahrens. *W. D.*

Zur Messung von Flammentemperaturen durch Thermoelemente, insbesondere über die Temperatur der Bunsenflamme.

Von F. Berkenbusch. *Wied. Ann.* **67.** *S. 649. 1899.*

In der vorliegenden Arbeit, einem Auszuge aus der Bonner Inaugural-Dissertation des Verf., wird die experimentelle Prüfung einer von Nernst angegebenen Methode mitgetheilt, die Temperatur einer offnen, nichtleuchtenden Bunsenflamme mit Hülfe des Le Chatelier'schen Thermoelements zu messen. Bekanntlich genügt es bei Temperaturbestimmungen mittels eines Thermoelements im Allgemeinen durchaus nicht, in die zu messende Temperatur die Löthstelle einfach hineinzustecken, wenn sie nicht gleichzeitig vor Wärmeverlust durch Leitung und Strahlung hinreichend geschützt wird. Die erstgenannte Fehlerquelle lässt sich auch bei Messungen in der offenen Flamme durch passende Anordnung der der Löthstelle anliegenden Theile des Thermoelements vermeiden. Der Wärmeverlust durch Strahlung wird nach dem Nernst'schen Vorschlag durch elektrisch zugeführte Wärme ausgeglichen. Das Thermoelement wird unter Messung der Klemmenspannung mittels eines Millivoltmeters und der Stärke des Heizstromes (Wechselstromes) mittels eines Hitzdrahtinstruments zunächst ausserhalb der Flamme elektrisch erwärmt in einer Umgebung, in welcher für jede Temperatur sein Wärmeverlust ebenso gross ist wie in der Flamme; der Verf. nimmt das Vakuum als dieser Bedingung entsprechend an. Es ergiebt sich so eine Kurve, aus welcher die Löthstellenspannung als Funktion der Wärmezufuhr, gemessen durch das Quadrat der Stromstärke unter der näherungsweisen Annahme eines konstanten Elementwiderstandes, entnommen werden kann. Darnach wird das Thermoelement in die zu untersuchende Flamme gebracht und eine zweite Kurve aufgestellt. Der nöthigenfalls durch Extra-

polation zu ermittelnde Schnittpunkt beider ergiebt diejenige Spannung des Elements, welcher die Flammentemperatur entspricht. Die letztere ist durch den Anschluss des Elements an die Holborn-Wien'sche auf das Luftthermometer bezogene Skale gegeben.

Die Messungen sind mit erheblichen Fehlerquellen behaftet, von denen nur die eine hervorgehoben werden soll: die elektromotorische Kraft eines Thermoelements ist unter der Einwirkung von Flammengasen starken, andauernden Veränderungen unterworfen, worauf besonders Holborn und Wien aufmerksam gemacht haben. Wenn nun eine zweite nach der Benutzung des Elements in der offenen Flamme vom Verf. angestellte Beobachtungsreihe im Vakuum von der ersten so erheblich abweicht, dass die Resultate um 75° differiren, so ist dies nach Ansicht des Ref. wahrscheinlich in erster Linie auf die erwähnte Ursache zurückzuführen, worüber übrigens eine Nachaichung des Elements Aufschluss gegeben haben würde. Das gewonnene Resultat von 1830° im Mittel scheint darnach ebenso wie das von Waggener (*Wied. Ann.* **58.** *S. 519. 1896*) angegebene von 1785° wenig mehr als einen allgemein orientirenden Werth zu besitzen. Dass die Bunsenflamme eine Maximaltemperatur von etwa 1800° besitzt, weiss man aber schon aus der Thatsache, dass in ihr *dünne* Platindrähte schmelzen (1780° der Holborn-Wien'schen Skale). *Rt.*

Hammarberg's Objektnetzmikrometer.

Von H. Berger. *Zeitschr. f. wissenschaftl. Mikroskopie* **15.** *S. 303. 1899.*

Bei Zellzählungen mit Hülfe des Okularnetzmikrometers muss man das Resultat mit einem Reduktionsfaktor (Vergrösserung, mit der das Objekt in das Netz abgebildet wird) multipliziren. Diese Umrechnung vermeidet der Verf., indem er durch den Kondensor ein Bild eines unter demselben befindlichen, in $^1/_4$ *qmm* getheilten Mikrometers in das Präparat wirft, sodass die Quadrate $^1/_{100}$ *qmm* gross werden. Der Mikrometerträger ist am Abbe'schen Beleuchtungsapparat befestigt und ermöglicht, das Mikrometer in Richtung der optischen Achse in ausgiebiger Weise grob und fein zu verstellen. Das Bild der Quadratseite im Präparat kann so zwischen 0,1 und 0,3 *mm* Länge geändert werden. Zur Erzielung anderer Bildgrössen können anders getheilte Mikrometer verwandt werden. Ein Nachtheil dieses Verfahrens besteht in der Unvollkommenheit der Abbildung durch den Kondensor, welche sich namentlich nach dem Rande des Gesichtsfeldes hin bemerkbar macht. Die Einrichtung wird von C. Zeiss in Jena geliefert. *A. K.*

Die Einwirkung langdauernder Erhitzung auf die magnetischen Eigenschaften des Eisens.

Von S. R. Roget. *Electrician* **42.** *S. 530. 1898.*

Roget hat seine Versuche über die Einwirkung langdauernder Erhitzung auf die magnetischen Eigenschaften des Eisens, worüber bereits berichtet wurde (vgl. *diese Zeitschr.* **19.** *S. 92. 1899*), auf höhere Temperaturen (200° bis 700°) ausgedehnt. Die Versuche wurden, wie in der ersten Mittheilung, zunächst mit gut ausgeglühten Transformatorenblechen aus weichem schwedischen Eisen vorgenommen. Die Proben konnten durch eine auf Glimmer gewickelte Heizspule rasch auf die erforderliche Temperatur gebracht werden. Die Temperatur wurde von 100° zu 100° gesteigert. Anfangs nimmt die Hysteresis bei allen Temperaturen ausserordentlich rasch mit der Zeit zu, geht durch ein Maximum und nähert sich alsdann einem konstanten Grenzwerth. Der erste Anstieg ist um so steiler, je höher die Temperatur ist, bei der man untersucht; die Höhe des Maximums dagegen nimmt ebenso wie der Grenzwerth, der später erreicht wird, mit wachsender Temperatur ab. So steigt bei einer Erhitzung auf 300° die Hysteresis in etwa 10 Minuten bis über 100 %, und fällt nach einer halben Stunde auf etwa 70 % ab. Erhitzt man dagegen auf 600°, so wird das Maximum etwa in der Hälfte der Zeit erreicht; die Höhe des Maximum ist dagegen nur 45 % und der nach etwa *einer* Stunde erreichte Grenzwerth 10 % grösser als der Anfangswerth. Bei 700° liegt das Maximum noch tiefer, und nach einer Stunde ist der Anfangswerth der Hysteresis wieder erreicht.

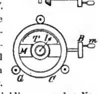
Roget hat weiter Versuche darüber angestellt, ob etwa durch langdauerndes Erhitzen auf hohe Temperaturen das Eisen seine Eigenschaft, durch Erhitzen auf niedere Temperaturen

seine Hysteresis zu vergrössern, verliert. Es zeigte sich aber, dass eine derartige Behandlung keinen Einfluss hat. Versuche mit Proben aus anderem Material haben ergeben, dass die beobachtete Veränderung bei härterem Material, das also von vornherein eine grössere Hysteresis besitzt, geringer wird. Weiter wurde festgestellt, dass sich die Veränderungen auf den unteren Theil der Magnetisirungskurve beschränken, während der Sättigungswerth der Magnetisirung ungeändert bleibt. *E. O.*

Der Hysteresismesser von Blondel-Carpentier.

Nach *L' Électricien.* ***19.*** *S. 5. 1899.*

Das Prinzip, das dem Hysteresismesser von Blondel-Carpentier zu Grunde liegt, ist bereits von Ewing, dessen Name übrigens in der vorliegenden Veröffentlichung nicht genannt wird, angegeben (vgl. *diese Zeitschr.* ***16.*** *S. 285. 1896*) und zur Konstruktion eines Apparates benutzt worden. Aus der zu untersuchenden Eisenprobe sind ringförmige Bleche T[1]) geschnitten und auf ein Kreuzstück aufgeschichtet; letzteres wird durch den Schaft ab getragen, der oben und unten in Steinlagern drehbar ist. Das ganze System wird durch eine Spiralfeder r in einer festen Lage gehalten. M ist ein permanenter oder Elektromagnet, dessen oberer Theil durch den Kranz C zusammengehalten wird; der Kranz C ist zwischen den drei Friktionsrollen G gelagert. Mittels der konischen Zahnradübertragung AB und der Kurbel m kann der Magnet in Rotation versetzt werden. Es laufen dann in dem Eisenring zwei Magnetpole um; dadurch wird auf das mittlere System ein Drehungsmoment von der Grösse $W/2\pi$ ausgeübt, wo W den bei diesem Magnetisirungszyklus auftretenden Hysteresisverlust bedeutet. Das Drehmoment, das von der Drehungsgeschwindigkeit der Magnete M unabhängig ist, kann durch den Zeiger J an einer Skale gemessen werden. Um vom Nullpunkt der Skale unabhängig zu sein, dreht man die Kurbel m erst in der einen und dann in der entgegengesetzten Richtung, und misst die Differenz der Einstellungen des Zeigers J. Die Konstante des Apparates muss entweder durch Normalstäbe, die anderweitig bereits untersucht sind, oder durch Schwingungsbeobachtungen bestimmt werden. Die Eisenproben sollen folgende Dimensionen haben: äusserer Durchmesser 55 *mm*, innerer 38 *mm*; die Zahl der aufeinander gelegten Bleche soll so gross sein, dass eine Höhe von 4 *mm* herauskommt. Das Gesammtgewicht des Ringes beträgt nur 37,7 *g*. Man hat das gefundene W noch durch das Volumen der Probe zu dividiren, um den Verlust pro Volumeneinheit zu erhalten.



Die maximale Induktion, bis zu der die Eisenproben magnetisirt werden, ist ein wenig von der Permeabilität des zu untersuchenden Eisens abhängig. Für die Praxis genügt ein Mittelwerth, der für den von Blondel benutzten Apparat 9700 *C. G. S.*-Einheiten betrug. Ist dieser Werth bekannt, so kann man auch den Steinmetz'schen Koëffizienten η berechnen. *E. O.*

Abakus für die Fresnel'schen Reflexionsformeln.

Von A. Lafay. *Journ. de Phys. (3)* ***8.*** *S. 96. 1899.*

Der Verf. liefert für die Fresnel'schen Reflexionsformeln eines der bekannten d'Ocagne'schen Rechnungshülfsmittel, wie sie jetzt rasch allenthalben in mathematischen und technischen Zeitschriften auftauchen; man scheint die Lalanne'sche Isoplethendarstellungsmethode, die in Deutschland besonders durch Vogler's „Graphische Tafeln" bekannt geworden ist, ganz verlassen zu wollen zu Gunsten der „nomographischen" Darstellungsweise der isoplethen Punktreihen von d'Ocagne. Nebenbei bemerkt, hat d'Ocagne diesen Namen neuerdings ersetzt durch „alignirte Punkte" und mein Kollege Prof. Mehmke in Stuttgart hat dies unlängst zweckmässig verdeutscht in „fluchtrechte Punkte". Die einfache Lafay'sche Darstellung giebt kaum zu besonderen Bemerkungen Anlass. *Hammer.*

[1]) Die Figur ist aus der *Elektrotechn. Zeitschr.* ***20.*** *S. 178. 1899* entnommen.

Neu erschienene Bücher.

C. Leiss, Die optischen Instrumente der Firma R. Fuess. Deren Beschreibung, Justirung und Anwendung. gr. 8°. XIV, 397 S. mit 233 Holzschnitten im Text und 3 Lichtdrucktafeln. Leipzig, W. Engelmann 1899. 11,00 M., geb. 12,00 M.

Verf., der bei der Firma R. Fuess eine leitende Stelle bekleidet, hat es in dem vorliegenden Werke unternommen, eine zusammenhängende Beschreibung der in der Abtheilung I der Fuess'schen Werkstätte hergestellten, wissenschaftlichen Instrumente zu geben. Eine solche Zusammenstellung erscheint aus vielen Gründen sehr dankenswerth. Sie gewährt vor allem einen bequemen und umfassenden Ueberblick über die in vielen Zeitschriften sich zerstreut findenden Beschreibungen der Apparate und die Möglichkeit eines Vergleichs bei solchen Instrumenten, die zu gleichen Zwecken dienen, aber deren Konstruktion auf verschiedenen Grundlagen beruht. Die Beschreibung der einzelnen Apparate ist in vielen Fällen eingehender geworden; wo es das Verständniss erleichterte, sind perspektivische Abbildungen und schematische Skizzen gegeben. Sehr praktisch erweisen sich die Anleitungen für den Gebrauch, die Prüfung und Justirung der Instrumente, sowie gelegentliche Winke für die Wahl einzelner Apparate, die in verschiedener Ausführung vorhanden sind.

Das Buch zerfällt in acht Abschnitte. In dem ersten Abschnitt werden die Spektrometer, die dazu gehörigen Attribute, die Spalteinrichtungen, das Universalspektrometer von Th. Liebisch, die Apparate zur Beleuchtung mit homogenem Licht, die Totalreflektometer und Refraktometer behandelt und eine kurze Zusammenstellung der wichtigsten stark lichtbrechenden Flüssigkeiten gegeben. Im zweiten Kapitel folgt die Beschreibung der spektrophotographischen Apparate, insbesondere der Quarzspektrographen und Vakuumspektrographen nach V. Schumann (beigegeben sind 2 Tafeln mit Spektrophotogrammen), der Hülfsinstrumente und Spektrographen mit Rowland'schen Konkavgittern. Den Apparaten zum Studium und zur Demonstration physikalischer Vorgänge (Wärmeleitung in Krystallen, Pyroelektrizität, Einwirkung mechanischer Kräfte auf amorphe Körper und Krystalle) in krystallisirten und amorphen Körpern ist das dritte Kapitel gewidmet.

Seitdem durch Einführung physikalischer Methoden in die Krystallographie und Mineralogie die Konstruktion besonders optischer Apparate ein wichtiger Zweig dieser Wissenschaften geworden ist, haben sich die meisten Forscher, die nach dieser Richtung hin arbeiteten, einer regen Unterstützung durch die Fuess'sche Werkstätte zu erfreuen gehabt. Es nehmen daher die krystallographischen Apparate (Abschnitt 4, 5, 6) einen besonders breiten Raum ein. Eingehender werden behandelt die verschiedenen Goniometer mit ihren Attributen, die Polarisations- und Achsenwinkelapparate, Universalapparate für krystallographisch-optische Studien, Dichroskope, Mikroskope für physikalische und mineralogische Studien mit ihren so zahlreichen Nebenapparaten (beigefügt sind u. a. Tabellen über die mit den verschiedenen Objektiven und Okularen zu erhaltenden Vergrösserungen), Mikroskope für den Unterricht, die Präparation und das Praktikum, Lupenmikroskope, Lupen, Präparate und Utensilien für Interferenzerscheinungen und Krystallplatten, Schneide- und Schleifapparate.

Der siebente Abschnitt enthält die Beschreibung der Hülfsinstrumente für physikalische Untersuchungen (Uhrwerkheliostaten, Kathetometer, Ablesefernrohre, Interferenzsphärometer u. s. w.). Die Projektions- und mikrophotographischen Apparate werden im letzten Kapitel erläutert. In einem Anhang sind ausser einigen Nachträgen noch Tabellen zur Ermittelung der Brechungsindizes am Abbe'schen und Eykman'schen Refraktometer aufgeführt und die Methode der Dispersionsbestimmung und Messung der Doppelbrechung mit Hülfe der von Abbe am Refraktometer eingeführten Tangentinimessschrauben erläutert.

Das Werk kann als eine werthvolle Bereicherung der Handbibliotheken mineralogischer und physikalischer Institute warm empfohlen werden. *Prof. H. Traube in Berlin.*

Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. **H. Landolt**, Vorsitzender, Prof. Dr. **A. Westphal**, geschäftsführendes Mitglied, Prof. Dr. **E. Abbe**, Dr. **H. Krüss**.

Redaktion: Prof. Dr. **St. Lindeck** in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang. **September 1899.** Neuntes Heft.

Untersuchung von Horizontalpendel-Apparaten.

Von

Dr. **O. Hecker** in Potsdam.

Durch die Freundlichkeit der Hrn. Prof. Omori in Tokio und P. Stückrath in Friedenau war es mir möglich, zwei Horizontalpendel verschiedener Konstruktion mit einander vergleichen zu können. Das eine, eine neue Konstruktion von Repsold, die sich im Wesentlichen an die früher von ihm für v. Rebeur-Paschwitz konstruirten Instrumente anlehnt, ist bislang noch nicht näher beschrieben, über das andere ist bereits berichtet[1]).

Die Vergleichung wurde in der Weise vorgenommen, dass beide Instrumente nebeneinander zunächst auf demselben Pfeiler im Pendelsaal und später auf dem sehr festen Betonfussboden des Mittelkellers im Geodätischen Institut aufgestellt wurden und auf demselben Registrirapparat registrirten. Es ergab sich jedoch ein wenig erfreuliches Resultat. Es zeigte sich nämlich, dass Temperaturschwankungen in völlig verschiedener Weise die Nullpunktslage der Pendel änderten und ausserdem, dass bei demselben Pendel Schwankungen der Temperatur von gleicher Grösse oft ganz verschiedene Pendelausschläge hervorbrachten. Ausserdem war die Einwirkung der Bodenbewegung auf beide Pendel ungleich, und zwar ging diese Verschiedenheit häufig so weit, dass die Pendel des einen Apparates überhaupt in Ruhe waren, während die des andern Schwingungen bis zu einigen Minuten machten. Hier dürfte jedenfalls ausser den stark differirenden Trägheitsmomenten der Pendel ihre verschiedene Aufhängungsart entscheidend gewesen sein. Denn während Repsold seine frühere Aufhängungsart beibehalten hat, die zu Einklemmungen des Pendels Veranlassung geben kann[2]), was nicht nur für die Beobachtung von Beben, sondern ganz besonders für die Untersuchung langsam verlaufender Neigungsänderungen misslich ist, hat Stückrath die später von v. Rebeur vorgeschlagene Aufhängung angewandt.

Es schien daher durchaus unerlässlich zu sein, unter theilweiser Benutzung der vorhandenen Konstruktionsdetails anderer Horizontalpendel ein zu Versuchen geeignetes Instrument in zwei gleichen Exemplaren herzustellen, um untersuchen zu können, inwieweit und unter welchen Umständen gleiche Instrumente unter gleichen Bedingungen sowohl bei akuten Störungen, seien es Horizontalbeschleunigungen oder Transversalwellen der Erdscholle, als auch langsamen Neigungsänderungen, wie sie z. B. durch Einwirkung der Sonnenstrahlen auf die Erdoberfläche hervorgerufen und

[1]) O. Hecker, Das Horizontalpendel. *Diese Zeitschr.* **16.** *S. 2. 1896.*

[2]) Vgl. E. v. Rebeur-Paschwitz, Horizontalpendel-Beobachtungen auf der Kaiserl. Universitäts-Sternwarte zu Strassburg. *Beiträge z. Geophysik* **2.** *S. 273. 1895*; O. Hecker, Beitrag zur Theorie des Horizontalpendels. *Ebenda* **4.** *S. 64. 1899.*

als tägliche Periode bezeichnet werden, gleiche Resultate zu geben vermögen. Der Direktor des Geodätischen Institutes, Hr. Geheimrath **Helmert**, bewilligte daher die Beschaffung von zwei identischen Apparaten mit je einem Pendel mit photographischer Registrirung[1]), die von dem Mechaniker P. **Stückrath** in Friedenau ausgeführt wurden und die im Folgenden beschrieben werden sollen.

Eine schwere, gleichseitige Eisenplatte *A* (Fig. 1) von 50 *cm* Seitenlänge, die auf drei Fussschrauben mit feinem Gewinde ruht, bildet die Basis des Instrumentes. Diese Platte trägt den Pendelstuhl *S*, der, dem **Repsold**'schen ähnlich, aus einem Stück Messing gegossen ist. Der Stuhl ruht auf drei Punkten auf. Zwei von diesen werden von kleinen Stahlkugeln gebildet, die in einer flachen konischen Bohrung um etwa $^1/_4$ ihres Durchmessers in die Eisenplatte versenkt sind. Die dritte Auflagerungsstelle

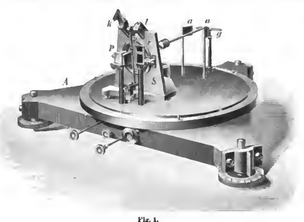


Fig. 1.

bildet ebenfalls eine kleine Stahlkugel, die auf einer feingängigen, durch die Platte gehenden Schraube befestigt ist. Die Schraube lässt sich mittels Uebersetzung durch das Schneckenrad *u* sehr langsam bewegen und bildet so eine sehr feine, seitliche Korrektion der Achse. Eine auf eine Spiralfeder wirkende Schraube verbindet Pendelstuhl und Grundplatte.

Bei Temperaturschwankungen kann theoretisch eine Neigungsänderung des Pendelstuhles nicht eintreten, wenn sich die Auflagerungspunkte und ebenso die Fussplatten des Instrumentes in einer Horizontalebene befinden, da die dazwischen liegenden Theile sämmtlich aus Eisen sind. Der Pendelstuhl trägt unten in einem angegossenen Fortsatz die eine Spitze *e*, die als Mikrometerschraube durch ihr Lager geht. Für die obere Spitze musste eine besondere Einrichtung getroffen werden. Wenn man nämlich ermöglichen will, Pendel von verschiedenen Schwerpunktsabständen zu benutzen, so muss die Richtung der Spitze variabel sein und jedes Mal in die Richtung nach dem Schnittpunkt zwischen der Projektion des Schwerpunktes und der Geraden durch die Richtung der unteren Spitze gebracht werden können, was nothwendig ist, um ein Abgleiten des Pendels zu verhindern. Zu diesem Zwecke ist zwischen zwei vorspringenden Flanschen ein ⊔-förmiger Lagerbock *l* um eine Horizontalachse senkrecht zur Spitzenrichtung drehbar und ermöglicht, der Spitze die erforderliche Richtung zu geben. Die obere Spitze geht ebenfalls als Mikrometer-

[1]) Vgl. hierüber *diese Zeitschr.* **16.** *S. 15. 1896.*

schraube durch ihr Lager; ihr Kegelwinkel[1]) beträgt, wie bei der unteren, 90°. Das vordere Ende der Spitze liegt in der Mittellinie der Horizontalachse des Lagerbockes und ihre Richtung kann an dem Kreisbogen *k* abgelesen werden.

Das Pendel selbst ist dem ursprünglich von v. Rebeur konstruirten ähnlich. Vertikal- und Horizontalachse sind von zwei unter einem rechten Winkel verbundenen, dünnen Messingröhren gebildet; erstere trägt oben ein sphärisches Achatlager von etwa 2 *mm* Radius, unten ein planes Achatlager. Auf der Horizontalachse befindet sich eine Theilung, um die Entfernung des Gewichtes von der Drehungsachse ablesen zu können. Ein Gradbogen *g* giebt die Grösse der Amplitude des Pendels bei der Bewegung an und die beiden, mit Filz bezogenen Anschläge *aa* verhindern zu grosse Amplituden.

Theoretisch würde ein Pendel aus Aluminium mit Gewicht aus spezifisch schwerem Metalle vor dem aus Messing den Vorzug verdienen, da dadurch leichter ein Minimum des Trägheitsmomentes in Bezug auf eine der Achse parallele Gerade durch den Schwerpunkt erreichbar ist. Jedoch empfiehlt es sich aus einem anderen Grunde nicht. Treten nämlich Temperaturschwankungen ein, so muss wegen der Differenz der Ausdehnungskoëffizienten von Pendel und Pendelstuhl ein Hin- und Herschieben des unteren Lagers auf der Spitze entstehen. Eine solche Unstetigkeit der Auflagerungspunkte muss aber stets eine Veränderung der Nullpunktslage des Pendels zur Folge haben, da sich eine mathematisch richtige Senkrechtstellung zwischen Lager und Spitze nicht herstellen lässt.

Da schon bei einer Neigung der Pendelachse senkrecht zur Ebene des Pendels von wenigen Sekunden der Lichtpunkt den Registrirbogen verlässt, so ist es wichtig, denselben in seine ursprüngliche Stellung zurückführen zu können, ohne das Pendel selbst zu korrigiren und es dadurch in lebhafte Schwingungen zu versetzen. Zu diesem Zwecke ist ein totalreflektirendes Prisma *p* vor dem Pendelspiegel angebracht, welches ohne Verbindung mit dem Pendelstuhl auf der Fussplatte montirt ist und Feinbewegung um eine horizontale und vertikale Achse hat. Uebrigens wurde diese Korrektion während eines Monates, in dem die Pendel beider Apparate ungestört blieben, um ihre Konstanz zu prüfen, nicht benutzt, da die Abweichungen vom Nullpunkt sehr gering waren.

Ebenfalls Feinbewegung um eine horizontale und vertikale Achse hat der feste Spiegel, welcher die feste Abszissenlinie auf dem photographischen Papier entwirft. Der Spiegel ist getheilt und die beiden Hälften sind so korrigirt, dass an beiden Seiten des Registrirbogens Linien entstehen. Hierdurch wird die Zeitbestimmung des Eintrittes von Erdbeben wesentlich genauer.

Die Arretirung der Pendel ist die Repsold'sche. Der Ring *r* lässt sich durch die über der Spitze *e* liegende Schraube um eine horizontale Achse drehen. Die Schraube läuft in eine Spitze aus. Man bewegt nun den oberen Theil des Ringes nach vorn und hängt das Pendel so ein, dass es bei *n* von dem Ringe gestützt wird und ausserdem mit einer Vertiefung im Rohre des Pendels auf der erwähnten Spitze der Arretirungsschraube ruht. Beim Zurückschrauben des Ringes legt sich nun das

[1]) Es sei hier darauf hingewiesen, dass es sich überall da, wo sehr feine Spitzen in der Präzisionsmechanik angewandt werden, empfiehlt, denselben Kegelwinkel nicht unter 90° zu geben. Es sind nämlich Spitzen mit grossen Kegelwinkeln nicht nur schärfer und regelmässiger in der Form, sondern auch wesentlich widerstandsfähiger, wie sich durch mikrophotographische Aufnahmen bei verschiedener Belastung der Spitzen herausstellte. Näheres hierüber *Beiträge z. Geophysik* 4. *S. 66. 1899.*

Pendel sanft zunächst auf die obere Spitze und dann auf die untere. Die Spitzen können also beim Einhängen des Pendels nicht verletzt werden.

Um das Pendel vor Luftbewegungen zu schützen, wird es mit einem kupfernen Zylinder bedeckt, der auf dem in der Figur sichtbaren, abgedrehten Rande der Grundplatte aufgesetzt wird. Oben wird der Zylinder durch eine Glasplatte geschlossen.

Gegenüber dem Prisma und festen Spiegel ist in dieses Gehäuse die Linse für die photographische Registrirung eingesetzt.

Der Registrirapparat (Fig. 2) ist in der Werkstätte des Geodätischen Institutes von dem Institutsmechaniker Hrn. Fechner in vorzüglicher Weise angefertigt.

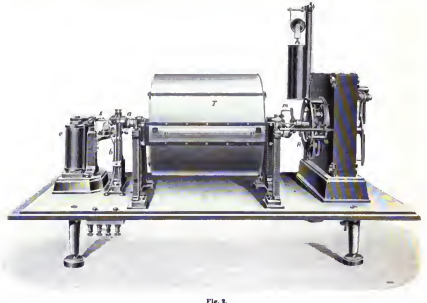


Fig. 2.

Er ist auf einer eisernen Platte von 36 × 70 *cm* Grösse montirt und ruht auf vier Füssen, von denen einer in der Länge korrigirbar ist. Die Trommel *T* hat einen Durchmesser von 21,5 *cm* und eine Registrirbreite von 22 *cm*. Sie ist auf einer 8 *mm* dicken Stahlachse befestigt. Letztere trägt an beiden Seiten der Trommel zwei Hülsen *a*, in denen sie sich auf doppelten Kugellagern drehen kann.

Diese Hülsen gleiten in den beiden Lagerböcken, sodass die Trommel durch einen leichten Druck in der Richtung der Achse um 8 *mm* seitlich verschoben werden kann. Diese Verschiebung tritt automatisch nach einer Umdrehung ein; sie wird durch die folgende Einrichtung bewirkt.

Die eine Verlängerung der Achse trägt eine elfenbeinerne Scheibe *c* mit Platinkontakt, auf der zwei auf dem Bock *b* gelagerte Federn schleifen, die mit einer galvanischen Batterie in Verbindung stehen. Ist die Kontaktscheibe richtig festgeklemmt, so tritt nach einer Umdrehung ein Stromschluss ein. Da sich in demselben Stromkreise auch der Elektromagnet *e* befindet, so giebt die Sperrklinke *s* die Feder *f* frei, die nun durch einen Druck auf das Ende der Achse die Trommel verschiebt. Natür-

lich steht die Trommelachse nicht in fester Verbindung mit dem Uhrwerk, da alsdann eine Verschiebung nicht möglich wäre, sondern sie wird mit Hülfe eines Mitnehmers *m* vom Uhrwerk gedreht. Die Trommel läuft sehr leicht, sodass dem Uhrwerk mit Halbsekundenpendel von Strasser & Rhode in Glashütte wenig Arbeit aufgebürdet wird. Die Uhrgänge sind denn auch sehr gut und halten sich meistens innerhalb der Sekunde.

Durch Veränderung der Zahneingriffe am Rahmen *R* kann man der Trommel drei verschiedene Geschwindigkeiten geben, und zwar erfolgen eine, zwei oder vier Umdrehungen in einem Tage, was einer Registrirgeschwindigkeit von 28 *mm*, 56 *mm* und 112 *mm* in der Stunde entspricht; gewöhnlich wird die mittlere Geschwindigkeit benutzt.

In einer Entfernung von etwa 5 *cm* von der Trommel ist eine Zylinderlinse angebracht, deren Träger durch Schlitz und Schraube eine Variation der Entfernung von Trommel und Linse erlauben. Ausserdem ist die Linse noch um eine horizontale Achse drehbar.

Durch diese Zylinderlinse wird ein Lichtbündel, welches von einer kleinen, neben dem Registrirapparat aufgestellten Benzinlampe durch einen feinen Spalt zunächst auf die Linse des Horizontalpendels, dann auf das Prisma und den Pendelspiegel geworfen wird und welches dann reflektirt nochmals Prisma und Linse passirt, zu einem feinen Punkte auf der Trommel vereinigt. Ist das Pendel in Bewegung, so tritt hierdurch ein Hin- und Herwandern des Lichtpunktes in horizontaler Richtung ein, wodurch auf der mit photographischem Papier bezogenen Trommel eine Kurve entsteht.

Die von den festen Spiegeln erzeugten Lichtpunkte geben gerade Linien, welche im Anfange jeder Stunde auf eine Minute durch einen vom Uhrwerk ausgelösten, herabfallenden Doppelschirm *vv* unterbrochen werden. Wegen der Verschiebung der Trommel reicht ein Bogen photographisches Papier bei der mittleren Geschwindigkeit für einen Tag, bei der kleinsten für zwei Tage aus.

Die Pendelapparate wurden im Mittelkeller des Geodätischen Institutes auf einem gemeinsamen, kurzen Pfeiler von 110 *cm* Länge, 60 *cm* Breite und 30 *cm* Höhe parallel zu einander aufgestellt. Der Pfeiler durchbricht isolirt die Betonschicht des Fussbodens und ist etwa 0,7 *m* tief fundirt. Zunächst wurden die Spitzen für die Aufhängung der Pendel mikroskopisch auf ihre Schärfe und gute Form untersucht und dann die Pendel eingehängt.

Beide Pendel wurden auf eine Schwingungsdauer von 11,1 Sekunden gebracht und registrirten auf demselben Registrirapparat. Um ein Urtheil über die Konstanz der Instrumente zu erhalten, haben dieselben zunächst etwa einen Monat ungestört registrirt.

Die Konstanz des Nullpunktes ist sehr befriedigend. Bildet man 5-tägige Mittel, so erhält man bei den ersten vier Pentaden als Abweichungen gegen das Gesammtmittel gesondert für Pendel I und II in Bogensekunden

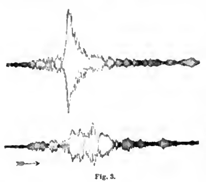
I	II
− 0,20″	+ 0,18″
− 0,20	− 0,10
+ 0,24	− 0,09
+ 0,16	+ 0,01

Auch betreffs der langsamen Neigungsänderungen stimmten die Pendel gut überein. Sogar ganz kleine, unregelmässige Bewegungen der Erdscholle oder des Pfeilers bis

zu der geringen Grösse von 0,01 Bogensekunde wurden von beiden Instrumenten scharf und deutlich vermerkt.

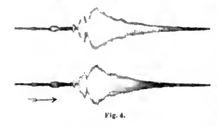
Der Temperaturkoëffizient, der durch Heizung des Kellers ermittelt wurde, ist sehr klein und beträgt etwa $1/_3$ Bogensekunde für 1 Grad Celsius. Für das in Strassburg von v. Rebeur aufgestellte Instrument ergab sich dagegen nach Ehlert's Angabe[1]) ein Temperaturkoëffizient von 8 Bogensekunden.

Wir besitzen also in dem Horizontalpendel für die Messung von langsamen Neigungsänderungen, und darauf ist es vor Allem zugeschnitten, einen zuverlässigen, von keinem anderen Instrumente in der Genauigkeit erreichten Messapparat.


Fig. 3.

Ganz anders aber verhielten sich die beiden Apparate bei akuten Störungen. Bei den beobachteten Erdbeben ergab sich das merkwürdige Resultat, dass gar keine Aehnlichkeit zwischen den von den beiden Pendeln aufgezeichneten Störungsfiguren vorhanden war, wie Fig. 3, welches ein Beben vom 13. April 1899 darstellt, zeigt. Die anderen beobachteten Beben zeigten mehr oder weniger ausgeprägt dasselbe. Der Gedanke, dass dies durch eine etwa vorhandene Verschiedenheit der Reibung an den Spitzen bewirkt sein könnte, veranlasste mich, an einem mikroseismisch ruhigen Tage die Pendel in Schwingungen zu versetzen und dieselben durch den Registrirapparat aufzeichnen zu lassen. Es ergab sich, dass in der That die Dämpfung sehr verschieden war.

Durch mehrfaches Wechseln der Spitzen gelang es mir jedoch, gleiche Reibungsverhältnisse und ein gleiches Abnahmegesetz für die Amplituden zu erzielen. Das erste, in Fig. 4 wiedergegebene Erdbeben (vom 13. Mai 1899) und ebenso die später beobachteten ergaben, dass die Annahme richtig gewesen war; es entstanden gleiche Störungsfiguren.


Fig. 4.

Wir müssen hieraus also folgern, dass man vergleichbare Resultate mit Horizontalpendeln nur erhalten kann, wenn die Pendel gleich sind, dieselbe Schwingungsdauer haben und ausserdem dasselbe Gesetz der Amplitudenabnahme für beide gilt.

Da dieses bislang bei den Beobachtungen am Horizontalpendel noch nicht beachtet ist, so sind alle Richtungsbestimmungen, soweit sie sich auf den Vergleich der Maximalamplituden zweier rechtwinklig zu einander aufgestellten Pendel begründen, nicht für einwandfrei zu halten.

Uebrigens ist es an sich nicht zulässig, von der Maximalamplitude auf die Grösse des Bebens zu schliessen, da grosse Amplituden häufig nur durch eine der Vergrösserung der Eigenschwingungen des Pendels günstige Superposition relativ kleiner Bodenbewegungen entstehen. Hierzu ist nur erforderlich, dass die Periode des Pendels und der Bodenbewegung nahezu kommensurabel sind (hierauf gründet sich

[1]) *Beiträge z. Geophysik* **4.** *S. 85. 1899.*

ja auch das Wippverfahren bei dem Vertikalpendel zur Bestimmung des Mitschwingens). Bei lang andauernden Beben ist eine völlige Uebereinstimmung der Störungsfiguren natürlich nicht zu erzielen, da hier die Verschiedenheit der Schwingungsdauer beider Pendel, die man ja nicht absolut gleich machen kann, sich bemerkbar machen wird. Je grösser die Koïnzidenzdauer ist, um so ähnlicher werden die Störungsfiguren werden.

Um zu verhindern, dass das Pendel bei einem Erdbeben sofort in Eigenschwingung kommt, hat man die stationäre Masse möglichst gross zu machen, das Gewicht des Pendels also zu erhöhen, wie es von Ehlert[1]) und Omori[2]) geschehen ist.

Natürlich ist hierbei wegen der Vergrösserung der Reibung eine Grenze gegeben. Während aber Ehlert die Entfernung des Schwingungspunktes von der Vertikalachse auf 62 *mm* verkleinerte, vergrösserte Omori dieselbe auf 1 *m*. Omori's Pendel, das nach dem Prinzip der Gray'schen Pendel konstruirt ist, hat mechanische Registrirung mit geringer Vergrösserung. Ob sich sein Pendel zur Beobachtung ferner Beben eignet, ist von ihm nicht mitgetheilt.

Um zu sehen, wie eine Vergrösserung des Gewichts und eine Verkleinerung der Pendellänge wirkt, wurde dem Pendel II eine Länge von 7,5 *cm* und ein Gewicht von 50 *g* gegeben. Pendel I wurde variirt und registrirte schliesslich längere Zeit mit einer Pendellänge von 6,3 *cm* und einem Gewicht von 167 *g*.

Es ergab sich, dass die Ausschläge bei I im Allgemeinen grösser waren, dass es aber auch eine erhöhte Tendenz zu plötzlichen Nullpunktsänderungen zeigte. Da dieses für das Studium von langsamen Neigungsänderungen sehr störend ist, sollen die beiden Pendel in Zukunft etwa 70 *g* Gewicht und 8 *cm* Pendellänge erhalten.

Was die Richtungsbestimmung bei Erdbeben anlangt, so wird dieselbe immer sehr unsicher bleiben. Eine einheitliche, fest definirte Richtung der Erdbebenwelle bei entfernten Beben ist wohl in fast keinem Falle vorhanden. Aus eigener Wahrnehmung kann ich hier Folgendes anführen.

Bei Gelegenheit der Polhöhenbeobachtung beobachtete ich am 8. Juli 1895 an den Niveaus des Zenithteleskopes den Eintritt eines Erdbebens, dessen Epizentrum, wie sich später herausstellte, in der Nähe von Laibach lag. Zufällig war mein Kollege Hr. Schnauder in der Nähe und jeder von uns beobachtete nun eins der rechtwinklig zu einander stehenden Niveaus des Instrumentes. Es ergab sich, dass bald das Nord-Süd gelagerte, bald das darauf senkrechte die grössere Bewegung zeigte, sodass die Bebenwellen völlig regellos zu verlaufen schienen und fortwährend ihre Richtung wechselten. Mit einiger Sicherheit auf die Ursprungsrichtung des Bebens zu schliessen, war nicht möglich[3]).

Will man die Richtung instrumentell bestimmen, so ist dazu ein Horizontalpendel mit zwei zu einander senkrecht stehenden Pendeln theoretisch nicht ausreichend. Ehlert hat daher nach dem Vorgange von Gray, Grablovitz und A. Schmidt seinen Apparat mit drei Pendeln ausgerüstet, deren Ebenen um 120° von einander abstehen. Die Schwierigkeiten, aus den drei Projektionen der Bewegung die verschiedenen Richtungen der Erdbebenstösse festzustellen, besonders wenn die Pendel schon in Eigenschwingungen gerathen sind, sind so gross, dass es wohl nur in wenigen Fällen gelingen wird, eine derartige Analyse mit Sicherheit ausführen zu können. Ehlert selbst hat hierüber leider keine detaillirten Mittheilungen gemacht.

[1]) *Beiträge z. Geophysik* **3.** *S. 482. 1898.*

[2]) *Journ. Science Coll., Imp. Univ. Tokyo* **9.** *S. 121. 1899.*

[3]) Vgl. auch Hoernes, Erdbebenkunde. Leipzig 1893. *S. 162.*

Man darf nie vergessen, in welcher Weise ein Erdbeben in grösserer Entfernung vom Epizentrum und hierum handelt es sich doch in den meisten Fällen, auftritt. Es beginnt zunächst mit Pendelschwingungen von kleiner Amplitude, deren Anfang gewöhnlich scharf begrenzt ist. Ihre Dauer ist nach Omori[1]) eine Funktion der Entfernung vom Erdbebenherde. In Potsdam währt sie zuweilen 30 Minuten und darüber. Kurz vor Eintritt der starken Bewegung befindet sich das Pendel oft in einer ganz eigenthümlichen Ruhe, die den Eindruck einer Zwangslage macht. Vielleicht tritt hier der Fall ein, den A. Schmidt[2]) erwähnt, dass sich nämlich Horizontalbeschleunigungen und Transversalschwingungen gegenseitig vernichten.

Nun beginnt die starke Bewegung. Bei fast allen Beben setzt aber diese nicht mit einem einfachen Stoss ein, der dem Pendel sofort eine grosse Amplitude giebt, was eine Richtungsbestimmung sehr leicht machen würde, sondern die Amplituden wachsen bald rascher, bald langsamer. Dann werden allmählich die Bewegungen schwächer und ersterben oft erst nach 4 bis 5 Stunden. Dieses ist der typische Verlauf eines Erdbebens.

Den besten Ueberblick über die Richtung der Störungen giebt der Pantograph des Vicentini'schen Mikroseismographen, der den grossen Vorzug hat, die unzerlegte Bewegung des Pendels zu verzeichnen und also das mühsame und oft nicht ausführbare Zusammensetzen derselben aus ihren Komponenten erspart. Eine kleine Verzerrung tritt durch die Fortbewegung des berussten Registrirstreifens ein, die aber leicht zu berücksichtigen ist. Bei dem Horizontalpendel ist naturgemäss eine solche Einrichtung ausgeschlossen.

Wie sich der Mikroseismograph betreffs seiner Empfindlichkeit zum Horizontalpendel verhält, ist praktisch noch nicht festgestellt, wird aber Gegenstand einer Untersuchung sein, die in Kürze begonnen wird.

Nachtrag. Nach Abschluss des vorstehenden Aufsatzes ergaben sich noch einige interessante Resultate, die im Folgenden kurz mitgetheilt werden sollen.

Der Brunnen der Observatorien in Potsdam besitzt in 25 *m* Tiefe einen geräumigen Seitenschacht, der eine fast konstante Temperatur aufweist. In diesem wurde das eine Horizontalpendel aufgestellt, während das andere im Mittelkeller des Geodätischen Institutes verblieb. Die Entfernung beider Pendel beträgt etwa 360 *m*. Die Pendel registrirten gleichzeitig, sodass ihre Bewegung miteinander verglichen werden konnte.

Bekanntlich werden die oberen Schichten der Erdoberfläche durch die Einwirkung des Windes in eine hin- und herschwingende Bewegung versetzt, die man mikroseismische Bodenunruhe nennt. Es zeigte sich nun, dass diese Bewegung in 25 *m* Tiefe etwa um die Hälfte kleiner war als im Keller. Wenn man berücksichtigt, dass die Bewegung des im Geodätischen Institut aufgestellten Pendels noch durch den Winddruck auf das Gebäude selbst vergrössert werden muss, so ist die Abnahme mit der Tiefe unerwartet gering.

Es beschränken sich also die durch den Wind verursachten Horizontalbewegungen des Erdbodens bei Sandboden nicht auf die oberste Erdschicht, sondern sie pflanzen sich verhältnissmässig weit in die Tiefe fort.

Man wird daher annehmen müssen, dass es weniger die einzelnen Windstösse sind, die diese Bewegungen verursachen, als vielmehr die Reibung grosser Luftmassen an der Erdoberfläche, die ausgedehnte Gebiete in Schwingungen versetzt.

[1]) *Journ. Science Coll., Imp. Univ. Tokyo* **9.** *S. 147. 1899.*

[2]) *Beiträge z. Geophysik* **3.** *S. 10. 1898.*

Gestützt wird diese Annahme noch dadurch, dass das Maximum der mikroseismischen Bodenunruhe nicht immer mit dem Maximum der lokalen Windstärke zusammenfällt, wie sich bei der Vergleichung der Horizontalpendelkurven mit den Anemometerangaben des hiesigen Meteorologischen Observatoriums ergiebt, sondern dass an stürmischen Tagen Zeiten mit geringerer Windstärke oft starke Bodenunruhe aufweisen.

Sehr stark abgeschwächt ist dagegen die tägliche Periode des Pendels im Brunnenschacht. Diese besteht darin, dass das Pendel wahrscheinlich durch den Einfluss der Sonnenstrahlung auf die Erdoberfläche eine tägliche Wanderung unternimmt, deren Amplitude von verschiedenen meteorologischen und lokalen Faktoren abhängig ist. Das im Meridian aufgestellte Pendel steht des Morgens gegen 6^h am weitesten westlich, etwa um Mittag am weitesten östlich. Die Amplitude dieser Bewegung ist im Brunnenschacht sehr stark verkleinert, wie die folgenden Zahlen zeigen (unausgeglichene Beobachtungsmittel aus 13 Tagen), die die Neigungsänderungen des Pendels zu den verschiedenen Tagesstunden angeben.

Zeit	Neigungsänderung des Pendels im Brunnenschacht	Neigungsänderung des Pendels im Keller	Zeit	Neigungsänderung des Pendels im Brunnenschacht	Neigungsänderung des Pendels im Keller
0^h	− 0,005″	− 0,050″	12^h	+ 0,002″	+ 0,022″
1	7	45	13	2	27
2	7	34	14	0	30
3	0	27	15	5	34
4	− 5	20	16	2	40
5	5	10	17	7	45
6	5	12	18	7	45
7	5	10	19	12	34
8	2	2	20	10	5
9	+ 2	+ 7	21	5	− 30
10	2	12	22	0	47
11	2	17	23	- 5	57

Ueber ein astrophotographisches Objektiv mit beträchtlich vermindertem sekundärem Spektrum.

Von
Dr. H. Harting.
(Mittheilung aus der optischen Werkstaette von C. Zeiss.)

Wie aus der von der optischen Werkstaette von C. Zeiss in Jena veröffentlichten Preisliste über astronomische Objektive und Instrumente, sowie aus einigen Veröffentlichungen in dieser Zeitschrift hervorgeht, ist es dem Jenaer Glaswerk von Schott & Gen. gelungen, zwei *Silikat*-Gläser herzustellen, die einen so aussergewöhnlich proportionalen Gang der partiellen Dispersionen, besonders zwischen C und F, zeigen, dass *das sekundäre Spektrum, soweit es für das Auge in Betracht kommt, gänzlich beseitigt, für die Zwecke der Astrophotographie bedeutend vermindert ist.* Zugleich sei hier ausdrücklich betont, dass die *Haltbarkeit der neuen Schott'schen Gläser erprobt ist.*

Die ausgezeichneten Resultate, welche die aus diesen Gläsern hergestellten Fernrohrobjektive ergeben (vgl. M. Wolf, Ueber ein Fernrohrobjektiv mit verbesserter Farbenkorrektion. *Diese Zeitschr.* **19.** *S. 1. 1899*) legten mir den Gedanken nahe, ein astrophotographisches Objektiv aus diesen Schott'schen neuen Gläsern zu berechnen, das in erster Linie für Präzisionsphotographie bestimmt ist. Da der Unterschied in

den Dispersionen nur klein ist (die ν-Differenz beträgt etwa 10), ist es nicht möglich, ein grosses Oeffnungsverhältniss mit einer verhältnissmässig kleinen Anzahl von Linsen zu erreichen. Indessen wird dieser Nachtheil völlig durch die erheblich gesteigerte Schärfe und Definition des Bildes aufgehoben, sodass selbst sehr starke Okulare bei visueller Beobachtung mit Erfolg Verwendung finden können. Ich habe mich daher auf das Oeffnungsverhältniss 1 : 8 bis 1 : 10, je nach der Brennweite, beschränkt und mit den Schott'schen Gläsern ein astrophotographisches Objektiv, nach dem Typus der Aplanate aus zwei ziemlich weit von einander stehenden, verkitteten Linsenpaaren zusammengesetzt, berechnet, welches in der unter Leitung des Hrn. Dr. M. Pauly stehenden astronomischen Abtheilung der optischen Werkstaette C. Zeiss in Jena in bekannter Vorzüglichkeit hergestellt wird (vgl. Preisliste über astronomische Objektive u. s. w. von C. Zeiss, *S. 11. G*). Die Brennweite des Objektives (Nr. 100 der Preisliste) beträgt etwa 1100 *mm*, die wirksame Oeffnung 111 *mm*.

Im Folgenden gebe ich einige Zusammenstellungen, die einen Schluss auf den Korrektionszustand des Objektives erlauben. Um den Gang der chromatischen und sphärischen Abweichung, sowie des Sinusverhältnisses zu bestimmen, sind ausser dem Achsenstrahl 6 Strahlen durch das System verfolgt worden, deren Einfallshöhen an der ersten Fläche sich wie $\sqrt{1/_6}:\sqrt{2/_6}:\sqrt{3/_6}:\sqrt{4/_6}:\sqrt{5/_6}:1$ verhalten, und zwar für die Linien C, D, E_{Hg}, F, H_γ, H_δ. Die Brechungsquotienten für die grüne Quecksilberlinie E_{Hg} und die vierte Wasserstofflinie H_δ wurden nach der ausserordentlich praktischen Hartmann'schen[1]) Formel aus den gemessenen Brechungsquotienten für C, D, F und H_γ abgeleitet. Um das Resultat dieser 42 Durchrechnungen bequem mit dem von Untersuchungen anderer Objektive vergleichen zu können, habe ich sämmtliche Werthe auf eine Brennweite von 100 *mm* für die D-Linie reduzirt. Die erste Tabelle enthält die *letzten Schnittweiten* der Strahlen in Millimeter.

Tabelle 1.

	C	D	E_{Hg}	F	H_γ	H_δ
h = 0,000	71,952	71,932	71,907	71,878	71,887	71,950
2,012	917	905	885	862	875	945
2,858	890	882	866	847	870	948
3,501	868	863	851	837	871	959
4,042	848	847	839	832	878	974
4.520	831	835	831	833	890	991
4,951	816	826	826	837	907	72,010

Der besseren Uebersicht wegen sind im Folgenden die Differenzen der Schnittweiten gegen Achse D 71,932 *mm* zusammengestellt.

Tabelle 2.

	C	D	E_{Hg}	F	H_γ	H_δ
h = 0,000	+ 0,020	0,000	− 0,025	− 0,054	− 0,045	+ 0,018
2,012	− 0,015	− 0,027	− 0,047	− 0,070	− 0,057	+ 0,013
2,858	− 0,042	− 0,050	− 0,066	− 0,085	− 0,062	+ 0,016
3,501	− 0,064	− 0,069	− 0,081	− 0,095	− 0,061	+ 0,027
4,042	− 0,084	− 0,085	− 0,093	− 0,100	− 0,054	+ 0,042
4,520	− 0,101	− 0,097	− 0,101	− 0,099	− 0,042	+ 0,059
4,951	− 0,116	− 0,106	− 0,106	− 0,095	− 0,025	+ 0,078

[1]) J. Hartmann, Ueber eine einfache Interpolationsformel für das prismatische Spektrum. *Publ. d. Astrophys. Observ. z. Potsdam Nr. 42 (Anhang z. 12. Bd.) 1898*; vgl. auch *diese Zeitschr.* **19.** *S. 57. 1899.*

Die Zonen der sphärischen Aberration, die ungefähr für die Linie H_γ auf ein Minimum herabgedrückt ist, sind sehr klein, desgleichen die chromatischen Abweichungen; man darf also wohl behaupten, dass der durch die Einführung der neuen Schott'schen Gläser gemachte Fortschritt sehr bedeutend ist.

Einen Ueberblick über den Gang des *Sinusverhältnisses* gewährt die dritte Tabelle, welche die Logarithmen der Quotienten von Einfallshöhe und Sinus des Neigungswinkels der austretenden Strahlen gegen die Achse, bezüglich bei den parachsialen Strahlen die Logarithmen der Brennweite enthält.

Tabelle 3.

	C	D	E_{Hg}	F	H_γ	H_δ
h = 0,000	2,00000	2,00000	1,99989	1,99976	1,99980	2,00005
2,012	1,99987	1,99983	1,99975	1,99961	1,99969	1,99997
2,858	1,99969	1,99965	1,99958	1,99951	1,99959	1,99991
3,501	1,99956	1.99951	1,99946	1,99939	1,99953	1,99987
4,042	1,99937	1,99937	1,99933	1,99930	1,99948	1,99985
4,520	1,99924	1,99924	1,99924	1,99924	1,99947	1,99987
4,951	1,99911	1,99914	1,99914	1,99918	1,99946	1,99988

Es ist also auch der Gang der Sinusbedingung vollkommen zufriedenstellend.

Die Lage der beiden *astigmatischen Bildflächen* ergiebt sich aus der vierten Tabelle. Für eine Reihe von Hauptstrahlen, welche den Mittelpunkt der zwischen den beiden Linsenpaaren stehenden Blende durchsetzen, wurde die Lage der Schnittpunkte mit je einem unendlich nahe liegenden Strahl im Sagittal- und im Tangentialschnitt auf dem Hauptstrahl selbst und zwar für die D-Linie bestimmt. Dementsprechend enthält die Zusammenstellung für einen Winkel α des ein schiefes Büschel repräsentirenden Hauptstrahles mit der optischen Achse (erste Kolumne) den senkrechten Abstand des sagittalen Bildpunktes a_s von der im Brennpunkt auf der Achse senkrecht stehenden Ebene (zweite Kolumne), den Abstand des zugehörigen tangentialen Bildpunktes a_t von derselben Ebene (dritte Kolumne) und die Höhe h des Schnittpunktes des Hauptstrahles mit der Ebene über der Achse (vierte Kolumne), sämmtliche Zahlen in Millimeter und bezogen auf eine Brennweite von 100 *mm* für die D-Linie.

Tabelle 4.

α	a_s	a_t	h
0°	0,00	0,00	0,00
1	− 0,01	0,00	1,75
2	− 0,02	+ 0,01	3,49
3	− 0,05	+ 0,02	5,24
4	− 0,10	+ 0,04	6,99
5	− 0,17	+ 0,09	8,75
6	− 0,25	+ 0,16	10,52
7	− 0,34	+ 0,25	12,29
8	− 0,44	+ 0,35	14,07
9	− 0,54	+ 0,47	15,86
10	− 0,65	+ 0,61	17,66
11	− 0,76	+ 0,77	19,47
12	− 0,88	+ 0,95	21,30
13	− 1,01	+ 1,15	23,15

Das positive Zeichen bedeutet, dass der Bildpunkt weiter als die senkrechte Ebene vom Objektiv entfernt ist. Man ersieht aus der Tabelle, dass die astigmatischen Bildflächen ungefähr symmetrisch zur Brennpunktsebene liegen. Ihre Lage

verschiebt sich nur sehr wenig, wenn man die Rechnung für eine andere Wellenlänge wiederholt; geht man vom mittleren Theil des Spektrums zu dem violetten über, so findet man, dass beide Bildflächen etwas von dem Objektiv fortrücken.

Soviel bis jetzt aus einer praktischen Prüfung durch Aufnahmen von Astrophotographien, die Hr. Prof. M. Wolf in Heidelberg freundlichst ausgeführt hat, hervorzugehen scheint, liefert dieser apochromatische Aplanat ausserordentlich schöne Bilder; es zeigt sich auch, dass er in Folge seiner grösseren Definitionskraft, die durch die theilweise Beseitigung des sekundären Spektrums verursacht ist, weitaus mehr Einzelheiten ausarbeitet, als die jetzt in Gebrauch befindlichen photographischen Objektive. Eine genauere Erörterung über die Ergebnisse seiner ausführlichen Untersuchung hat sich Hr. Prof. Wolf vorbehalten.

Jena, im Juli 1899.

Zur Berechnung von Fernrohr- und schwach vergrössernden Mikroskop-Objektiven.

Von
Dr. A. Leman in Charlottenburg.

In *dieser Zeitschr.* ***19.*** *S. 104. 1899* hat Hr. Dr. Harting einen sehr bequemen Weg gezeigt, auf welchem man mittels einfach zu berechnender Differentialformeln den Einfluss der endlichen Abstände der Scheitel der brechenden Flächen einer Linsenkombination von einander nachträglich zu berücksichtigen im Stande ist, nachdem durch bekannte algebraische Rechenmethoden die Werthe der Radien unter Vernachlässigung jener Abstände gefunden worden sind. Durch dieses Mittel wird das sonst gebräuchliche, immerhin etwas umständliche Variiren der Radien entbehrlich gemacht und damit die ganze Rechenarbeit erheblich abgekürzt.

Hr. Harting hat dabei nur das Fernrohrobjektiv ins Auge gefasst, bei welchem die einzelnen Scheitelabstände im Verhältniss zu den Radien und Schnittweiten stets sehr klein sind. Auf Grund dieses Umstandes lässt er bei der Ableitung der Differentialformeln von vornherein jene Abstände wieder ausser Acht und zeigt an einem numerischen Beispiel, dass selbst unter absichtlich ziemlich ungünstig gewählten Verhältnissen durch die Vernachlässigung noch kein merklicher Uebelstand herbeigeführt wird.

Ohne die sehr verdienstliche Arbeit irgendwie herabsetzen zu wollen, sehe ich mich doch zu der Bemerkung veranlasst, dass ich keinen triftigen Grund aufzufinden vermag, der jene Vernachlässigung zweckmässig und vortheilhaft erscheinen lassen könnte. Die Mitberücksichtigung der bezeichneten Werthe bietet keinerlei theoretische Schwierigkeit; der Bau der völlig strengen Endausdrücke wird aber gedrängter und abgerundeter, und ihre numerische Berechnung gestaltet sich demzufolge *merklich* einfacher als die der weniger strengen. Bei der Berechnung von Objektiven für schwach vergrössernde Mikroskope zur Ablesung von Theilungen bleibt ein gleichartiges Rechenverfahren noch mit Vortheil anwendbar; hier aber hat man es mit wesentlich stärkeren Krümmungen der brechenden Flächen zu thun, wobei die Vernachlässigung doch vielleicht bereits Einfluss gewinnen könnte. Endlich ist unter allen Umständen für den Rechner das Bewusstsein von Werth, völlig einwandfreie, zuverlässige Rechenvorschriften zu benutzen.

Ich gebe im Folgenden nur die strengen Endformeln an, ohne auf ihre Ableitung einzugehen, schliesse mich dabei, um alle Wiederholungen zu vermeiden, eng an die von Hrn. Harting gewählte Bezeichnungsweise an, lasse aber die Beschränkung

auf den speziellen Fall $s_1 = \infty$, $\sigma_1 = 0$ fallen. Ferner schreibe ich die Formeln in einer etwas anderen, für die numerische Rechnung bequemeren Gestalt, in welcher sie auch sogleich auf m brechende Flächen ausgedehnt werden, und setze deshalb zur Vergleichung die strengen und die Harting'schen, auf gleichartige Form gebrachten Ausdrücke nebeneinander. Zur Vereinfachung der Schreibweise führe ich noch ein:

$$\beta_r = \frac{n_r - n_{r-1}}{n_r\, n_{r-1}}. \qquad (n_0 = 1,\ n_m = 1),$$

Die Formeln lauten alsdann

nach Harting:

$$\left.\begin{aligned} d\sigma_k &= \sum_{r=1}^{r=k-1} \beta_r dQ_r \\ d\sigma_k' &= \sum_{r=1}^{r=k} \beta_r dQ_r \end{aligned}\right\} k \leq m$$

$$dF = \sum_{r=1}^{r=m} \alpha_r^2 N_r dQ_r$$

$$dS_1 = \sum_{r=1}^{r=m} \beta_r \left\{\left(\frac{2\,Q_r}{n_r} - u_r\right)\alpha_r^3 - v_r\right\} dQ_r,$$

worin

$$\begin{aligned} u_1 &= \sigma_1 & v_m &= 0 \\ u_2 &= u_1 + \beta_1 Q_1 & v_{m-1} &= \beta_m \alpha^3_m Q_m \\ u_3 &= u_2 + \beta_2 Q_2 & v_{m-2} &= v_{m-1} + \beta_{m-1} \alpha^3_{m-1} Q_{m-1} \\ &\vdots & &\vdots \\ u_m &= u_{m-1} + \beta_{m-1} Q_{m-1} & v_1 &= v_2 + \beta_2 \alpha^3_2 Q_2 \end{aligned}$$

$$dS_2 = \sum_{r=1}^{r=m} \beta_r \left\{\left(\frac{3\,Q_r}{n_r} - 2\,u_r\right) Q_r \alpha_r^4 - w_r\right\} dQ_r,$$

worin

$$\begin{aligned} w_m &= 0 \\ w_{m-1} &= \beta_m \alpha^4_m Q_m \\ w_{m-2} &= w_{m-1} + \beta_{m-1} \alpha^4_{m-1} Q_{m-1} \\ &\vdots \\ w_1 &= w_2 + \beta_2 \alpha^4_2 Q_2 \end{aligned}$$

streng:

$$\left.\begin{aligned} d\sigma_k &= \frac{1}{\alpha^2_k} \sum_{r=1}^{r=k-1} \alpha_r^2 \beta_r dQ_r \\ d\sigma_k' &= \frac{1}{\alpha_k^2} \sum_{r=1}^{r=k} \alpha_r^2 \beta_r dQ_r \end{aligned}\right\} k \leq m$$

$$dF = \sum_{r=1}^{r=m} \alpha_r^2 N_r\, dQ_r$$

$$dS_1 = \sum_{r=1}^{r=m} \alpha_r^2 \beta_r \left\{\left(\frac{Q_r}{n_r} + \frac{f_r}{\beta_r}\right) \alpha_r - v_r\right\} dQ_r,$$

worin

$$\begin{aligned} v_m &= 0 \\ v_{m-1} &= \beta_m \alpha_m Q_m \\ v_{m-2} &= v_{m-1} + \beta_{m-1} \alpha_{m-1} Q_{m-1} \\ &\vdots \\ v_1 &= v_2 + \beta_2 \alpha_2 Q_2 \end{aligned}$$

$$dS_2 = \sum_{r=1}^{r=m} \alpha_r^2 \beta_r \left\{\left(\frac{Q_r}{n_r} + 2\,\frac{f_r}{\beta_r}\right) Q_r \alpha_r^2 - w_r\right\} dQ_r,$$

worin

$$\begin{aligned} w_m &= 0 \\ w_{m-1} &= \beta_m (\alpha_m Q_m)^2 \\ w_{m-2} &= w_{m-1} + \beta_{m-1} (\alpha_{m-1} Q_{m-1})^2 \\ &\vdots \\ w_1 &= w_2 + \beta_2 (\alpha_2 Q_2)^2 \end{aligned}$$

In dem Spezialfalle $\sigma = 0$ ist $\sigma_m' = (1/\alpha_m)\,\varphi$, daher $d\varphi = \alpha_m\, d\sigma'_m$.

Wie aus dieser Zusammenstellung ersichtlich, unterscheiden sich die Harting'schen Ausdrücke von den strengen hauptsächlich durch eine etwas andere Gruppirung der verschiedenen Grössen α. Herbeigeführt wird dieselbe dadurch, dass dort in Folge der Vernachlässigung einzelnen dieser Grössen, die selbst in den Scheitelabständen der brechenden Flächen ihren Ursprung haben, der Werth 1 beigelegt wird, und zwar sogleich in zweiter Potenz. Da diese Grössen aber in den Endformeln (auch in den strengen) höchstens in vierter Potenz auftreten, so liegt die Vermuthung nahe, dass sie, wenigstens in günstigeren Fällen, ohne merklichen Schaden sammt und sonders gleich 1 gesetzt werden dürften, wodurch dann allerdings noch eine, freilich nicht mehr erhebliche, Vereinfachung der numerischen Rechnung erreicht werden würde.

Bemerkung zu dem vorstehenden Aufsatze.

Von
Dr. **H. Harting** in Jena.

Im Vorstehenden hat Hr. Dr. A. Leman einige Bemerkungen an meinen Aufsatz „Zur Berechnung astronomischer Fernrohrobjektive" (*diese Zeitschr. 19. S. 104. 1899*) geknüpft, denen ich einige ergänzende Worte hinzufügen möchte.

Der Unterschied zwischen den als *streng* bezeichneten und den von mir entwickelten Formeln ist, wie Hr. Dr. Leman selbst bemerkt, ein sehr geringer; zum allergrössten Theil unterscheiden sich die beiden Formelgruppen nur durch eine *Umstellung der Buchstaben.* Die Formeln für die Differentialquotienten der reziproken Schnittweite, die nach meiner Ableitung unter Vernachlässigung der α etwas einfacher werden, führen bei der praktischen Anwendung, wie ich schon vor Veröffentlichung meiner Untersuchung konstatirt habe, auf dasselbe Resultat, abgesehen davon, dass die Schnittweite bezüglich Brennweite eines Fernrohrobjektivs nicht auf Bruchtheile oder selbst einige Vielfache von Millimeter eingehalten zu werden braucht. Solange man es mit gewöhnlichen, zweitheiligen Fernrohrobjektiven zu thun hat, was ja fast ausschliesslich der Fall ist, wird man wohl am besten nach meiner Ansicht mit den von mir *a. a. O. S. 107 u. 108* angegebenen Formeln für die Differentialquotienten auskommen; doch ist dies eine Geschmackssache.

Wenn Hr. Dr. Leman aber der Ansicht ist, dass durch den von mir beschrittenen Weg das Variiren der Radien entbehrlich gemacht wird, so kann ich ihm darin nicht beistimmen. Wieviel man ungefähr an den Radien zu ändern hat, kann man aus dem folgenden Beispiel ersehen, das an meine früheren Entwicklungen anschliesst. Für die Brechungsquotienten der Objektivgläser hatte ich (*a. a. O. S. 109*) folgende Werthe angenommen:

Flint: $n_1 = 1{,}60000$, $n_1' = 1{,}59570$, $n_1'' = 1{,}61070$, $\nu_1 = 40$,
Crown: $n_2 = 1{,}50000$, $n_2' = 1{,}49752$, $n_2'' = 1{,}50585$, $\nu_2 = 60$, $\mu = 1{,}5$

und war schliesslich nach Auflösung der vier Gleichungen auf folgendes System gekommen:

$$r_1 = +\ 402{,}292 \quad r_2 = +\ 170{,}582 \quad r_3 = +\ 166{,}924 \quad r_4 = -\,18027{,}8$$
$$d_1 = +\ 5{,}0 \quad d_2 = +\ 0{,}1 \quad d_3 = +\ 10{,}0$$
$$\varphi = 1{,}0000 \cdot 10^{-3} \quad \Gamma = 0{,}00000 \cdot 10^{-3} \quad S_1 = -\,0{,}0008 \cdot 10^{-6} \quad S_2 = +\,0{,}011 \cdot 10^{-9}.$$

Ich nehme ferner an, dass das Fernrohrobjektiv ein Oeffnungsverhältniss von 1:12, mithin eine wirksame Oeffnung von 241,6667 *mm* besitzt; die sechsstellig geführte Durchrechnung ergab folgende Werthe:

	Achse C	Rand C	Achse F	Rand F
Letzte Schnittweiten in *mm*	+ 989,676	989,305	989,792	989,787
Sinusbedingung (logarithmisch)	3,000 265	3,000 094	3,000 330	3,000 342.

Die Ausgleichung der Aberrationsreste ist nach dieser Rechnung auf keinen Fall eine befriedigende, da eine beträchtliche chromatische Ueberkorrektion und sphärische Unterkorrektion vorhanden ist. Ich habe also einige Radienänderungen vornehmen müssen und bin schliesslich zu folgenden Zahlen gelangt:

	Achse C	$\sqrt{1/2}$ Rand C	Rand C	Achse F	$\sqrt{1/2}$ Rand F	Rand F
Letzte Schnittweiten in *mm*	+ 989,822	989,721	989,591	989,613	989,725	989,799
Sinusbedingung (logarithmisch)	3,000 259	3,000 230	3,000 169	3,000 179	3,000 251	3,000 296.

Das zugehörige System, das ungefähr den Anforderungen entspricht, die man an ein zweitheiliges Fernrohrobjektiv (nach Fraunhofer'schem Typus) stellen muss, ist

$$r_1 = + \ 408{,}055 \ mm \qquad d_1 = + \ 5{,}0 \ mm$$
$$r_2 = + \ 173{,}026 \ „ \qquad d_2 = + \ 0{,}1 \ „$$
$$r_3 = + \ 169{,}407 \ „ \qquad d_3 = + \ 10{,}0 \ „ \ .$$
$$r_4 = - \ 11535{,}19 \ „$$

Hieraus ergaben sich nach den Formeln (*a. a. O. S. 105 u. 106*) folgende Werthe für die reziproke Brennweite und die Aberrationsglieder aus der Durchrechnung des parachsialen D-Strahles

$$\varphi = 1{,}000\,00 \cdot 10^{-3}$$
$$\Gamma = +\,0{,}000\,231 \cdot 10^{-3}$$
$$S_1 = -\,0{,}055\,60 \cdot 10^{-6}$$
$$S_2 = -\,0{,}088\,0 \cdot 10^{-9}\,.$$

Die sich hier ergebenden Werthe der ersten Aberrationsglieder sind ungefähr von derselben Grössenordnung, wie die, welche ich durch Einführung der Dicken in ein unendlich dünnes, nach den Moser'schen Formeln errechnetes System erhielt. Soviel ich bis jetzt aus anderweitigen Rechnungen übersehen kann, wird man gut thun, in jedem Fall der Berechnung eines gewöhnlichen Fernrohrobjektives die algebraische Vorrechnung so anzulegen, dass man auf ähnliche Aberrationsreste kommt, wie die eben abgeleiteten.

Was die zur Ablesung von Theilungen bestimmten, schwach vergrössernden Mikroskopobjektive betrifft, so sind derartige, aus zwei verkitteten Linsen bestehende Systeme ausführlich von mir behandelt worden (vgl. *diese Zeitschr. 18. S. 331. 1898*). Bei diesen Objektiven ist natürlich der Einfluss der grösseren Linsendicken auf die Ausgleichung der Fehlerreste erheblicher, dafür sind aber auch die Anforderungen, die an sie gestellt werden, im Vergleich zu den Fernrohrobjektiven bedeutend geringere. Das von mir in der erwähnten Mittheilung untersuchte Mikroskopobjektiv ist mit den dort angegebenen Radien, wie sie sich aus den Differentialgleichungen für die Werthe der ΔQ ergaben, ohne dass eine weitere, trigonometrische Ausgleichung der Radien sich anschloss, in der optischen Werkstaette von C. Zeiss in Jena ausgeführt worden; für eine numerische Apertur von 0,08 oder ein Oeffnungsverhältniss von etwa 1 : 6 (entsprechend dem Zeiss'schen Mikroskopachromaten a_3) war das Bild sehr gut und hielt die Probe mit der Abbe'schen Testplatte vollkommen aus. Es ist dies also ein Beweis dafür, dass die von mir entwickelten Formeln zur Berechnung schwach vergrössernder Mikroskopobjektive für eine entsprechende numerische Apertur vollständig ausreichen. Ein weiterer Grund, bei solchen Systemen, wie auch bei kleinen Fernrohrobjektiven nicht allzu ängstlich auf die absolute Strenge der algebraischen Formeln zu sehen, ist öfters der, dass man gezwungen ist, die Radien, wie sie gerade in der optischen Werkstatt, in der die Linsen zur Ausführung gelangen sollen, vorhanden sind, zu verwenden.

Schliesslich möchte ich noch darauf hinweisen, dass sich die leichte Uebersichtlichkeit der Formeln für die partiellen Differentialquotienten wahrscheinlich nur dadurch hat ermöglichen lassen, dass nicht die Radien, sondern die Abbe'schen Invarianten als Definitionsgrössen des optischen Systems in die Rechnung eingeführt wurden.

Jena, im Juli 1899.

Ein neues Refraktometer und eine neue Methode zur Bestimmung der Hauptbrechungsindizes eines optisch zweiachsigen Krystalles mit Hülfe des Prismas.

Von
Prof. **C. Viola** in Rom.

Um mittels des Prismas die Hauptlichtbrechungsindizes eines optisch zweiachsigen Krystalles zu bestimmen, bedient man sich gewöhnlich der Lichtstrahlen, deren Wellenebenen mit der Kante des Prismas parallel sind.

Wenn die auf die drei optischen Symmetrie-Achsen a, b, c bezügliche Orientirung des Prismas bekannt ist, so muss man, um die drei Hauptbrechungsindizes zu bestimmen, für drei verschiedene Strahlen die Lichtgeschwindigkeit und die Neigung der Wellenebene berechnen.

Ist die Aufgabe so gestellt, so ist die Lösung derselben fünfdeutig; soll die Eindeutigkeit erzielt werden, so muss man Näherungswerthe für die drei Hauptbrechungsindizes ermitteln.

Dies ist aber nicht praktisch und zudem ausserordentlich umständlich, theils wegen der vielen Winkelmessungen, theils wegen der vielen zu lösenden Gleichungen und zu bestimmenden Unbekannten.

Das Prinzip der Minimalablenkung erleichtert ein wenig die Aufgabe für die optisch einachsigen Krystalle und auch für die optisch zweiachsigen, wenn der transversale Schnitt des Prismas in eine der optischen Symmetrie-Ebenen fällt, eine Methode, die schon von G. G. Stokes vorgeschlagen und von V. v. Lang[1]) zur Bestimmung der Lichtbrechungsindizes des Gypses angewendet worden ist. Auch für den Fall, dass eine optische Symmetrie-Achse in die eine oder andere Mittellinie des Prismas fällt, ist diese Methode anwendbar.

Die von V. v. Lang[2]) an Galmei und unterschwefelsaurem Natron erhaltenen Ergebnisse zeigen den besten Weg zur Anwendung dieser Methode. Was ferner die Orientirung des Prismas anbelangt, so bewies Fouqué[3]) an den Feldspathen, wie diese mit grosser Annäherung möglich ist, wenn man den mittleren Lichtbrechungsindex kennt.

Ist die Orientirung des Prismas beliebig, so muss man die Lichtgeschwindigkeit und die stets parallel zur Kante des Prismas gestellte Wellenebene kennen, um die Werthe der drei Hauptbrechungsindizes zu erhalten.

Wer die schönen theoretischen Arbeiten von Liebisch[4]) über diesen Gegenstand und auch die diesbezüglichen Bestimmungen von V. v. Lang kennt, ist im Stande, zu beurtheilen, wie verwickelt und zeitraubend die Aufgabe der Bestimmung der optischen Konstanten in einem optisch zweiachsigen Krystall mit Hülfe der gewöhnlichen Prismamethode ist. Ein praktischer Mineraloge kann sich nur ausnahmsweise dieser Methode bedienen und wird gern zur Methode der Totalreflexion seine Zuflucht nehmen.

Handelt es sich aber um grosse Lichtbrechungsindizes oder um wenig durchsichtige Mineralien, so ist die Methode der Totalreflexion natürlicherweise unbrauchbar.

[1]) *Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss., Wien* **76.** *S. 793. 1877.*
[2]) *Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss., Wien* **37.** *S. 380. 1859.*
[3]) *Bulletin de la Soc. franç. de Minéralogie* **17.** *S. 311. 1894.*
[4]) Th. Liebisch, Physikalische Krystallographie. *S. 376.*

Ich bin der Ansicht, dass die Prismamethode zur Bestimmung der Hauptlichtbrechungsverhältnisse eines beliebigen Krystalles unter den Mineralogen verbreitet werden könnte, wenn sie derart abgeändert würde, dass sie praktisch und einfach wird.

Der vorliegende Aufsatz hat eben den Zweck zu zeigen, wie das Prinzip der Minimalablenkung für allgemeine Zwecke vereinfacht werden kann.

Zum besseren Verständniss wollen wir die Methode der Minimalablenkung für isotrope Substanzen uns kurz ins Gedächtniss zurückrufen.

Wir stellen in der Zeichnungsebene einen transversalen Durchschnitt des Prismas dar, sodass die Geraden A_1, A_2 (Fig. 1) die Prismenflächen, O die Prismenkante und A den einschliessenden Prismenwinkel bedeuten. Ferner seien On_1 und On_2 die Normalen auf den Prismenflächen und die Geraden M_1 und M_2 die erste und die zweite Mittellinie des Prismas. Betrachten wir zunächst solche Strahlen, deren Wellenebenen parallel zur Prismenkante sind. Der Eintrittsstrahl S_1 bilde mit der Normalen n_1 den Einfallswinkel i_1. Der gebrochene Strahl S im Prisma bilde mit der Normalen n_1 den Winkel e_1 und mit der Normalen n_2 den Winkel e_2, und schliesslich bilde der austretende Strahl S_2 mit der Normalen n_2 den Winkel i_2. Folgende bekannte Beziehungen bestehen dann zwischen diesen Winkeln, der Ablenkung Δ zwischen S_1 und S_2 und dem Lichtbrechungsindex n:

$$\left.\begin{array}{ll} e_1 + e_2 = A & \quad 1a \\ \left.\begin{array}{l}\sin i_1 = n \sin e_1 \\ \sin i_2 = n \sin e_2\end{array}\right\} & \quad 2a \\ \sin \dfrac{i_1 + i_2}{2} = n \dfrac{\sin \dfrac{A}{2} \cdot \cos \dfrac{e_1 - e_2}{2}}{\cos \dfrac{i_1 - i_2}{2}} & \quad 3a \\ i_1 + i_2 = A + \Delta & \quad 4a \end{array}\right\} \; \mathrm{I}$$

Es ist einleuchtend, dass, um n zu bestimmen, es nöthig ist, die Winkel A, Δ und einen der zwei Winkel i_1 und i_2 zu messen.

Die Methode der Minimalablenkung beschränkt die Messung lediglich auf die zwei Winkel A und Δ. In der That wird die Minimalablenkung für $i_1 = i_2$ bezw. $e_1 = e_2$ erzielt, und daher hat man folgendes System von Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 2e = A \\ \sin i = n \sin e \\ 2i = A + \Delta_m \\ n = \dfrac{\sin \dfrac{A + \Delta_m}{2}}{\sin \dfrac{A}{2}} \end{array}\right\} \quad \mathrm{Ia}$$

Einer solchen Bedingung wird Genüge geleistet, wenn der gebrochene Strahl S im Prisma mit der zweiten Mittellinie M_2 des Prismas zusammenfällt.

Wir haben angenommen, wie gewöhnlich geschieht, dass die Wellenebenen parallel der Prismenkante seien. Das ist aber für das Prinzip der Minimalablenkung nicht erforderlich; wir können es vielmehr verallgemeinern, und zwar bleiben wir vorerst bei einem isotropen Körper. Dazu behalten wir die oben angewendeten Buchstaben bei, und sei die Fig. 1 zum besseren Verständniss zu Hülfe gezogen.

Der Einfallsstrahl S_1 bildet mit der Normalen n_1 einen Einfallswinkel i_1, und steht natürlich zur Kante des Prismas schief. In der Fig. 1 bedeutet also $\measuredangle s_1 n_1 = i_1$.

In derselben Ebene $s_1 n_1$ wird im Prisma auch der gebrochene Strahl S liegen, der mit der Normalen n_1 den Winkel e_1 einschliesst. Ferner ist e_2 der Winkel, den S mit der Normalen n_2 bildet. Der austretende Strahl S_2 liegt in der Ebene $s n_2$ und schliesst mit n_2 den Winkel i_2 ein. In stereographischer Projektion sind s_1, s, s_2 die

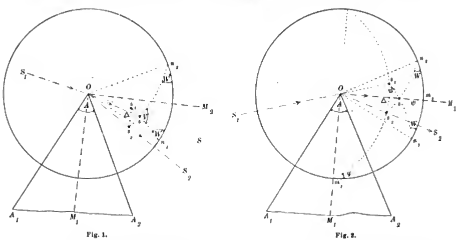


Fig. 1. Fig. 2.

Pole der entsprechenden Strahlen S_1, S und S_2. Die Ablenkung zwischen den Strahlen S_1 und S_2 wird durch den Winkel $\measuredangle s_1 s_2 = \Delta$ gegeben. Aus den in der Fig. 1 auftretenden sphärischen Dreiecken erhält man folgende Beziehungen, welche denen des Systems I ähnlich sind:

$$\left.\begin{array}{ll}
\cos A = \cos e_1 \cos e_2 + \sin e_1 \sin e_2 \cos \nu & \quad 1\,b \\
\left.\begin{array}{l}\sin i_1 = n \sin e_1 \\ \sin i_2 = n \sin e_2\end{array}\right\} & \quad 2\,b \\
\sin \frac{i_1 + i_2}{2} = n \frac{\sin \left(\frac{e_1 + e_2}{2}\right) \cos \frac{e_1 - e_2}{2}}{\cos \frac{i_1 - i_2}{2}} & \quad 3\,b \\
\cos \Delta = \cos (i_1 - e_1) \cos (i_2 - e_2) + \sin (i_1 - e_1) \sin (i_2 - e_2) \cos \nu & \quad 4\,b
\end{array}\right\} \text{II}$$

Sie gehen in der That in dieselben über, wenn man in II $\nu = 180^0$ setzt.

Um die Minimalablenkung Δ_m zu erhalten, brauchen wir nur folgende Beziehungen

$$\sin \Delta = \frac{\sin \widehat{s_1 s} \cdot \sin \nu}{\sin \widehat{s_1 s_2 s}}$$

$$\sin \Delta = \frac{\sin \widehat{s_2 s} \cdot \sin \nu}{\sin \widehat{s_2 s_1 s}}$$

hinzuschreiben und eine einfache Ueberlegung daran zu knüpfen.

Soll nämlich Δ ein Minimum werden, so muss der Winkel $\widehat{s_1 s_2 s}$ der grösstmögliche sein und ebenso der Winkel $\widehat{s_2 s_1 s}$. Also damit Δ ein Minimum ist, muss

$$\widehat{s_1 s_2 s} = \widehat{s_2 s_1 s},$$

sein, oder, wie aus der Fig. 2 hervorgeht,

$$i_1 = i_2 \text{ bezw. } e_1 = e_2 .$$

Ist also die Minimalablenkung Δ_m erreicht, so bekommen wir folgendes System von Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{rll} \cos A = & \cos^2 e + \sin^2 e . \cos \nu & \ldots\ldots\ldots 1\text{b} \\ \sin i = & n \sin e & \ldots\ldots\ldots 2\text{b} \\ \cos \Delta_m = & \cos^2 (i - e) & \ldots\ldots\ldots 3\text{b} \end{array}\right\} \text{II a}$$

Natürlich gehen sie wieder in das System Ia über, wenn $\nu = 180^0$ gesetzt wird.

Zur Bestimmung von i und e und folglich auch n müssen wir vorher den Prismenwinkel A, dann aber die Minimalablenkung Δ_m und schliesslich die Neigung oder den Azimutalwinkel φ kennen. Man löst zu diesem Zwecke das sphärische Dreieck $\widehat{m_1 n_1 s_1}$ auf und berechnet die Winkel w und d; dann geht aus dem rechtwinkligen Dreieck $\widehat{s\, m_2 n_1}$ die Grösse $\widehat{s n_1} = e$ hervor, da $\widehat{n_1 m_2} = A/2$ bekannt ist.

Wir sind also im Stande, das Lichtbrechungsverhältniss n einer isotropen Substanz mit Hülfe der Minimalablenkung zu bestimmen, indem wir nicht nur solche Strahlen benutzen, deren Wellenebenen zur Kante des Prismas parallel sind, sondern auch solche Strahlen, deren Wellen in Bezug auf die Prismenkante geneigt sind, aber zur ersten Mittellinie des Prismas parallel laufen.

Wegen der Totalreflexion giebt es auch hier eine Grenze, denn der Einfallswinkel i_1 kann höchstens 90°, also höchstens

$$\sin e_1 = \frac{1}{n}$$

betragen.

Nehmen wir z. B. an, dass

$$n = 1{,}7$$

sei, so bekommen wir folgende Zusammenstellung:

für $A =$	10°	20°	30°	40°
$\psi =$	35° 44′	34° 48′	33° 9′	30° 37′
$\Delta =$	13° 46′	27° 37′	41° 40′	56° 5′
$\varphi =$	89° 23′	87° 30′	84° 08′	78° 48′

Wir werden also das Prisma links und rechts um 89° 23′ drehen und höchstens 35° 44′ geneigte Strahlen im Prisma benutzen, um die Minimalablenkung noch beobachten zu können.

Betrachten wir jetzt die anisotropen Körper, und zwar die optisch zweiachsigen, worum es sich hier hauptsächlich handelt.

Für zweiachsige Krystalle können wir die Beziehungen II im Allgemeinen nicht aufstellen, und daher müssen wir behaupten, dass die Minimalablenkung im Allgemeinen nicht bei derselben Bedingung $i_1 = i_2$ wie bei den isotropen Körpern erfolgen wird; es wird vielmehr die Bedingung

$$i_1 \gtrless i_2$$

gelten müssen.

Nur Ausnahmestellungen des Prismas im Krystall werden vorkommen, für welche die Minimalablenkung bei

$$i_1 = i_2$$

auftreten wird, und für unsere Zwecke haben wir eben die Aufgabe, solche Stellungen oder vielmehr solche besondere Strahlen zu untersuchen.

Soll also die Minimalablenkung unter der Bedingung $i_1 = i_2$ erfolgen, so muss die Wellenebene im Prisma parallel zu der ersten Mittellinie M_1 laufen und gleichzeitig der betreffende Lichtstrahl senkrecht zu M_1 sein.

Vorerst werden diese Bedingungen genügen für jene Strahlen, welche zu ihrer Wellenebene senkrecht stehen, also für Strahlen, welche in den optischen Symmetrie-Ebenen liegen und deren Brechungsverhältnisse α, β, γ sind.

Ziehen wir alle Wellenebenen, welche parallel zu der ersten Mittellinie M_1 des Prismas sind, also einen Zylinder einhüllen und die Strahlenfläche des Krystalles längs einer Kurve berühren. Diese Kurve schneidet die in den optischen Symmetrie-Ebenen liegenden drei Kreislinien der Strahlenfläche. Die betreffenden Schnittpunkte entsprechen drei Strahlen, deren Brechungsindizes α, β und γ sind und die auf den bezüglichen Wellenebenen senkrecht stehen, folglich sich ebenso verhalten wie gewöhnliche ordentliche Strahlen. Nehmen wir an, dass das Prisma um die Azimutalwinkel φ_α, φ_β, φ_γ geneigt werden muss, um nach einander die drei Strahlen α, β, γ zu treffen, so wird die Minimalablenkung für die Azimutalwinkel φ_α, φ_β, φ_γ erfolgen, wenn

$$i_1 = i_2$$

wird.

Wir haben also auch ein Mittel an der Hand, um die genannten Strahlen sofort zu erkennen.

Ist die Minimalablenkung erreicht, ist der Prismenwinkel A bekannt, werden die Azimutalwinkel φ_α, φ_β, φ_γ und die Minimalablenkungen, welche wir so nennen wollen, Δ_α, Δ_β, Δ_γ gemessen, so ist auch die Möglichkeit vorhanden, die Hauptlichtbrechungsindizes α, β, γ eines beliebigen, optisch zweiachsigen Krystalls, ohne die Orientirung zu kennen, durch sehr einfache trigonometrische Rechnung zu bestimmen.

Allerdings geschieht die Minimalablenkung unter der Bedingung

$$i_1 = i_2$$

nicht bloss für die Strahlen α, β, γ, sondern auch für andere noch zu untersuchende Strahlen.

Um aber durch Neigung des Prismas die Strahlen α, β, γ finden zu können, werden wir im Allgemeinen alle Strahlen im Prisma zu beobachten haben, welche zwischen 0° und 180° gelegen sind. Wir haben aber gesehen, dass, wenn z. B. der Brechungsindex $n = 1{,}7$ und der Prismenwinkel $A = 10°$ ist, man ein Gebiet im Prisma von höchstens 35° links und 35° rechts, also im Ganzen 70° beobachten kann. Das Gebiet von 180° wäre daher nur mittels dreier um etwa 60° orientirter Krystallprismen zu untersuchen möglich. Um die damit verbundene Umständlichkeit zu vermeiden, würde die Minimalablenkung anstatt in der Luft in einer stark lichtbrechenden Substanz zu beobachten sein. Nehmen wir z. B. an, der Lichtbrechungsindex dieser Hülfssubstanz sei 1,8 und derjenige des zu untersuchenden Krystalles 2,0, so bekommen wir aus der Beziehung

$$\sin e = \frac{1{,}8}{2}$$

$$e = 64° 9',$$

und, da $A/2 = 5°$ angenommen wurde, wäre $\psi = 64° 3'$.

Mit einem solchen Hülfsmittel wären wir also im Stande, ein Gebiet von etwa 128° im Prisma zu erforschen, was in den meisten Fällen genügend sein dürfte. Jedenfalls aber würde durch zwei aufeinander ungefähr senkrecht orientirte Prismen der Zweck vollständig zu erreichen sein.

Bevor wir weitere Betrachtungen anstellen, wollen wir sehen, wie ein auf dieser Minimalablenkungsmethode beruhendes Refraktometer beschaffen sein muss, bezw. welchen Bedingungen es Genüge leisten soll.

Das Prisma P (Fig. 3) wird am besten zwischen zwei Viertelglaskugeln K_1' K_2' von starkem Lichtbrechungsvermögen mit gemeinschaftlichem Zentrum c und mit der Kante horizontal eingefasst. Die zwei Viertelkugeln sind um eine durch c gehende horizontale Achse etwas drehbar, damit sie dem gemessenen Prismenwinkel A angepasst werden können. Ferner ist das System der zwei Viertelkugeln sammt Prisma um die vertikale Achse $D_2 D_2$ drehbar; der entsprechende Azimutalwinkel φ wird auf dem Horizontalkreis abgelesen. Der Apparat trägt zwei um eine durch das Zentrum c gehende horizontale Achse $D_1 D_1$ drehbare Rohre. Die halbe Minimalablenkung $\Delta_m/2$ wird links und rechts angegeben. Das eine Rohr trägt das Signal, das andere dient als Beobachtungsrohr, und beide sind für das Unendliche in der Glaskugel eingerichtet.

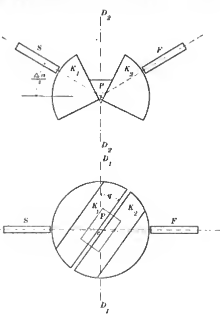


Fig. 3.

Für ein genaues Arbeiten mit dem Refraktometer muss die erste Mittellinie des Prismas mit der Drehachse $D_2 D_2$ zusammenfallen, die Drehachse $D_1 D_1$ muss darauf senkrecht stehen, die optischen Achsen des Fernrohres und des Signalrohres müssen durch das gemeinschaftliche Zentrum c der Viertelglaskugeln gehen.

Hat man einmal den Prismenwinkel A gemessen und die Azimutalwinkel φ und die Minimalablenkung Δ_m abgelesen, so wird der Gang der Rechnung folgender sein. Man löst das sphärische Dreieck $\widehat{m_1 n_1 s_1}$ (Fig. 2) auf, indem man am besten die Neper'schen Analogien benutzt:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{cotg}\frac{d-w}{2} &= \frac{\cos\frac{\Delta+A}{4}}{\sin\frac{\Delta-A}{4}}\operatorname{cotg}\frac{\varphi}{2} \\ \operatorname{cotg}\frac{d+w}{2} &= \frac{\sin\frac{\Delta+A}{4}}{\cos\frac{\Delta-A}{4}}\operatorname{cotg}\frac{\varphi}{2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Dadurch werden die Winkel d und w bestimmt.

Ferner haben wir aus demselben Dreieck

$$\sin i = \frac{\cos\frac{A}{2}}{\sin d}\cdot\sin\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

und aus dem rechtwinkligen Dreieck $\widehat{m_2 n_1 s}$ berechnet man

$$\sin e = \cos w \cdot \operatorname{cotg} \frac{A}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Bezeichnen wir mit $i_\alpha, i_\beta, i_\gamma$ die Einfallswinkel und mit $e_\alpha, e_\beta, e_\gamma$ die entsprechenden gebrochenen Winkel, welche durch die analogen Gleichungen 1), 2), 3) berechnet werden, indem die Minimalablenkungen $\Delta_\alpha, \Delta_\beta, \Delta_\gamma$ und die Azimutalwinkel $\varphi_\alpha, \varphi_\beta, \varphi_\gamma$ für die drei Strahlen α, β, γ bestimmt werden, so ergeben sich

$$\alpha = \frac{\sin i_\alpha}{\sin e_\alpha}, \quad \beta = \frac{\sin i_\beta}{\sin e_\beta}, \quad \gamma = \frac{\sin i_\gamma}{\sin e_\gamma}.$$

Als Kennzeichen für das Herausfinden der Strahlen α, β und γ haben wir die Bedingung

$$i_1 = i_2$$

der Minimalablenkung hingestellt. Aber eine Kontrole ist nicht zu vergessen, dass nämlich die betreffende Minimalablenkung eben dann stattfindet, wenn Signalrohr und Beobachtungsrohr bezw. Einfallsstrahl und Austrittsstrahl in der durch die erste Mittellinie des Prismas gehenden Ebene gelegen sind.

Wir haben hier noch eine Lücke auszufüllen, nämlich solche Strahlen noch zu betrachten, für welche die Minimalablenkung unter der Bedingung $i_1 = i_2$ stattfindet, wenn sie nicht die α-, β-, γ-Strahlen sind. Natürlich wollen wir nicht spezielle Orientirungen des Prismas berücksichtigen. Da solche Strahlen jedenfalls senkrecht und ihre Wellenebene parallel zu der ersten Mittellinie des Prismas sein müssen, so können wir die Strahlenfläche zuerst durch eine Ebene schneiden, welche zu der ersten Mittellinie des Prismas senkrecht steht; wir bestimmen dadurch eine Linie auf der Strahlenfläche. Eine zweite Linie auf derselben wird dadurch bestimmt, dass wir den Umhüllungszylinder betrachten, welcher zu der ersten Mittellinie, wie wir schon oben gesehen haben, parallel ist. Wo die zwei auf der Strahlenfläche dadurch bestimmten Linien sich schneiden, werden sich Pole ergeben, durch die Strahlen gehen, welche der oben angegebenen Bedingung genügen. Wir haben also im Ganzen höchstens vier Strahlen, deren drei α, β, γ sind. Um also α, β, γ eindeutig zu berechnen, müssen wir zwei Prismen gebrauchen. Wenn wir aber den Polarisationsebenen Rechnung tragen, so genügt eigentlich schon ein Prisma.

Referate.

Der Tachymetertheodolit mit Tangens-Ablesung.

Von Bell-Elliott. *Engineering* **66.** *S. 743. 1898.*

Liest man am Höhenkreis eines Theodolits von einem bestimmten Aufstellungspunkt A des Instruments aus nach zwei im Abstand a von einander sich befindenden Marken einer im Punkt B vertikal aufgestellten Latte die Höhenwinkel α (untere Marke) und β (obere Marke) ab, so ist die

$$\text{horizontale Entfernung } AB = \frac{a}{\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha}.$$

Dies ist das Prinzip einer grossen Zahl von Distanzmesserkonstruktionen („Höhenkreis als Distanzmesser“, Stampfer's Schraubendistanzmesser u. s. f.) und so auch des hier anzuzeigenden Instruments. Es *unterscheidet sich übrigens so gut wie nicht* von der Ott'schen Ausführung des Eckhold(-Bakewell)'schen *Omnimeters*, das ich in *dieser Zeitschr.* **15.** *S. 233. 1895* eingehend beschrieben habe. Man liest mit Hülfe eines mit der Kippachse fest ver-

bundenen gebrochenen Mikroskops, dessen Okular sich in der Nähe des Fernrohrokulars befindet, statt der Höhenwinkel α und β die Tangenten dieser Neigungswinkel auf der horizontalliegenden Skale ab, wobei die Ablesung mit Hülfe einer Messschraube verfeinert wird. Eine neue Erfindung liegt also in dem Bell'schen Instrument (ausgeführt von Gebr. Elliott in London) nicht vor. Die beiden Lattenmarken sollen 10 Fuss von einander entfernt sein; die Mikrometerschraube des Instruments liefert den Werth der Tangente auf 5 Dezimalen. Bei $a = 10$ liefert die Reziprokentafel die Entfernung, sobald ($\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha$) gebildet ist. Versuchsmessungen mit dem Instrument werden nicht angegeben.

Der Uebelstand aller dieser Instrumente ist der, dass man *zwei* zeitlich getrennte Einstellungen auf Lattenpunkte machen muss, während der Distanzmesser mit festen Fäden im Okular die beiden Lattenablesungen in demselben Gesichtsfeld vereinigt und annähernd gleichzeitig zu machen gestattet, wodurch an Zeit und u. U. an Genauigkeit gewonnen wird. Ich wiederhole übrigens bei dieser Gelegenheit meinen Vorschlag *a. a. O. S. 238*, ein solches Tangenteninstrument *ohne* Mikrometerschraubenablesung, vielmehr mit Ablesung nur nach Schätzung zwischen die genügend eng beisammen zu ziehenden Striche der mikroskopischen Theilung auszuführen; wenn Entfernungsmessung allein in Betracht kommt, wäre das Verfahren fast stets ausreichend (für die meisten Zwecke auch für die Höhen) und es würde viel Zeit bei der Arbeit erspart. Einen Versuch mit einem so abgeänderten Instrument würde ich für sehr erwünscht halten. *Hammer.*

Harmonische Analyse mittels des Polarplanimeters.

Von S. Finsterwalder. *Zeitschr. f. Math. u. Physik* **43.** *S. 85. 1898.*

Der Verf. macht darauf aufmerksam, dass Solche, die nur gelegentlich einmal eine graphisch gegebene Funktion harmonisch analysiren, d. h. durch eine Fourier'sche Reihe darstellen wollen und keinen der jetzt vorhandenen harmonischen Analysatoren verwenden können, das zu ihrer Aufgabe Nöthige auch in dem einfachen Polarplanimeter (oder einem andern Instrument zur mechanischen Flächenbestimmung) besitzen; allerdings sind zuvor so viele Kurven zu zeichnen, als Koëffizienten zu bestimmen sind, aber diese Zeichnungen sind sehr einfach herzustellen. Ist $y = f(x)$ die für das Intervall $x = 0$ bis $x = a$ zu analysirende Kurve, so hat man, um in der gesuchten Reihe

$$y = A_0 + A_1 \cos \frac{2\pi x}{a} + A_2 \cos 2\,\frac{2\pi x}{a} + A_3 \cos 3\,\frac{2\pi x}{a} + \ldots .$$
$$+ B_1 \sin \frac{2\pi x}{a} + B_2 \sin 2\,\frac{2\pi x}{a} + B_3 \sin 3\,\frac{2\pi x}{a} + \ldots .$$

A_0 zu bestimmen, nur die Mittelordinate zu ermitteln, ferner aber, um A_n und B_n zu bestimmen, die Ebene der gegebenen Kurve auf einen Kreiszylinder vom Umfang a/n normal aufzuwickeln und die so entstehende Raumkurve auf zwei zu einander senkrechte Ebenen durch die Achse des Zylinders (die eine durch die Mantellinie, die die Anfangs- und die damit übereinstimmende Endordinate enthält, die andere senkrecht dazu) zu projiziren und die Flächeninhalte der so entstehenden geschlossenen Flächenstücke zu bestimmen und mit a/n zu dividiren. Die Ausführung der Zeichnung dieser Projektionskurven wäre nach dem Vorstehenden einfach; sie lässt sich aber dadurch weiter vereinfachen, dass man die Kurve $y = f(x)$, statt sie unmittelbar auf den Zylinder von a/n Umfang aufzuwickeln, vorher in der Richtung der x-Achse auf das n-fache dehnt und dann so, mit den gedehnten Abszissen und unveränderten Ordinaten auf den Zylinder vom Umfang a (der zunächst nur für A_1 und B_1 zu verwenden wäre) aufwickelt; man hat dann für die wirkliche Zeichnung aller n Projektionskurven nur *einen* Zylinder nöthig und so viel einfachere Arbeit. Die Flächen sind dann nur mit dem n 2-fachen Zylinderumfang statt mit dem halben Zylinderumfang zu dividiren.

Auch Amplitude $= \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ und Phasenverschiebung $\alpha = \operatorname{arctg} B_n/A_n$ lassen sich durch diese Methode direkt bestimmen. Ein einfaches Beispiel zeigt die Methode als recht genau.

Der Verf. weist zum Schluss auf Arbeiten von Perry und Hunt hin, die wesentlich dieselbe Methode schon benutzten. *Hammer.*

Versuche mit Aneroïdbarometern in Kew und ihre Diskussion.

Von C. Chree. *Phil. Trans. Royal Soc.* **191.** *S. 441. 1898.*

Aus England liegen bereits mehrere wichtige Beiträge zur Untersuchung der elastischen Nachwirkung bei Aneroïden vor; es seien neben E. Whymper's ausgezeichnetem Werk über die Höhenmessung mit dem Aneroïd (1891) nur die zwei Arbeiten von Balfour Stewart „Ueber die Fehler der Aneroïde bei verschiedenen Luftdrücken" (*B. A. Report 1867, Transact. of the Sections, S. 26*) und „Ueber gewisse Untersuchungen an Aneroïdbarometern auf dem Kew-Observatorium" (*Proc. Royal Soc.* **16.** *S. 472. 1869; Phil. Mag.* **37.** *S. 65. 1869*) genannt.

Die vorliegende Abhandlung ist ganz der Untersuchung der elastischen Nachwirkung bei Aneroïden gewidmet. Die dem Kew-Observatorium zur Untersuchung übergebenen Aneroïde wurden seither in der Art geprüft, dass der Luftpumpenrezipient, der sie aufnimmt, mit der Geschwindigkeit von 1 Zoll Quecksilbersäule in 3 bis 4 Min. ausgepumpt wird und die Aneroïdstände von Zoll zu Zoll oder von Halbzoll zu Halbzoll mit den Ablesungen am Quecksilberbarometer der Luftpumpe verglichen werden. Bei dem allmählichen Wiederzutritt der Luft mit derselben Geschwindigkeit werden wieder Vergleichungen gemacht; die zuerst genannten Ablesungen mögen im Folgenden die fallenden, die zweiten die steigenden Ablesungen genannt werden. Beide werden in der Berechnung der Korrektionen getrennt behandelt und auch in der dem Eigenthümer des Aneroïds eingehändigten Korrektionsliste getrennt. Diese Liste soll übrigens kein Zeugniss für das Instrument vorstellen. Aber gerade ein Zeugniss für die grössere oder geringere Güte der Aneroïde wurde und wird mehr und mehr gewünscht, und in dieser Beziehung spielt die elastische Nachwirkung eine Hauptrolle.

Bei der Untersuchung der älteren Aufzeichnungen über 300 Aneroïde zeigte sich, dass weitere Versuche erwünscht seien. Der Verf. hat diese mit Hülfe eines etwas abgeänderten Apparats angestellt (von Hicks in London geliefert), der zwischen der Luftpumpe und dem die Aneroïde aufnehmenden Hauptrezipienten einen Hülfsrezipienten hat und es dadurch bequem ermöglicht, die Luftverdünnung mit jeder gewünschten Geschwindigkeit herbeizuführen und insbesondere die plötzlichen Druckänderungen zu vermeiden, die bei der gewöhnlichen Anordnung vorkommen. Zu den neuen Versuchen sind einige Aneroïde von Hicks verwendet worden (Naudet'sche Konstruktion, zuerst vier, später mehr); die Luftverdünnung geschah bei der ersten Hauptreihe von Versuchen mit der Geschwindigkeit von 1 Zoll Quecksilbersäule in 5 Min., wobei der Ausgangs- und Enddruck der natürliche Luftdruck von etwa 30 Zoll und der tiefste erreichte Druck bei den verschiedenen Versuchen 26, 24, 21, 18 und 15 Zoll war. Auf dem tiefsten Druck wurde 10 Minuten lang beharrt, dann mit derselben Geschwindigkeit wie bei der Druckverminderung die Zunahme des Drucks vorgenommen.

Sowohl die früheren Aufzeichnungen (Geschwindigkeit der Druckänderung s. oben) wie die neuen Versuche zeigen nun Differenzen: fallende minus steigende Ablesungen (bei je denselben Drucken), die, als Ordinaten aufgetragen zu Abszissen, die dem Theil der *ganzen* Druckdifferenz vom geringsten Druck aus gerechnet proportional sind, sehr regelmässige Kurven liefern. Der Verf. stellt diese Linien als parabolische Kurven 2. und 3. Ordnung dar, wobei z. B. bei der Form

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

die a im Mittel folgende Werthe haben (Längeneinheit ist wie schon angedeutet der englische Zoll):

Mittel der alten Beobachtungen	$a_0 = +0{,}345$	$a_1 = +3{,}699$	$a_2 = -1{,}186$	$a_3 = +0{,}969$
„ „ neuen Versuche	$a_0 = +0{,}358$	$a_1 = +3{,}922$	$a_2 = -4{,}362$	$a_3 = +0{,}792.$

Der verschiedene Gesammtbereich der Drücke (30 zu 24, 30 zu 18 Zoll u. s. f.) ändert übrigens die Koëffizienten a ziemlich stark, besonders a_2 und a_3. Die mittlere Abweichung des Unterschiedes zwischen beobachteter und nach 1) berechneter Ordinate ist

für den Durchschnitt der alten Beobachtungen $\pm 0{,}010$ Zoll
„ „ „ „ neuen Versuche $\pm 0{,}029$ „ .

Der grösste Unterschied: fallende minus steigende Ablesung tritt im Mittel bei der Abszisse (wie oben angegeben gerechnet) 0,55 cm. — Der Verf. giebt sodann Formeln zur Vergleichung des Verhaltens der Aneroïde bei Versuchen, die sich über verschieden grosse Druckbereiche erstrecken.

Die Abnahme der Aneroïdablesung, nachdem der kleinste Druck erreicht war und konstant erhalten wurde, stellt der Verf. durch die Form dar (Gl. 7 *a. a. O.*): Abnahme der Ablesung unter konstant erhaltenem geringstem Druck $= C \cdot t^q$, wo t die Zeit seit Erreichung des kleinsten Drucks bezeichnet; C und q sind für eine bestimmte Geschwindigkeit der Druckabnahme bei den Versuchen Konstanten, von denen C von Aneroïd zu Aneroïd wechselt, während q bei den vier untersuchten Aneroïden sehr nahezu gleich ausfiel.

Nach Beendigung eines Versuchs (Verminderung des Drucks vom gewöhnlichen Atmosphärendruck bis auf ein gewisses Minimum, sodann Wiederzunahme bis zum Ausgangsstand) liest man am Aneroïd eben in Folge der elastischen Nachwirkung weniger ab als beim Beginn des Versuchs. Bezeichnet D_t die Differenz zwischen der ursprünglichen Lesung und der nach Beendigung des Versuches, und zwar t Minuten nach Rückkehr zum ursprünglichen Druck vorhandenen, sodass D_0 die Differenz zwischen abnehmender und zunehmender Ablesung bei 30 Zoll Druck ist (D_0 ist nach den Versuchen des Verfassers zunächst dem grössten angewandten Druckunterschied proportional), so erhielt der Verfasser aus Ablesungen 5, 10, 15, 20, 60, 120 und 1440 Min. nach der Rückkehr zum gewöhnlichen atmosphärischen Druck für das Verhältniss D_t/D_0 einen Ausdruck von der Form

$$D_t/D_0 = (1 + \alpha t)^{-q} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 9)$$

wobei q (absolut) identisch ist mit dem q von Gl. 7). Die Uebereinstimmung der Erholungsformel der Aneroïde, wie man 9) nennen könnte, mit den Beobachtungen ist sehr bemerkenswerth (*a. a. O. S. 463*).

Die Versuchsaneroïde waren beim gewöhnlichen Luftdruck gegen Standänderung durch Temperaturänderung gut kompensirt. Der Verf. untersucht nun ferner den Einfluss der Temperatur auf die fallenden Ablesungen, auf die Abnahme der Ablesungen beim Konstanthalten des geringsten angewendeten Drucks, endlich auf die Differenz zwischen fallenden und steigenden Ablesungen, indem er seine Versuche in verschiedenen Temperaturen wiederholte. Doch zeigte sich bei den vier Versuchsinstrumenten der Temperatureinfluss in allen drei Richtungen gering bis ganz verschwindend. Interessant ist die Tafel der Standänderungen der Aneroïde (*S. 469*); diese Standänderungen entstehen aus zwei verschiedenen, in der Praxis der Aneroïdmessung aber nicht zu trennenden Ursachen: wirkliche (dauernde) Veränderungen und elastische Nachwirkungen. Was die Nachwirkung angeht, so ist längst bekannt, dass ihr Einfluss um so langsamer verschwindet, je länger das Aneroïd geringem Druck ausgesetzt war.

Welchen Einfluss hat die Geschwindigkeit der Druckänderung bei den Versuchen auf die oben angedeuteten Resultate? Bei Bergbesteigungen ist ja die Geschwindigkeit der Druckänderung viel kleiner als 1 Zoll in 5 Min. Der Verf. hat eine Reihe von Versuchen mit nur halb so rascher Druckänderung als oben angegeben gemacht; stets ergaben sich kleinere Ablesungen bei langsamerer Druckänderung, doch ist der Unterschied nur gering. Auch der Einfluss von Unterbrechungen von bestimmter Dauer (1 Stunde) im Gang der Versuche bei fallenden und bei steigenden Ablesungen wird genau studirt; es ergiebt sich insbesondere, wie zu erwarten, dass die Wiederherstellung des ursprünglichen Zustands des Aneroïds bei der Rückkehr zum Ausgangsdruck verzögert wird. Zum Schluss giebt der Verfasser einfache theoretische Ueberlegungen über die Erscheinungen der elastischen Nachwirkung, deren Resultate mit den Beobachtungen gut übereinstimmen (Tabelle auf *S. 490*).

Die ganze Abhandlung stellt einen der wichtigsten Beiträge zur Kenntniss der elastischen Nachwirkung bei Aneroïden vor. *Hammer.*

Beitrag zur Theorie des Horizontalpendels.

Von O. Hecker. *Beiträge z. Geophysik* **4.** *S. 59. 1899.*

Die Abhandlung giebt zunächst eine theoretische Ableitung für die Grösse und die Schwankungen des Spitzendruckes bei Horizontalpendeln. Auf Grund der entwickelten Gleichungen betrachtet Verf. die Druckvertheilung speziell bei dem Horizontalpendel von Repsold und dem von v. Rebeur-Stückrath. Er weist nach, dass allein bei dem letzteren bezw. bei der Ewing'schen Modifikation desselben die Möglichkeit seitlicher Spitzenbelastung ausgeschlossen ist. Weiter giebt Verf. Fingerzeige für die Wahl des Materiales und des Kegelwinkels der Spitzen. Versuche mit verschiedenartigen Spitzen ergaben Folgendes.

Spitzen und Lager aus Achat sind nicht empfehlenswerth, ebenso Achatspitzen auf Diamantlagern. Für den unteren Stützpunkt des v. Rebeur-Stückrath'schen Pendels ist eine Achatschneide zulässig. Stahlspitzen sollen vortheilhaft einen Kegelwinkel von 90° erhalten, weil derartige Spitzen gleichmässige Deformationen zeigen. Bleibende Deformationen sind blos unter der Bedingung sehr geringer Belastung zu vermeiden. Die Stahlspitzen mit grossem Kegelwinkel lassen sich leichter bearbeiten und zeigen an der Kugelfläche der Spitze geringeren Krümmungsradius als Spitzen mit kleinerem Winkel. *G.*

Ueber die Aenderung des Druckes unter dem Kolben einer Luftpumpe.

Von Fürst B. Galitzin. *Bull. de l'Acad. Impériale des Sciences de St. Pétersbourg* (5) **7.** *S. 409. 1897.*

Für die vom Verf. anzustellenden Versuche handelte es sich darum, einen Kolben in einem Zylinder mit bekannter, konstanter Geschwindigkeit sich fortbewegen zu lassen und zur gleichen Zeit den Luftdruck im Zylinder zu messen.

Zu diesem Zwecke wurde ein vertikales etwa $1\frac{1}{2}$ *m* langes Glasrohr von 1,425 *cm* lichter Weite am oberen Ende mit einer aufgekitteten Stahlkappe geschlossen. Durch eine Oeffnung inmitten dieser Kappe (Durchmesser des Loches bei zwei Versuchsreihen 0,0256 *cm* und 0,0455 *cm*) konnte Luft aus der Atmosphäre einströmen.

Das untere Ende des Rohres war durch einen Dreiwegehahn, der eine mikrometrische Verstellung zuliess, abgeschlossen. Durch diesen Hahn konnte man einmal das vertikale Rohr blasenfrei mit Quecksilber füllen oder bei anderer Stellung das Quecksilber durch ein seitliches Rohr wieder ausfliessen lassen. Indem man nun durch langsames Nachdrehen (Oeffnen) des Hahnes — durch Vorversuche war der Einfluss der Hahnstellung auf die Ausflussmenge bei verschiedener Quecksilberhöhe genau untersucht worden — für ein gleichmässiges Ausfliessen des Quecksilbers trotz der Verminderung der Druckhöhe sorgte, erreichte man eine gute Nachbildung der Verhältnisse unter dem sich mit gleichmässiger Geschwindigkeit bewegenden Kolben einer Luftpumpe. Dabei wurden die Druckschwankungen durch ein nahe der Kappe seitlich angesetztes Manometer gemessen.

In Verbindung mit der in vorliegender Mittheilung entwickelten Theorie, die indessen einen kurzen Auszug nicht gestattet, gelangt der Verf. zu folgenden Resultaten:

Bei schnell arbeitenden Kompressionsluftpumpen ist der Druck im Zylinder kleiner als der der äusseren Atmosphäre. Dieser Umstand muss bei Berechnung der Wirksamkeit einer Luftpumpe in Betracht gezogen werden.

Beim Einströmen der Luft in den Zylinder einer arbeitenden Luftpumpe ist der Vorgang weder ein isothermischer noch ein adiabatischer. Die Annahme, dass die Luft in den Zylinder zwar adiabatisch einströmt, um alsdann sich sofort bis zur Temperatur der äusseren Luft zu erwärmen, führt zu Resultaten, welche mit den Versuchsergebnissen in ganz befriedigender Uebereinstimmung stehen.

Der Kontraktionskoëffizient α ist bei einem Verhältniss der Länge h der zylindrischen Einströmungsöffnung zum Durchmesser d derselben $d/h = 1{,}09$ gleich 0,83 und für $d/h = 0{,}62$ gleich 0,67.

Der Luftdruck im Zylinder einer Kompressionspumpe ist bei konstanter Kolben-

geschwindigkeit a *cm/sek.* ebenfalls konstant und für gewöhnliche Temperaturverhältnisse zu berechnen nach

$$p = p_1 (1 - \varepsilon^2),$$

wo

$$\varepsilon = -m + \sqrt{m^2 + 2{,}1390} \quad \text{und} \quad m = 43518 \frac{a}{a} \cdot \frac{q_1}{q} .$$

Hierbei bedeutet q_1/q das Verhältniss der Querschnitte der Ventilöffnung und des Zylinders der Pumpe. *Schl.*

Unregelmässige Reflexion.

Von C. C. Hutchins. *Amer. Journ. of Science (4) 6. S. 373. 1898.*

Hutchins untersucht in dieser Arbeit, inwieweit der Kosinussatz bei diffus reflektirenden Flächen Gültigkeit hat. Auf die zu prüfende Fläche von 4 *cm* Durchmesser werden senkrecht mit Hülfe eines Heliostaten die Sonnenstrahlen geworfen, und die reflektirte gesammte strahlende Energie wird unter verschiedenen Ausstrahlungswinkeln mittels einer stets senkrecht zu den reflektirten Strahlen gerichteten Thermosäule gemessen, wobei die Entfernung zwischen der reflektirenden Fläche und der Thermosäule konstant gleich 58 *cm* gehalten wird. Da es aber keine vollkommen unregelmässig reflektirenden Flächen giebt, so stand zu erwarten, dass die reflektirte Energie nicht genau proportional dem Kosinus des Ausstrahlungswinkels sein wird (bekanntlich ist das Lambert'sche Grundgesetz bereits seit Langem für selbstleuchtende Flächen als richtig nachgewiesen worden). Von den untersuchten Körpern giebt der Gips die beste diffus reflektirende Fläche, und es sollen daher die mit dieser Substanz erhaltenen Resultate hier wiedergegeben werden.

Ausstrahlungswinkel x	Gefundene Energie	100 cos x
10°	(98,5)	98,5
20	95,0	94,0
30	85,5	86,6
40	75,2	76,6
50	64,9	64,3
60	45,4	50,0
70	27,4	34,2
80	9,2	17,4

Die unter dem Ausstrahlungswinkel 10° reflektirte Energie ist hierbei direkt gleich 100 cos 10° gesetzt worden. Der Betrag der reflektirten Energie ergiebt sich demnach zu gross für kleine Ausstrahlungswinkel, was zum grössten Theil dadurch bedingt sein dürfte, dass die Fläche auch etwas regelmässig reflektirt. Aehnliche Resultate erhielt Hutchins mit reflektirenden Kugelflächen. *Schck.*

Ueber das optische Drehungsvermögen des Zuckers.

Von E. Mascart und H. Bénard. *Ann. de chim. et de phys. (7) 17. S. 125. 1899.*

Diese Arbeit ist ein Bericht für den französischen Finanzminister und legt für das französische Normalgewicht in der Saccharimetrie wieder einmal einen neuen Werth fest. Bekanntlich lautete bisher die Definition der französischen Zuckerskale folgendermaassen: Den Normalgehalt besitzt die Zuckerlösung, deren Drehung im 20 *cm*-Rohr gleich derjenigen einer 1 *mm* dicken Quarzplatte ist. Dieses Hineinziehen der *Dicke* einer Quarzplatte in die Definition der Zuckerskale war aber sehr unpraktisch, da man natürlich, so oft die Grösse der absoluten Drehung von 1 *mm* Quarz verschieden bestimmt wurde, zugleich immer das Normalgewicht anders wählen musste. So ist denn auch das französische Normalgewicht wenigstens jedes Jahrzehnt einmal abgeändert worden und bewegte sich im Laufe der Jahre zwischen den Grenzen 16,02 und 16,471; diese beiden Gewichtsmengen sind aber um 2,8 Prozent verschieden.

Mit Recht lassen daher Mascart und Bénard endlich die alte Definition fallen und stellen für die französische Zuckerskale die folgende neue Definition auf: Den Normalgehalt besitzt die Zuckerlösung, deren Drehung für Natriumlicht bei 20° C. im 20 *cm*-Rohr 21,67° beträgt. Es bedarf also nunmehr nur noch einer genauen Bestimmung der spezifischen Drehung des Zuckers für Natriumlicht, indem sich dann aus letzterer in einfacher Weise der richtige Normalgehalt berechnen lässt. Leider haben die Verf. unterlassen, das Natriumlicht mit genügender Genauigkeit zu definiren. Bekanntlich variirt der optische Schwerpunkt der gebräuchlichen Natriumlichtquellen mit der Helligkeit und besonders der Reinigungsmethode so stark, dass die Drehungen einer und derselben Zuckerlösung bis zu 1 Prozent verschieden ausfallen (siehe z. B. Landolt, Das optische Drehungsvermögen. 2. Auflage. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn 1898. *S. 364*). Der von den Verf. gefundene Werth der spezifischen Drehung $[\alpha]_{20^0} = 66{,}538 \pm 0{,}007$ für Zuckerlösungen, deren Konzentration nahezu 16,3 ist, bleibt demnach ziemlich unbestimmt, da der zugehörige optische Schwerpunkt des benutzten Natriumlichts nicht mit entsprechender Genauigkeit angegeben ist.

Aber noch aus zwei anderen Gründen kann der obige Werth der spezifischen Drehung mit beträchtlichen systematischen Fehlern behaftet sein. Erstens wurden die Drehungsmessungen mit sogenannten Laurent'schen Halbschattenapparaten, d. h. Polarisationsapparaten, deren Polarisatorvorrichtung eine Halbschatten-Quarzplatte besitzt, ausgeführt; diese Halbschattenapparate können aber, wie schon häufig erwähnt (Lippich, *Sitzungs-Ber. d. K. Akad. d. Wiss., Wien. II. Kl.* **99.** *S. 695. 1890*: Lippich, *diese Zeitschr.* **12.** *S. 333. 1892*; Landolt, *a. a. O. S. 311*), leicht bis zu 0,2 Proz. unrichtige Resultate ergeben. Zweitens haben die Verf. ihre ganzen Untersuchungen nur mit einer einzigen Zuckersorte angestellt, über deren Reinheit man überdies eigentlich nichts weiter erfährt, als dass sie 0,06 Prozent Wasser enthielt; nicht einmal eine Aschenbestimmung findet sich angegeben. Aus alledem folgt, dass dieser Neubestimmung des französischen Normalgewichtes nur ein geringer wissenschaftlicher Werth beizumessen ist. *Schck.*

Ueber die Vorgänge im Induktionsapparat.

Von B. Walter. *Wied. Ann.* **66.** *S. 623. 1898.*

Walter hat in dieser 2. Mittheilung seine Untersuchungen über das Induktorium, worüber bereits berichtet worden ist (vgl. *diese Zeitschr.* **18.** *S. 350. 1898*), fortgesetzt.

Oberbeck hatte die von Walter aufgestellte Formel für die Sekundärspannung angegriffen, weil darin der Einfluss der Kapazität der Sekundärrolle nicht berücksichtigt sei. Um den Einfluss dieser Kapazität zu studiren, betrachtet Walter mittels einer Braun'schen Röhre die magnetischen Schwingungen, welche bei der Oeffnung des primären Kreises auftreten; er fand das gleiche Aussehen, gleichviel ob die primäre Spule *allein* auf die Braun'sche Röhre einwirkt oder gleichzeitig mit der sekundären. Wurden dagegen an die sekundären Pole zwei Zinkkugeln von 33 *cm* Radius angehängt, was einer Kapazität von $1{,}8 \cdot 10^{-11}$ *Farad* entspricht, so wurde die Länge der Schwingungen um die Hälfte vergrössert, und die Schlagweite wurde entsprechend verringert. Danach scheint also die Kapazität der Sekundärrolle gegenüber derjenigen der Zinkkugeln sehr klein zu sein. Um nun aber über die Grösse der Kapazität der Rolle einen Anhaltspunkt zu finden, wurde der Kondensator des Primärkreises entfernt; war die Sekundärrolle abgenommen, so fiel beim Oeffnen des Stromes das magnetische Feld in einfach gekrümmter Linie, ohne Schwingungen zu vollführen, bis auf Null ab. Wurde jetzt die Sekundärrolle übergeschoben, so traten stark gedämpfte, aber deutlich ausgebildete Schwingungen auf. Diese können nur dadurch zu Stande kommen, dass der Sekundärkreis ausser Selbstinduktion auch Kapazität enthält. Aus Schwingungsdauer und Selbstinduktion wird für einen 30 *cm*-Induktor von M. Kohl in Chemnitz die Kapazität der Sekundärrolle zu $1{,}1 \cdot 10^{-12}$ *Farad* berechnet, d. h. $^1/_{450}$ des Werthes, den Oberbeck geschätzt hatte. Anders verhielt sich ein grosser Kohl'scher Funkeninduktor von 60 *cm* Schlagweite. War die Sekundärspule übergezogen, so zeigte sich, dass die Kurve des magnetischen Feldes dasselbe Aussehen hatte, gleichviel ob der primäre

Kondensator eingeschaltet war oder nicht; die Kurve wies nur *eine* ziemlich flache Ausbuchtung nach unten auf. Entfernte man die sekundäre Spule, so fiel die Kurve ohne Schwingungen anszuführen ab, wenn der Kondensator im Primärkreis ausgeschaltet war. Mit diesem Kondensator dagegen erhielt man wiederum wohlausgebildete gedämpfte Schwingungen. Hier sind also bei normaler Schaltung lediglich die Schwingungen der sekundären Rolle für den Abfall des magnetischen Feldes maassgebend. Für diese Rolle wird als Grösse die Kapazität $6{,}5 \cdot 10^{-12}$ *Farad* berechnet.

Diese Versuche zeigen also ein gänzlich verschiedenes Verhalten des kleineren und grösseren Induktors. Bei dem kleineren Apparat sind Selbstinduktion und Kapazität der sekundären Rolle so gering, dass die Schwingungsdauer der durch den sekundären Kreis hervorgebrachten Schwingungen sehr klein werden. Solchen raschen Schwingungen würde aber der Magnetismus des Eisenkorns nur unter sehr grossen Hysteresisverlusten folgen; daher ist es in diesem Fall vortheilhafter, die Schwingungen im Primärkreis und Sekundärkreis nicht zur Resonanz zu bringen; die Sekundärspannung hängt nur von den Schwingungen im Primärkreis ab; die von Walter gegebene Formel ist gültig. Bei den grösseren Instrumenten dagegen werden die Eigenschwingungen der sekundären Rolle so langsam, dass es vortheilhafter ist, die Schwingungen in beiden Kreisen zur Resonanz zu bringen. In diesem Falle hat man bei der Theorie die Kapazität der sekundären Rolle zu berücksichtigen; die Kapazität des Primärkreises ist jetzt so zu wählen, dass $L_1 C_1 = L_2 C_2$ wird (Bedingung der Resonanz). Die theoretisch abgeleitete Formel für die Sekundärspannung kann allerdings durch die experimentellen Ergebnisse nicht bestätigt werden, weil in diesem Falle die Grösse der Dämpfung von Wichtigkeit wird; die Dämpfung hängt aber u. A. von der Hysteresis im Eisen und vom Oeffnungsfunken ab, d. h. von Erscheinungen, die für die theoretische Berechnung unzugänglich sind. *E. O.*

Neu erschienene Bücher.

L. Schupmann, Die Medial-Fernrohre. Eine neue Konstruktion für grosse astronomische Instrumente. gr. 8°. V, 146 S. m. 28 Fig. im Text. Leipzig, B. G. Teubner 1899. 4,80 M.

Das vorliegende Werk handelt von den Eigenschaften zweier neuen, unter die katadioptrischen Systeme zu rechnenden Typen des astronomischen Fernrohrs; der Erfinder hat ihnen den Namen „Medial-Fernrohre" gegeben, weil sie gewissermaassen in der Mitte zwischen den Refraktoren und Reflektoren ständen.

Der eine dieser neuen Typen, „Brachymedial" genannt, kann als eine Weiterentwickelung des dialytischen Fernrohrs angesehen werden, bei dem bekanntlich die hintere Flintlinse in grösserem Abstand von der Crownlinse näher am Brennpunkt aufgestellt ist. Verf. stellt (Fig. 1, Fig. 26 *a. a. O.*) hinter der Flintlinse einen Hohlspiegel so auf, dass die Strahlen nach der Reflexion diese Linse zum zweiten Mal durchsetzen und zwischen der 1. und 2. Linse ein reelles Bild erzeugen, das der Okularbeobachtung in ähnlicher Weise wie beim Newton'schen Spiegelteleskop zugänglich gemacht werden kann. Bezeichnet man die Brennweite der Crown- und Flintlinse mit f_1 und f_2, den Abstand der 2. Linse vom Brennpunkt der 1. mit c und charakterisirt das Zerstreuungsvermögen der benutzten Glasarten durch $\nu = \frac{n-1}{n_F - n_C}$, so lautet die Bedingung für die Achromasie der Schnittweiten angenähert beim Dialyten $\nu_2 f_2 = -\nu_1 f_1 \left(\frac{c}{f_1}\right)^2$, beim Brachymedial $\nu_2 f_2 = -2\,\nu_1 f_1 \left(\frac{c}{f_1}\right)^2$. Man kommt also mit um die Hälfte schwächeren Krümmungen bezw. mit geringerer Farbenzerstreuung für die Flintlinse aus. Es ist aber noch ein weiterer Vortheil gewonnen. Damit beim Dialytobjektiv überhaupt ein reelles Bild entsteht, muss $\frac{\nu_2}{\nu_1} < \frac{c}{f_1}$ sein, selbst dann wird die Brennweite leicht zu

gross, ein lichtstarkes Objektiv unmöglich. Diese Einschränkung fällt beim Brachymediai fort, da man durch passende Krümmung des Hohlspiegels immer ein reelles Bild erzeugen und über die resultirende Brennweite frei vorfügen kann.

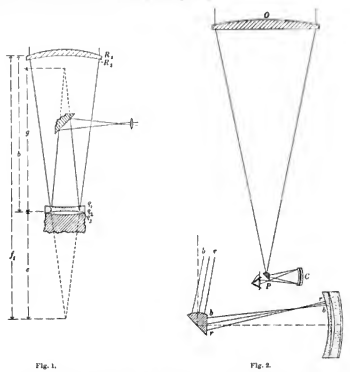


Fig. 1. Fig. 2.

Für die Achromatisirung ist es nun gleichgültig, ob die Zerstreuungslinse im Abstand e vor oder hinter dem Brennpunkt der Sammellinse steht. Bei dem Dialyten würde man im letzteren Fall immer ein virtuelles Bild erhalten. Mit Hülfe des Hohlspiegels hinter der 2. Linse kann auch hier ein reelles Bild zwischen den Linsen erzeugt werden. Um das Bild der Beobachtung zugänglich zu machen, ist (Fig. 2, Fig. 6 *a. a. O.*) im Brennpunkt der Sammellinse O ein totalreflektirendes Prisma P so aufgestellt, dass der Achsenstrahl im rechten Winkel abgelenkt wird; die Strahlen fallen dann auf Zerstreuungslinse und Hohlspiegel (diese Kombination bezeichnen wir fortan mit dem Verf. als Kompensation C, ebenso die Sammellinse als Objektiv), kehren wieder zurück und werden neben dem Prisma P zu einem reellen Bild vereinigt, wobei je nach der Grösse des Gesichtsfelds eine geringe Schrägstellung der Kompensation erforderlich ist. Dem Prisma P ist noch eine Sammellinse aufgesetzt, auf deren Funktion wir später zurückkommen; dieselbe soll als Kollektivlinse, ihre Brennweite mit f_m bezeichnet werden. Der hier beschriebenen Konstruktion hat der Verf. den Namen „Medial" gegeben.

Bei den älteren Versuchen mit der Dialytkonstruktion hatte man nicht nur Verminderung der Grösse der Flintlinse, sondern auch die Beseitigung des sekundären Spektrums im Auge gehabt. Während bei Objektiven mit kleinem Linsenabstand das letztere Ziel nur durch Beschaffung von Gläsern mit passendem Gang der Dispersion erreicht werden kann, also eine Aufgabe für den Glastechniker vorliegt, hat der Optiker bei dem Dialyten und den Medialfernrohren ein neues Korrektionselement zur Verfügung, und zwar durch den Um-

stand, dass die entsprechenden rothen und blauen Strahlen eines achsialen Strahlenbüschels die Kompensation in merklich verschiedener Einfallshöhe durchsetzen. Das Verhältniss der Einfallshöhe eines beliebigen farbigen Strahls X zu der des mittleren Strahls D (um die Betrachtung zu vereinfachen, ist für das Medial vorausgesetzt, dass die Kollektivlinse achromatisch und im Brennpunkt der D-Strahlen für das Objektiv aufgestellt ist) ist

$$v = 1 + \frac{D X_1}{\nu_1} s;$$

hier ist

$$D X_1 = \frac{n_X - n_D}{n_F - n_C}$$

die relative partielle Dispersion und s (vom Verf. als dialytische Zahl bezeichnet)

$$\text{beim Brachymedial } s = \frac{f_1}{e} - 1,$$

$$\text{„ Medial } s = \frac{f_1}{f_m} - \frac{f_1}{e} - 1.$$

Die so durch Aenderung der Einfallshöhe mit der Farbe bedingte Aenderung der Ablenkung einer Linsenzone kann man nun in die durch Aenderung des Brechungsexponenten mit der Farbe bedingte einbeziehen, indem man statt der gegebenen Dispersionen für die Kompensation die durch Multiplikation mit v erhaltenen einführt. Diese sind auch in die Achromasiebedingung einzusetzen, in der die Variation der Einfallshöhe zunächst unberücksichtigt geblieben war.

Das sekundäre Spektrum bestimmt sich analog wie bei einem gewöhnlichen Objektiv aus zwei Linsen mit dem Abstand 0; bei letzterem ist die Aenderung der Brennweite bezogen auf die Brennweite der 1. Linse $= \frac{1}{\nu_1}(D X_1 - D X_2)$; die gleiche Formel gilt für die Medial-Fernrohre, nur sind für die Kompensation die geänderten Dispersionen maassgebend. Ist $s = 0$ (ein Fall, der nur beim Medial praktische Bedeutung hat) und sind $D X_1 = D X_2$ (Objektiv und Kompensation aus dem gleichen Glase), so verschwindet das sekundäre Spektrum vollständig. Ein positiver Werth von s bewirkt eine scheinbare Aenderung der relativen partiellen Dispersionen für die Kompensation in der Weise, dass diese Werthe im Blau kleiner, im Roth grösser werden; ein negativer Werth von s ändert entgegengesetzt. Der 2. Fall kann nur beim Medial vorkommen; damit dann Verringerung des sekundären Spektrums eintritt, muss man für das Objektiv Flint, für die Kompensation Crown nehmen. Dies führt auf stärkere Krümmungen oder grössere Dimensionen der Kompensation als der 1. Fall, in dem das Objektiv aus Crown, die Kompensation aus Flint zu wählen ist.

Die chromatische Differenz der Brennweiten ist in Bruchtheilen der Brennweite gleich s/ν_1. Falls also nicht $s = 0$, muss der Farbenfehler ausser der Achse durch Kompensations-Okulare gehoben werden.

Die Beseitigung der sphärischen Aberration in der Achse bietet keine Schwierigkeit, da die Werthe für Objektiv und Kompensation entgegengesetztes Vorzeichen haben. Letztere besteht beim Medial aus zwei zerstreuenden Menisken, von denen der erste im Minimum der sphärischen Aberration steht, der zweite als aplanatische Linse überhaupt frei davon ist; die versilberte Rückfläche des zweiten Meniskus fungirt als Hohlspiegel. Es möge noch bemerkt werden, dass beim Medial Objektiv und Kompensation für sich der Sinusbedingung genügen, wodurch das ganze System unempfindlich gegen Dezentrirung der einzelnen Theile gegeneinander wird. Was die chromatische Differenz und die höheren Glieder der sphärischen Aberration betrifft, so bleiben diese Fehler im Allgemeinen, namentlich beim Medial, gering, da an den einzelnen Flächen des Systems keine hohen Beträge der sphärischen Aberration auftreten. Hinsichtlich der Beseitigung der Fehler, welche die Schrägstellung der Kompensation verursacht, sei auf das Werk selbst verwiesen.

Für die Berechnung des Medials giebt der Verf. ein Beispiel, bei dem das Objektiv aus gewöhnlichem Crown ($\nu = 57$), die Kompensation aus Leichtflint ($\nu = 43$) besteht. s wird $= 1$

genommen, wodurch das sekundäre Spektrum bei D auf den 11. Theil des Betrages bei gewöhnlichen Achromaten herabgemindert wird. Es zeigt sich, dass man die chromatische und sphärische Aberration in der Achse für $f_1/c = 9{,}25$ gleichzeitig aufheben kann. Verf. hat ein Medial nach diesem Typus mit etwas anderen Gläsern (Durchmesser des Objektivs 12 *cm*, Brennweite 150 *cm*) bei Reinfelder & Hertel in München ausführen lassen; er fand seine Erwartungen bestätigt.

Um die Konstruktion des Brachymedials klarzulegen, behandelt der Verf. vier Beispiele mit verschiedenen Werthen von s (1,13 bis 2). Bei den kleineren Werthen von s dient die versilberte Rückfläche der Flintlinse als Hohlspiegel; bei grösseren s würden die Fehler gegen die Sinus- und Gauss'sche Bedingung zu stark, daher wird der Hohlspiegel von der Linse getrennt.

In einem besonderen Kapitel behandelt der Verf. die für grosse Objektive so wichtigen Schliff- und Verbiegungsfehler; er findet, dass namentlich das Medial dem Refraktor in Bezug auf Unempfindlichkeit gegen diese Fehler überlegen ist. Es sei noch bemerkt, dass bei der gebrochenen Form des Medials der Hohlspiegel für Zenitbeobachtungen nahe vertikale Stellung erhält, die Schwereverbiegungen also minimal werden; im Uebrigen ist natürlich ein grosser Werth für den Quotienten f_1/c günstig.

Betrachten wir nun die Helligkeitsverhältnisse, so scheinen die Medialfernrohre zunächst im Nachtheil. Was das Medial anbetrifft, so sinkt in Folge des grösseren Lichtverlustes durch Reflexionen die Helligkeit auf $^2/_3$ von der des zweilinsigen Refraktors; der Einfluss der Absorption im Glase dürfte allerdings bei grösseren Dimensionen das Verhältniss etwas zu Gunsten des Medials verschieben. Dieser Vergleich hat aber nur Gültigkeit, wenn es sich um Beobachtung von Nebeln und ähnlichen Gebilden mit verwaschenen Lichtkontrasten handelt. Richtet man das Fernrohr auf Objekte, deren Elemente sich als scharfe Linien und Punkte darstellen, so ist für den Helligkeitsvergleich noch die Schärfe der Abbildung zu berücksichtigen. Indem der Verf. nun die bessere Farbenkorrektion des Medials in Rechnung setzt, findet er, dass bei 34 *cm* Oeffnung und 5 *m* Brennweite die Helligkeit des Medials für Punkte gleich der des Refraktors ist, bei grösseren Dimensionen dieselbe übertrifft; dabei ist die Schädlichkeit des sekundären Spektrums nicht voll zum Ansatz gebracht, um die auf beugungstheoretischer Grundlage geführten Rechnungen zu vereinfachen.

Es ist hier noch auf die Reflexbilder einzugehen. Die oben beschriebene Kompensation für das Medial hat sechs erster Ordnung (mit einmaliger Glasreflexion). Diese können jedoch alle durch ein vor die Mitte der Kompensation gestelltes Schirmchen vernichtet werden, womit nur einige Prozent Lichtverlust verknüpft sind. Beim Brachymedial giebt es zwei bezw. vier Reflexbilder erster Ordnung, deren schädliche Wirkung sich zum grössten Theil beseitigen lässt.

Die Montirung der neuen Fernrohre wird durch ausführliche Skizzen erläutert; auch findet man Angaben über Ausführung und Justirung der Optik. *A. K.*

M. Cantor, Vorlesungen üb. Geschichte d. Mathematik. 2 Bd. 1. Halbbd. Von 1200 bis 1550. 2. Aufl. gr. 8°. 480 S. m. 93 Fig. Leipzig, B. G. Teubner. 14,00 M.

Travaux et Mémoires *du Bureau international des Poids et Mesures. Publiés sous les auspices du Comité international par le Directeur du Bureau.* 9. Bd. gr. 4°. Mit 1 Taf. u. Figuren. 12,50 M. Bd. 1 u. 2 (1881 bis 1883) vergriffen. — Bd. 3 bis 8, 10 u. 11 (1884 bis 1895). Mit Tafeln u. Figuren. Jeder Band 12,50 M.

E. Wiedemann u. H. Ebert, Physikalisches Praktikum m. besond. Berücksicht. d. physikal.-chem. Methoden. 4. Aufl. gr. 8°. XXIX, 574 S. m. 366 Holzst. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. 10,00 M.; geb. in Leinw. 11,00 M.

M. E. Byrd, *Laboratory Manual in Astronomy.* 8°. IX, 293 S. m. 1 Taf. Boston 1899. Geb. in Leinw. 6,80 M.

Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. H. Landolt, Vorsitzender, Prof. Dr. A. Westphal, geschäftsführendes Mitglied, Prof. Dr. E. Abbe, Dr. H. Krüss.

Redaktion: Prof. Dr. St. Lindeck in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang. **Oktober 1899.** Zehntes Heft.

Das Reflexionsvermögen von Metallen und belegten Glasspiegeln.

Von

E. Hagen und **H. Rubens.**

(Mittheilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Zur Ermittelung des Reflexionsvermögens hat man bisher zwei Wege eingeschlagen, welche man als den direkten und indirekten bezeichnen kann. Das erste dieser beiden Verfahren beruht darauf, das Verhältniss der Intensitäten zu bestimmen, welche die von einer Lichtquelle ausgehenden Strahlen unmittelbar vor und nach der Reflexion von dem zu untersuchenden Spiegel besitzen.

Eine derartige Untersuchung ist zuerst im Jahre 1850 von de la Provostaye und P. Desains[1]) für die von einer *Wärmequelle* ausgehende *Gesammt*-Strahlung mit Hülfe der Thermosäule ausgeführt und hierbei insbesondere die Abhängigkeit des Reflexionsvermögens vom Inzidenzwinkel der auffallenden Strahlen festgestellt worden. Später hat Sir John Conroy[2]) ähnliche Beobachtungen für unzerlegtes weisses Licht nach einer photometrischen Methode angestellt, während Lord Rayleigh[3]) ebenfalls ein photometrisches Verfahren anwandte, um das Reflexionsvermögen verschiedener Körper für kleine Inzidenzwinkel zu ermitteln. In den späteren Untersuchungen von Rubens[4]), Langley[5]), Nichols[6]) und Trowbridge[7]) wird wiederum die Intensität der direkten und reflektirten Strahlung durch Beobachtung ihrer *Wärmewirkung* gemessen. Diese Arbeiten bezeichnen aber gegenüber den erstgenannten insofern einen wesentlichen Fortschritt, als bei ihnen das Reflexionsvermögen in seiner *Abhängigkeit von der Wellenlänge* der auffallenden Strahlung für das sichtbare Gebiet und einen Theil des *ultrarothen* Spektrums beobachtet wurde.

Das indirekte Verfahren zur Bestimmung des Reflexionsvermögens gründet sich auf die Ermittelung zweier optischer Konstanten, meist des Hauptazimuts und Haupteinfallswinkels. Aus einer der bekannten metalloptischen Theorien, welche in ihren Voraussetzungen zwar verschieden sind, aber in den hier in Betracht kommenden Gleichungen nahezu vollkommen übereinstimmen[8]), lassen sich dann hieraus die übrigen optischen Konstanten, insbesondere der Brechungsindex und Extinktionskoëffizient, sowie das Reflexionsvermögen für alle Inzidenzen berechnen. Derartige

1) *Ann. de chim. et de phys.* (3) **30.** *S. 276. 1850.*
2) *Proc. Roy. Soc.* **35.** *S. 26. 1883.*
3) *Proc. Roy. Soc.* **41.** *S. 274. 1886.*
4) *Wied. Ann.* **37.** *S. 249. 1889.*
5) *Phil. Mag.* **27.** *S. 10. 1889.*
6) *Wied. Ann.* **60.** *S. 401. 1897.*
7) *Wied. Ann.* **65.** *S. 595. 1898.*
8) Vgl. D. Shea, *Wied. Ann.* **47.** *S. 177. 1892.*

Messungen sind von Jamin[1]) 1848, Haughton[2]) 1863, Quincke[3]) 1874 und mit besonderer Sorgfalt von Drude[4]) 1890 ausgeführt worden. Die Resultate dieser Beobachter sind, sofern sie das Reflexionsvermögen betreffen, mit den Ergebnissen der erstgenannten (direkten) Methode so weit in Uebereinstimmung, dass die immerhin beträchtlichen Abweichungen durch Beobachtungsfehler und Verschiedenheit des Materials erklärt werden können.

Uebersieht man das gesammte bisher vorliegende Beobachtungsmaterial, so erkennt man, dass die Abhängigkeit des Reflexionsvermögens von dem Inzidenzwinkel für ultrarothe und sichtbare Strahlen und dass auch die Aenderung des Reflexionsvermögens mit der Wellenlänge für ultrarothe Strahlen hinreichend bekannt ist. Dagegen bestehen an anderen Stellen erhebliche Lücken. So sind die Beobachtungen von Rubens, Langley und Nichols, von welchen allein direkte Messungen[5]) des Reflexionsvermögens für homogenes Licht im sichtbaren Spektrum vorliegen, wegen der relativ geringen Wärmeenergie der Lichtstrahlen in diesem Spektralgebiet weniger zuverlässig als im ultrarothen Spektrum. Ferner ist über das Reflexionsvermögen der gebräuchlichen Spiegelmetalle und Spiegelbelegungen im sichtbaren Spektrum noch wenig bekannt. Endlich fehlen entsprechende quantitative Untersuchungen in dem ultravioletten Spektralgebiet noch gänzlich[6]).

Wir haben uns deshalb die Aufgabe gestellt, das Reflexionsvermögen einer Reihe von *Metallen, Spiegelmetallen und belegten Glasspiegeln für die verschiedenen Wellenlängen photometrisch* zu bestimmen und die Methode so zu gestalten, dass sie in ihren wesentlichen Theilen auch für *ultraviolette* Strahlen anwendbar bleibt. Aus diesem Grunde sind alle Linsen und Prismen der benutzten Apparate aus Quarz, alle achromatischen Objektive aus Kombinationen von Quarz und Flussspath hergestellt.

Die angewendete Methode erlaubt es, das Reflexionsvermögen für *nahezu senkrecht*[7]) auffallende Strahlen zu bestimmen, und vermeidet dadurch die Verwicklungen, welche bei schräger Inzidenz durch das Auftreten der Polarisation entstehen.

Die Untersuchung selbst liegt z. Zt. für *den sichtbaren Theil des Spektrums* ($\lambda = 450$ bis $700\ \mu\mu$) abgeschlossen vor[8]).

Methode.

Das Prinzip der Methode ist folgendes. Vor dem zu untersuchenden Hohlspiegel[9]) wird im Abstande seines Krümmungsmittelpunktes und etwas *oberhalb*[10]) von diesem eine kleine Lichtquelle (glühender Platinblechstreifen) aufgestellt. Der Spiegel wird in Folge davon *unterhalb* der Lichtquelle ein gleich grosses, reelles Bild derselben entwerfen. Vergleicht man nun das Lichtstärkenverhältniss der Lichtquelle

[1]) *Ann. de chim. et de phys.* (3) **22.** *S. 311. 1848.*

[2]) *Phil. Trans.* **1.** *S. 122. 1863.*

[3]) *Pogg. Ann. Jubelband. S. 336. 1874.*

[4]) *Wied. Ann.* **39.** *S. 481. 1890.*

[5]) Von Rubens für Gold, Silber, Kupfer, Eisen und Nickel, von Langley und Nichols für Silber *a. a. O.*

[6]) Auch L. Mach und V. Schumann's Untersuchung ist wesentlich qualitativer Art (*Sitzungsber. d. Akad. d. Wiss., Wien* **108** (*IIa*). *S. 136. 1899*).

[7]) Im Mittel: $\frac{1}{4}°$.

[8]) Eine kurze Mittheilung dieser Untersuchung ist bereits in den *Verh. d. phys. Ges. zu Berlin* **17.** *S. 143. 1898* abgedruckt.

[9]) Seine Hauptachse liege horizontal.

[10]) Dies ist nothwendig, da anderenfalls die von der Lichtquelle aufsteigende erhitzte Luft den Strahlenverlauf stören würde.

und ihres soeben erwähnten Bildes mittels eines Spektralphotometers mit einander, so muss man dadurch unmittelbar das Reflexionsvermögen des untersuchten Spiegels für die betreffende Wellenlänge erhalten.

Als *Spektralphotometer* diente hierbei ein Spektrometer, dessen Kollimator mit einem Vierordt'schen Doppelspalt versehen und vor dessen Beobachtungsrohr ein Biprisma in der zuerst von Frey und Kries[1]) beschriebenen und von A. König[2]) bei seinem Spektralphotometer benutzten Weise vorgesetzt wurde. Das Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohres war durch einen mit zwei horizontal und zwei vertikal verschiebbaren Backen versehenen Spalt ersetzt. Der auf diese Art zu einem für die vorliegende Untersuchung geeigneten Spektralphotometer umgestaltete Apparat gestattete, die Lichtstärkenvergleichungen nach der Maxwell'schen[3]) Methode der Okularspaltbeobachtung auszuführen.

Versuchsanordnung und Strahlengang.

Die Versuchsanordnung geht aus Fig. 1 hervor. In derselben bedeuten die zwischen V und O gezeichneten Theile das Spektralphotometer,

V den Vierordt'schen Doppelspalt,

P das dispergirende Quarzprisma (Kante vertikal),

L_2 und L_3 die Objektive des Kollimators und des Beobachtungsrohrs,

O den Okularspalt und

p ein Biprisma mit sehr spitzen brechenden Winkeln, dessen Kanten senkrecht zu der Ebene der Zeichnung stehen.

Weiter bedeute der kleine *einmal* gestrichelte Pfeil α die im Abstande des Krümmungsradius des zu untersuchenden Hohlspiegels S und etwas oberhalb der

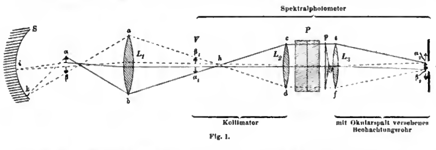


Fig. 1.

Hauptachse desselben aufgestellte Lichtquelle, von der angenommen werden soll, dass sie nach allen Seiten hin *gleich viel Licht ausstrahlt.* Der *zweimal* gestrichelte Pfeil β sei das bei der gedachten Aufstellung in die Verlängerung von α fallende, vom Spiegel gelieferte Bild, und L_1 sei die Projektionslinse, welche von der Lichtquelle α und ihrem reellen Bild β die Bilder α_1 und β_1 auf dem zum Spektralphotometer gehörenden Vierordt'schen Doppelspalt entwirft. Der Abstand des letzteren von der Lichtquelle α ist dabei den wirklichen Versuchsverhältnissen entsprechend so gewählt, dass er gleich der 4-fachen Brennweite von L_1 ist. In Folge davon haben die Bilder α_1 und β_1 dieselbe Grösse wie die Lichtquelle α. Das Gleiche ist bezüglich

[1]) M. v. Frey und J. v. Kries, *Arch. f. Anat. u. Physiol., Physiol. Abth. 1881. S. 336.*

[2]) A. König, *Verh. d. phys. Ges. zu Berlin 1885. S. 50; Wied. Ann.* **53.** *S. 785. 1894.*

[3]) J. Clerk Maxwell, *The theory of compound colours. Phil. Trans.* **150.** *S. 57. 1860.*

der Grösse der bei $\alpha_2 \beta_2$ liegenden Bilder der Fall, da die Objektive des Kollimators und Beobachtungsrohrs gleiche Brennweite haben.

Die Abbildung der als *klein* angenommenen Lichtquelle α durch den Hohlspiegel S erfolgt hiernach unter den denkbar günstigsten Bedingungen, da Gegenstand und Bild sich nahe der Hauptachse des Spiegels und im Abstande seines Krümmungsmittelpunktes von ihm befinden. Es ist dies für die Genauigkeit der Methode von Wichtigkeit.

Im Interesse der Einfachheit der weiteren Beschreibung soll fernerhin die der *Projektionslinse* L_1 zugewandte Seite von α als die *Vorderseite* der Lichtquelle und die dem *Spiegel* zugewandte als *Rückseite* bezeichnet werden. Ferner wollen wir die von der Vorderseite von α aus- und nach der Projektionslinse hingehenden Strahlen als die *direkten*, die von der Rückseite von α ausgehenden, den Spiegel treffenden und erst dann durch die Linse L_1 gehenden Strahlen als die *gespiegelten* bezeichnen. Erstere sind in der Figur durch ausgezogene, die letzteren durch punktirte Linien dargestellt. Die mit einem *einfachen* Pfeil bezeichneten Bilder α_1 und α_2 sind Bilder der *Vorderseite*, die mit einem *doppelten* Pfeil bezeichneten Bilder β, β_1, β_2 sind Bilder der *Rückseite* der Lichtquelle α.

Was nun den in der Figur gezeichneten Strahlengang selbst anlangt, so weicht er von der gewöhnlichen Art der Darstellung insofern ab, als er *nicht* dazu bestimmt ist, den Ort der verschiedenen Bilder konstruktiv zu liefern. Die gezeichneten Strahlen sollen vielmehr lediglich zur Beantwortung der Frage nach dem Ursprung derjenigen Strahlen dienen, von denen das bei O durch den Okularspalt[1]) des Beobachtungsrohres[2]) blickende Auge die *obere* bezw. *untere* Hälfte des Biprismas erleuchtet sieht.

Denkt man sich hierzu das Biprisma p in Fig. 1 zunächst fort, so werden die von α_1 und β_1 ausgegangenen Strahlen durch das Objektiv L_2 des Beobachtungsrohres zu zwei neuen reellen Bildern in der Okularspalt-Ebene vereinigt werden. Stellt man dann das Biprisma in den Strahlengang hinein, so erhält man dadurch, dass die *obere* Hälfte des Biprismas die soeben erwähnten zwei Bilder etwas *abwärts*, und ihre untere Hälfte sie *aufwärts* verschiebt, nunmehr statt des bisherigen *einen* Paares von Bildern jetzt *zwei* Paare. Von denselben werden sich die beiden mittleren theilweise oder ganz und zwar in der Art decken, dass ein *aufrecht* stehendes Bild der „Vorderseite" der Lichtquelle α auf ein *verkehrt* liegendes Bild ihrer Rückseite fällt[3]). In der Figur ist nun der Fall dargestellt, dass man durch passende Wahl des Zwischenraumes zwischen den auf dem Vierordt'schen Spalt entworfenen Bildern α_1 und β_1 oder, was dasselbe ist, des Abstandes des unteren Fusspunktes der Lichtquelle α von der Spiegel- und Kollimatorachse das untere Bild (β_2) des oberen Bildpaares mit dem oberen Bild (α_2) des unteren Bildpaares zur vollständigen gegenseitigen Deckung gebracht hat.

Betrachten wir nun zunächst dasjenige Strahlenbüschel, welches von der *oberen* Hälfte des Biprismas ausgeht und zwischen den ausgezogenen Linien $e\alpha_2$ und $g\beta_2$ liegt. Alle diese Strahlen kommen von dem Bilde α_1 her, während die vom Bilde β_1

[1]) Das Auge ist hierbei möglichst nahe an den Okularspalt zu bringen.

[2]) Also *ohne* Okular.

[3]) Dieser Umstand lässt sich nicht vermeiden, bedingt aber, dass man für α nur solche Lichtquellen verwenden darf, die auf ihrer ganzen Höhe eine möglichst gleiche Lichtstärke besitzen, sowie dass man die Vertikalbacken des Maxwell'schen Okularspaltes so zu stellen hat, wie es auf *S. 302* (*Z. 1 u. 2 v. o.*) angegeben ist.

aus auf die *obere* Hälfte des Biprismas fallenden sich zu dem in der Fig. 1 unterhalb β_2 gezeichneten Bilde vereinigen.

Demgegenüber umfasst das von der *unteren* Hälfte des Biprismas nach $a_2 \beta_2$ gerichtete, durch die gestrichelten Linien $g a_2$ und $f \beta_2$ gekennzeichnete Strahlenbündel *nur* solche Strahlen, welche von dem Bilde β_1 des Vierordt'schen Doppelspaltes ausgegangen sind, während die von dem Bilde a_1 ausgehenden und die *untere* Hälfte des Biprismas durchsetzenden Strahlen sich zu dem in der Figur oberhalb a_2 gezeichneten Bilde vereinigen.

Mit anderen Worten: Blickt man, nachdem die oberhalb und unterhalb $a_2 \beta_2$ liegenden beiden Bilder durch die am Okularspalt angebrachten Vertikalblenden abgeblendet sind, nach dem Biprisma hin, so erscheint dessen ganze obere Hälfte *nur* durch solche Strahlen erleuchtet, welche von der *Vorderseite* der Lichtquelle a ausgegangen sind, während die ganze *untere* Biprismahälfte *nur* durch solche Strahlen erleuchtet wird, welche von der *Rückseite* von a ausgegangen und dann vom Spiegel S reflektirt worden sind. In Folge davon ist es gleichgültig, ob die Kante des stumpfen Winkels des Biprismas in Höhe der Mitte des Objektivs L_3 und L_2 liegt oder nicht.

Die beiden photometrisch mit einander zu vergleichenden Felder liegen dem Vorstehenden zufolge unmittelbar nebeneinder und stossen in einer feinen, dunklen Trennungslinie aneinander, welche im Roth, sowie bei diffuser Beleuchtung der beiden Spalte dem Auge *ganz* verschwindet.

Aus der Betrachtung des Strahlenganges (Fig. 1) geht ferner hervor, dass die durch die $\frac{\textit{obere}}{\textit{untere}}$ Hälfte des Biprismas hindurch zum Auge gelangenden Strahlen nur durch den $\frac{\textit{unteren}}{\textit{oberen}}$ Theil der Projektionslinse L_1 gegangen sind. Dementsprechend kommt für den Versuch auch nur die untere Hälfte bezw. der zwischen i und k liegende Theil des Spiegels in Betracht, während seine obere Hälfte füglich ganz fehlen könnte.

Endlich möge noch darauf aufmerksam gemacht werden, dass man beim Hinblicken des Auges auf das Objektiv L_3 und das Biprisma p auch gleichzeitg die Flächen des dispergirenden Prismas P, die Achromate L_2 und L_1, sowie endlich den Spiegel S selbst mit allen ihren Einzelheiten und Fehlern auf einander projizirt sieht. Etwaige Kratzen und Risse in den Oberflächen und Einschlüsse und Fremdkörper in dem Material der Linsen, Prismen u. s. w. sind demnach hier *nicht* wie gewöhnlich nur Schönheitsfehler. Ob sie für das Resultat von Einfluss sind, kann man bezüglich der Projektionslinse L_1 leicht dadurch ermitteln, dass man die Letztere um ihre optische Achse um 180° dreht und die zuvor im Spektralphotometer erhaltenen Einstellungen kontrolirt. Die Ungleichheiten aber, welche die oberen und unteren Hälften der zum *Spektralphotometer* selbst gehörenden optischen Theile besitzen, fallen bei der von uns benutzten Methode dadurch für das Resultat heraus, dass die Oeffnung des als „Vergleichsspalt" benutzten unteren Vierordt'schen Spaltes stets durch ein der Tarirmethode entsprechendes Verfahren ermittelt wurde[1]).

Apparate.

Als *Spektralphotometer* diente ein mit automatischer Minimumstellung des Prismas versehener Spektralapparat. Sein Kollimator besitzt einen bilateral verschiebbaren Vierordt'schen Doppelspalt, dessen Bewegungsschrauben $^1/_2$ *mm* Ganghöhe haben. Auf

[1]) Vgl. *S. 302. Abs. 1.*

den Kopf des *Kollimators* kann eine weite Lochblende mit zentrisch darin ausgespanntem Pferdehaarkreuz nach Art eines Fernrohrdeckels aufgesetzt werden. Die Verbindungslinie des Schnittpunktes dieses Kreuzes mit dem Theil des Vierordt'schen Doppelspaltes, durch den die Trennungslinie der beiden Einzelspalten hindurchgeht, soll als Achse des Kollimators gelten. In dem zum Spektralapparat gehörigen *Beobachtungsfernrohr* war die Fadenkreuzblende durch einen Maxwell'schen Okularspalt ersetzt, welcher mit zwei, durch eine Schraube bilateral verschiebbaren *horizontalen* und zwei einzeln beweglichen *vertikalen* Backen versehen ist. In den Stutzen des Okularspaltes kann für die erforderlichen Justirungsarbeiten ein 15-fach vergrösserndes Okular eingesteckt werden.

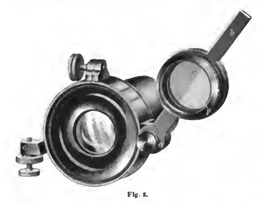


Fig. 2.

Auf das Objektivende des Beobachtungsfernrohrs ist, wie Fig. 2 zeigt, ein Klemmring aufgepasst, welcher einen um *a* drehbaren Arm *b* trägt, in den das Biprisma *p* eingesetzt ist. Das letztere hat brechende Winkel von 22 Minuten. Die Objektive des Beobachtungsrohrs und des Kollimators haben 365 *mm* Brennweite und 28 *mm* Oeffnung.

Als *Lichtquelle* diente bei sämmtlichen Versuchen ein mit Platinmoor[1]) überzogener Platinstreifen von 40 *mm* Länge, 2 *mm* Breite[2]) und $^1/_{10}$ *mm* Dicke. Seine Aufstellung in dem zugehörigen „Platinglühapparat" ist aus Fig. 3 ersichtlich.

Die Säulchen, zwischen denen der Platinstreifen ausgespannt ist, sind so gesetzt, dass die vertikale Achse, um welche der Obertheil des Platinglühapparates gedreht werden kann, durch den Platinstreifen hindurchgeht. Um den Letzteren auch bei verschieden starkem Glühen stets gerade gespannt zu erhalten, ist die Klemmbacke des Säulchens *a* mit einem Federhaus versehen. Der unterhalb der Schieferplatte links sichtbare Arm *d*, welcher sich in entsprechende Kerben des Dreifusses einlegt, ermöglicht, Drehungen des Obertheils des Apparates um genau 180° auszuführen.

Der in der Fig. 3 schräg nach oben gerichtete „Reiter" *c* des einen Messingsäulchens wird bei der Aufstellung und Justirung der Apparate besprochen werden. In derselben Figur ist links der zum Tragen der zu untersuchenden Spiegel bestimmte *Spiegelhalter* dargestellt. Er besitzt eine mikrometrische Feinstellung *f*, sowie eine Elevationsschraube *e*.

Die zu den Versuchen verwendeten *Hohlspiegel*[3]) hatten durchgängig 300 *mm* Krümmungsradius und 40 *mm* Durchmesser.

Die *Projektionslinse* (L_1 in Fig. 1) hat 155 *mm* Brennweite und 30 *mm* Oeffnung. Sie besteht aus einer positiven Flussspath- und zwei negativen Quarzlinsen. Um ihre Aufstellung bequem justiren zu können, ist ihr Stativ mit Zahnstange und Trieb

[1]) Dicke der Schicht 2 μ.

[2]) Die Höhe des im Okularspalt entstehenden Bildes $\alpha_2\,\beta_2$ (Fig. 1) ist demnach erheblich geringer als der Durchmesser der Pupille des Auges.

[3]) Ueber Planspiegel s. S. 304.

zum Hoch- und Niedrigstellen versehen und in ähnlicher Weise wie der Spiegelhalter auf einem Kreuz-Support befestigt.

Als optische Bank für den *Spiegelhalter*, den *Platinglühapparat* und den *Projektionslinsenträger* dient, wie für die ersteren beiden aus Fig. 3 ersichtlich, das Bett eines Drehbankgestells.

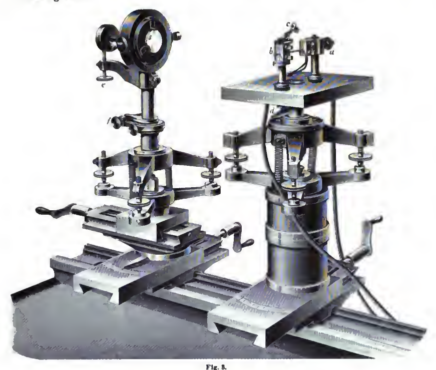


Fig. 3.

Aufstellung und Justirung der Versuchsanordnung.

Bei der Aufstellung der verschiedenen, zu der Versuchsanordnung gehörenden Apparate wird von der des Spektrometers ausgegangen, sein Kollimater und Beobachtungsfernrohr horizontal gestellt und das Biprisma (Fig. 2) zur Seite geklappt.

Sodann handelt es sich darum, den Platinstreifen in etwa 60 *cm* Abstand vom Kollimatorspalt auf der optischen Bank so aufzustellen, dass 1) sein in der Verlängerung der Drehachse des Platinglühapparates liegender Querschnitt in diejenige Vertikalebene kommt, welche durch die Kollimatorachse definirt ist, sowie dass 2) seine untere Kante etwa $^1/_2$ *mm* oberhalb dieser Achse liegt.

Um die erstere Bedingung zu erfüllen, wird das Pferdehaarkreuz auf den Kopf des Kollimators aufgesteckt und der in Fig. 3 dargestellte Reiter *c* über den Platinstreifen hinübergeklappt. Dieser auf der *festen* Klemmbacke des Säulchens *b* angebrachte Reiter besteht aus einem zwischen Spitzenschrauben drehbaren Arm, welcher an seinem freien Ende einen ∩-förmig gebogenen Blechstreifen trägt, dessen beide Arme mit einem schmalen Schlitz versehen sind, deren Verbindungslinie senk-

recht zu der Längsrichtung des Platinstreifens liegt. Die Reitervorrichtung lässt sich bis zu der Unterkante des glühenden Platinstreifens herabklappen, ohne ihn jedoch selbst zu berühren, und ist in einem kleinen, oben am Säulchen *b* angebrachten Schlitten mittels einer Schraube ein wenig vor- und rückwärts zu verschieben, um bei herabgeklapptem Reiter von dem mittleren Stück des Platinstreifens gerade nur denjenigen Theil frei zu lassen, welcher in der Richtung der Drehachse des glühenden Platinstreifens liegt.

Eine einfache Art, den Platinstreifen richtig zu orientiren, würde nun offenbar die sein, dass man in der Mitte des Spaltes des Spektrometers eine Blende mit feiner lochartiger Oeffnung anbrächte, den Kollimator als Lochkamera benutzte und die Stellung des Platinglühapparates so lange veränderte, bis das Bild der erwähnten Stelle des Platinstreifens und die Mitte der Objektivlinse des Kollimators sich decken.

Im vorliegenden Falle, wo, wie bereits erwähnt, das Beobachtungsrohr mit einem vertikal und horizontal verschiebbaren Okularspalt versehen ist, gestaltet sich die Justirung aber besonders einfach. Denn man braucht bloss den Okularspalt bis auf eine etwa 1 *mm* grosse quadratische Oeffnung zu schliessen, das Okular des Beobachtungsfernrohrs herauszunehmen und erhält dann bei dem Hinblicken nach dem Objektiv genau das Gleiche, als wenn man vor der Mitte des Kollimatorspaltes eine feine Lochblende angebracht und hierdurch den Kollimator zu einer Lochkamera umgestaltet hätte.

Deckt sich nun der durch den Schlitz des Reiters markirte Theil des glühenden Platinstreifens mit dem vor dem Kollimatorobjektiv ausgespannten Pferdehaarkreuz *auch dann*, wenn der Platinglühapparat bei diesem Versuch um 180° gedreht wird, so ist die erste der beiden auf *S. 299* erwähnten Bedingungen erfüllt. Anderenfalls wäre zunächst der Reiter durch seine Bewegungsschraube und sodann die Stellung des Platinglühapparates durch die Transportschraube des ihn tragenden Supports zu verbessern. Um dies auch für die zweite Bedingung zu erreichen, sind die Fussschrauben des Platinglühapparates entsprechend zu heben oder zu senken. Ein Vor- oder Zurückschieben des Platinglühapparates mit seinem Support auf der optischen Bank ermöglicht dann weiter eine Kontrole, ob die optische Bank in der Richtung der Kollimatorachse steht. Ist dies der Fall, so wird der Platinglühapparat nun endgültig in 60 *cm* Abstand von dem Kollimatorspalt gebracht.

Nunmehr folgt die Aufstellung des Hohlspiegels. Man bringt ihn in den Abstand seines Krümmungsradius vom Platinstreifen und zwar so, dass die Spiegelmitte ungefähr in die Höhe der Achse des Kollimators kommt und handhabt die Mikrometerschraube *f* und die Elevationsschraube *e* des Spiegelträgers, bis ein scharfes Bild des Platinstreifens und des dem Spiegel zugewandten Schlitzes des Reiters *c* dicht unter diesem selbst auf einer kleinen Mattglasscheibe, die man auf der Schieferplatte des Platinglühapparates aufstellt, entworfen wird. Man nimmt hierauf die Mattglasscheibe fort, blickt (ohne Okular) durch die quadratisch gestellte enge Okularspaltöffnung des Beobachtungsrohres hindurch und korrigirt danach die Spiegelstellung, bis das vom Spiegel entworfene reelle Bild des Reiterschlitzes ebenso weit unterhalb des vor das Kollimator-Objektiv gesetzten Pferdehaarkreuzes liegt, wie der direkt gesehene Platinstreifen über ihm.

Die darauf erfolgende Aufstellung der Projektionslinse, vermittels deren der glühende Platinstreifen und sein vom Hohlspiegel entworfenes reelles Bild auf dem Vierordt'schen Doppelspalt abgebildet wird, hat keine Schwierigkeit. Ist die Aufstellung richtig ausgeführt, so muss der von dem Schlitz des Reiters unbedeckte Theil

des Platinstreifens bei *beiden* auf den Doppelspalt projizirten Bildern genau übereinanderliegen und die Spaltmitte durch ihn hindurchgehen.

Es bleibt nun zunächst noch, die Richtigkeit der Abstände des Hohlspiegels und der Projektionslinse von dem Platinstreifen zu kontroliren. Es geschieht dies in einfacher Weise dadurch, dass man die Vertikalblenden des *Okularspaltes* weit auseinanderzieht, das Okular einsetzt und nun durch das Beobachtungsfernrohr blickend prüft, ob die beiden auf dem Vierordt'schen Spalt entworfene Bilder vollkommen scharf erscheinen und symmetrisch zur Trennungslinie[1]) des oberen und unteren Spaltes liegen. Gegebenen Falls ist zunächst der Abstand der Projektionslinse und sodann der des Spiegelträgers zu korrigiren. Der letztere Abstand ist übrigens leicht bis auf etwa $^1/_{10}$ % seines Werthes richtig einzustellen; es hat dies mit besonderer Sorgfalt zu geschehen, da durch Kontrolversuche ermittelt wurde, dass bei einem um 1 % unrichtig gewählten Abstand des Hohlspiegels vom Platinstreifen schon Fehler von ca. 5 % des beobachteten Reflexionsvermögens die Folge sind.

Nunmehr wird das Biprisma vor das Objektiv des Beobachtungsfernrohrs vorgeklappt. Man erhält dann im Okular *vier* Bilder des Spaltes, von denen die beiden mittelsten sich theilweise decken. Zeigen hierbei die Bilder *nicht* gleiche Färbung, so würde das heissen, dass die Kante des Biprismas nicht senkrecht auf dem Spalt und der Kante des dispergirenden Prismas steht. Ein ungemein schärferes Erkennungsmittel für die richtige Stellung des Biprismas, als sie durch die blosse Beobachtung der gleichen Färbung der Bilder ermöglicht wird, erhält man aber, wenn man vor den Spektrometerspalt eine Natriumflamme bringt und den Spalt so eng macht, dass die Natriumlinie ohne Biprisma betrachtet *doppelt* erscheint. Im Allgemeinen wird dies wegen der nicht vollkommenen Deckung der Bilder dann nicht mehr der Fall sein, wenn das Biprisma wieder vorgeklappt wird, und um nun die Natriumlinie wieder doppelt zu sehen, wird es einer Berichtigung mittels der Schraube *c* (Fig. 2) bedürfen.

Ist die Deckung der durch das Prisma vereinigten, mittleren Bilder nur eine *theilweise*, so muss die Elevationsschraube *e* des Spiegelhalters (Fig. 3) so lange ein- oder ausgeschraubt werden, bis eine absolute Deckung der Bilder erreicht ist.

War eine solche Verstellung der Elevationsschraube nöthig, so werden nun die beiden auf dem Vierordt'schen Doppelspalt entworfenen Bilder des „direkt" gesehenen und „gespiegelten" Platinstreifens nicht mehr in genau gleichem Abstande von dem vor der horizontalen Trennungslinie der beiden Spalte ausgespannten dünnen Draht liegen, was sich mittels des Beobachtungsfernrohres unmittelbar erkennen und durch eine geringe Hebung oder Senkung der Projektionslinse beseitigen lässt.

Ausführung der Versuche.

Nachdem in vorstehender Weise sämmtliche Theile des Apparates justirt waren, wurde vor der Untersuchung jedes einzelnen Spiegels zunächst die Stellung des Platinstreifens mittels des Reiters *c* geprüft, um sicher zu sein, dass thatsächlich nur solches Licht auf die beiden Hälften des Vierordt'schen Spaltes fiel, welches genau von der gleichen Stelle der *Vorder-* und *Rückseite* des glühenden Platinstreifens herrührte. Sodann wurde die Richtigstellung der Kante des Biprismas mittels Natriumlichts kontrolirt, dem unteren Vierordt'schen Spalte eine bestimmte Breite, in der Regel 0,15 bis 0,2 *mm*, gegeben und der Okularspalt etwa doppelt so breit gemacht. Die beiden vertikalen Backen des Letzteren wurden so weit zusammengeschoben, dass sie die

[1]) Dieselbe ist durch einen horizontal darüber gespannten dünnen Draht kenntlich gemacht.

in Fig. 1 oberhalb und unterhalb von $a_2 \beta_2$ gezeichneten Bilder vollständig abblendeten, aber *nicht* ganz bis an das mittlere Bild selbst hinanreichten. Das Beobachtungsrohr wurde nun nach einander auf die Wellenlängen 450, 500, 550, 600, 650, 700 $\mu\mu$ fest eingestellt, die hierbei zur Helligkeitsgleichheit der beiden Photometerfelder erforderlichen Breiten des anderen Spaltes wurden aus je 10 Spalteinstellungen abgeleitet, und diese Versuche nach Drehung des Platinglühapparates um 180° wiederholt.

Endlich wurde vor und nach einer jeden solchen Beobachtungsreihe durch gleichfalls je 20 Einstellungen diejenige Trommelstellung des „beweglichen" (oberen) Spaltes ermittelt, bei welcher bei ungeänderter Breite des anderen Spaltes im Photometer Gleichheit der beiden Hälften des Gesichtsfeldes eintritt, wenn sowohl der obere wie untere Spalt gleich hell beleuchtet werden. Um letzteres zu erreichen, wurde in etwa 25 *cm* Abstand vor den Vierordt'schen Doppelspalt eine Gipsscheibe schräg vorgesetzt, die durch eine lichtstarke Glühlampe gleichmässig beleuchtet wurde. Diese Versuche zur Ermittelung des Spaltöffnungsverhältnisses bei gleich starker Beleuchtung des oberen und unteren Spaltes werden natürlich nur dann ein auf die Versuche mit dem glühenden Platinstreifen anwendbares Resultat ergeben, wenn die Spaltlängen, welche in beiden Fällen von der Lichtquelle getroffen werden, gleich gross sind. Dieser Bedingung ist aber im vorliegenden Falle dadurch genügt, dass die Vertikalblenden des Okularspaltes von vornherein nur Strahlen von denjenigen Stücken der Vierordt'schen Spalte zum Auge gelangen lassen, auf welche bei den Reflexions-Versuchen das Bild des direkt gesehenen und gespiegelten Platinstreifens fällt.

Fügt man endlich zu den Mittelwerthen der beobachteten Spalteinstellungen die durch besondere Versuche abgeleitete „Nullpunktskorrektion" der oberen Spalttrommel (bei unserem Apparat + 1,5 *p*) hinzu, so ergiebt sich aus den für die einzelnen Wellenlängen einerseits und den für gleich starke Beleuchtung *beider* Spalte andererseits beobachteten (korrigirten) Trommelablesungen unmittelbar das Reflexionsvermögen des betreffenden Spiegels für die verschiedenen Wellenlängen. Etwaige Ungleichheiten in der Temperaturvertheilung oder im Ausstrahlungsvermögen der für die Versuche benutzten Stelle der Vorder- und Rückseite des Platinstreifens fallen hierbei heraus, da ein jeder Versuch nach Umdrehung des Platinglühapparates um 180° wiederholt wurde.

Die Ausführung der Versuche selbst hatte für die Wellenlängen 500 bis 650 $\mu\mu$ keine Schwierigkeit, die erhaltenen Trommeleinstellungen stimmten, wie aus der nachstehend als Beispiel mitgetheilten Beobachtungsreihe eines Goldspiegels[1]) hervorgeht, recht gut überein. Bei 700 $\mu\mu$ Wellenlänge musste man, um die Lichtintensität zu vermehren, die Stromstärke des glühenden Platinstreifens, welche für die Versuche bei den anderen Wellenlängen etwa 13 Ampere betrug, auf 15 und für das äusserste Violett ($\lambda = 450\ \mu\mu$) auf 19 Ampere erhöhen. Beim Violett wird die Ausführung der Versuche dadurch ganz besonders erschwert, dass lebhafte Fluoreszenz aller von den Strahlen durchsetzten Linsen und Prismen eintritt, und die in ihnen enthaltenen Luftbläschen und Fremdkörperchen die Gleichmässigkeit des Gesichtsfeldes in unangenehmer Weise stören.

Die Versuchsergebnisse sind übrigens in weiten Grenzen von der gewählten Breite des Vergleichsspaltes unabhängig. Man erhält identische Resultate, mag man den unteren Spalt 20 oder 75 Trommeltheile weit (entsprechend 0,1 bis $\sim$ 0,4 *mm* Breite)

[1]) Vergoldeter Hohlspiegel aus Messing.

wählen. Indess wurde, um ein möglichst reines Spektrum für die Versuche zu benutzen, fast durchgängig eine Spaltbreite von etwa 0,15 *mm* für den unteren Spalt verwendet.

Nachstehende Tab. 1 giebt ein Beispiel einer Beobachtungsreihe und deren Berechnung.

Tabelle 1.

Goldspiegel (galvanisch vergoldeter Hohlspiegel aus Messing).

Spalt *u*[1]) auf Trommeltheil 35 eingestellt.

Nullpunktskorrektion des Spaltes $o = +1,5$ Tr.-Th.

Einstellung des Spaltes *o* bei gleich hell beleuchtetem oberen und unteren Spalt

	vor Beginn der Beobachtungsreihe		nach Schluss		
	I	II[2])	I	II	
	32	32,4	31,4	32,9	
	32,2	32	32,5	32	
	32	31,8	32,2	32	
	31,8	32	32	31,6	
	31,8	32,5	32,2	32,3	
Mittel	32,0	32,1	32,1	32,2	Gesammt-Mittel $b = 32,1$ Tr.-Th.

Einstellungen des Spaltes *o* bei den verschiedenen Wellenlängen λ

$\lambda = 450\ \mu\mu$	I	II	I	II[3])	
	88,5	91	90,5	88	
	91,5	90	88	90	
	88	88,5	87,5	91	
	91,5	91	93	90,5	
	91,7	88	88	88,5	
Mittel	90,2	89,7	89,4	89,6	Gesammt-Mittel $a_{450} = 89,7$ „
$\lambda = 500\ \mu\mu$	I	II	I	II	
	70,5	73	68,2	69	
	71,3	71	68	67,5	
	69	70	68	68,5	
	70	70	68	69	
	70,8	71	68,2	68,5	
Mittel	70,3	71	68,1	68,5	Gesammt-Mittel $a_{500} = 69,5$ „
$\lambda = 550\ \mu\mu$	I	II	I	II	
	43,6	44	44	43	
	44,3	43	42	43,5	
	44	44	43	43	
	44,3	43	43	42,5	
	43,4	43,5	43	43	
Mittel	43,9	43,5	43	43	Gesammt-Mittel $a_{550} = 43,4$ „

u. s. w.

Berechnung des Reflexionsvermögens ϱ:

λ	a	$\varrho = \frac{b + 1,5}{a + 1,5} \cdot 100$
450 $\mu\mu$	89,7	36,8 %
500	69,5	47,3
550	43,4	74,9

u. s. w.

[1]) *o* bedeutet den oberen, *u* den unteren Spalt.

[2]) I und II bedeuten die von dem Beobachter I bezw. II gemachten Trommelablesungen des beweglichen Spaltes.

[3]) Die Zahlen der dritten und vierten Kolumne wurden nach Umdrehung des Platinglühapparates um 180° erhalten.

Da, wo *Hohl*-Spiegel nicht vorhanden waren oder es sich um die Untersuchung gegebener Planspiegel handelte, wurden die Versuche mit solchen unter Zuhülfenahme einer im Abstande ihrer Brennweite von dem Platinstreifen aufgestellten, vor die betreffenden Spiegel vorgesetzten Linse ausgeführt. Aus den hierbei erhaltenen „scheinbaren Reflexionsvermögen"[1]) konnten — da reines Silber[2]) sowohl in Form von Hohlspiegeln, wie auch von Planspiegeln unter Benutzung *derselben* Versuchsanordnung untersucht war — alsdann auch in diesem Falle leicht durch Rechnung die wahren Reflexionsvermögen gefunden werden.

Die auf diese Weise für Planspiegel gefundenen Reflexionsvermögen stimmten mit den für dasselbe Material nach der Hohlspiegelmethode gefundenen fast völlig überein. Als Beispiel hierfür mögen folgende Zahlen gelten, welche für einen aus der Brashear'schen Legirung hergestellten Hohlspiegel und zwei von Brashear[3]) selbst bezogene Planspiegel ermittelt wurden.

Tabelle 2.

λ	Hohlspiegel (von Zeiss aus Brashear'scher Legirung hergestellt)	Originalplanspiegel von Brashear	
		Nr. 1	Nr. 2
450 $\mu\mu$	61,6 %	62,3 %	61,5 %
500	62,4	63,5	63,2
550	63,9	64	64
600	64,3	64,4	64,4
650	65,6	65,7	65,2
700	68,3	68,5	68,5

Versuchs-Ergebnisse.

Die Ergebnisse aller von uns angestellten Versuche sind in nachstehender Tabelle enthalten.

Aus den in Tab. 3 angegebenen Zahlen ergiebt sich, dass das Reflexionsvermögen der reinen Metalle im Allgemeinen mit zunehmender Wellenlänge wächst; besonders deutlich geht dies aus den für Gold und Kupfer mitgetheilten Versuchsergebnissen hervor. Beide Metalle zeigen in Folge ihrer gelben, bezw. röthlichen Färbung ein sehr kleines Reflexionsvermögen für violette und blaue Strahlen, während dasselbe für rothe Strahlen von der Wellenlänge 700 $\mu\mu$ bei dem Gold fast ebenso gross, wie das des Silbers wird. Eine Ausnahme von der oben angegebenen Regel bildet nur das Eisen (bezw. Stahl), welches in Uebereinstimmung mit den seiner Zeit von Jamin berechneten und von Rubens mit Hülfe von Wärmestrahlungsversuchen gefundenen Werthen ein Minimum des Reflexionsvermögens für $\lambda = 550\ \mu\mu$ aufweist. Dieselbe

[1]) „Scheinbar", weil die erwähnte Linse vorgesetzt war.

[2]) John A. Brashear, Astronom. and Phys. Instr. Works in Alleghany, Pa., V. St. A.

[3]) Für das von uns als Linse benutzte achromatische Objektiv war das Verhältniss des „scheinbaren" zum „wahren" Reflexionsvermögens bei Silber gleich

$$\frac{90,6}{58,05} = 1,561 \text{ bei } \lambda = 450\ \mu\mu \qquad \frac{93}{60,2} = 1,545 \text{ bei } \lambda = 600\ \mu\mu$$
$$\frac{91,8}{60} = 1,530 \text{ „ } \lambda = 500 \text{ „} \qquad \frac{93,6}{60,2} = 1,555 \text{ „ } \lambda = 650 \text{ „}$$
$$\frac{92,5}{60,1} = 1,539 \text{ „ } \lambda = 550 \text{ „} \qquad \frac{94,6}{64,3} = 1,471 \text{ „ } \lambda = 700 \text{ „ .}$$

Tabelle 3.

Reflexionsvermögen in Procenten des auffallenden Lichtes

für λ =	450	500	550	600	650	700 $\mu\mu$
A) Reine Metalle	%	%	%	%	%	%
Silber[1]	90,6	91,8	92,5	93,0	93,6	94,6
Platin[2]	55,8	58,4	61,1	61,2	66,3	70,1
Nickel[3]	58,5	60,8	62,6	64,9	65,9	69,8
Stahl, gehärtet[4]	58,6	59,6	59,4	60,0	60,1	60,7
Stahl, ungehärtet[5]	56,3	55,2	55,1	56,0	56,9	59,3
Gold[6]	36,8	47,3	74,7	85,6	88,2	92,3
Kupfer[7]	48,8	53,3	59,5	83,5	89,0	90,7
B) Spiegelmetalle						
Legirung von Rosse (68,2% Cu + 31,8 Sn)[8]	62,9	63,2	64,0	64,3	65,6	67,3
Legirung von Brashear (68,2% Cu + 31,8 Sn)[9]	61,9	63,3	64	64,4	65,4	68,5
Legirung Nr. 1 von Schröder (66% Cu + 22 Sn + 12 Zn)[10]	62,4	62,5	63,4	64,2	65,1	68,0
Legirung Nr. 6 von Schröder (60% Cu + 30 Sn + 10 Ag)[11]	61,5	62,5	63,6	65,2	66,6	68,6
Legirung von Brandes & Schünemann (41% Cu + 26 Ni + 24 Sn + 8 Fe + 1 Sb)[12]	49,1	49,3	48,3	47,5	49,7	54,9
Legirungen von Ludwig Mach[13]						
Nr. I (2 Th. Al + 1 Th. Mg)	83,4	83,3	82,7	83	82,1	83,3
Nr. VII (1 Th. Al + 1,5 Th. Mg)	83,4	82,5	82,1	83,8	84,9	84,4
Nr. XII (1 Th. Al + 2,75 Th. Mg)	83,4	84,5	83,8	84,5	83	83,8
C) Glasspiegel						
hinten belegt mit Silber[14]	79,3	81,5	82,5	82,5	83,5	84,5
bis	85,7	86,6	88,2	88,1	89,1	89,6
hinten belegt mit Quecksilberamalgam[15]	72,8	70,9	71,2	69,9	71,5	72,8

Erscheinung zeigen übrigens auch eisenhaltige Legirungen, wie aus den für das Brandes & Schünemann'sche Spiegelmetall mitgetheilten Zahlen hervorzugehen scheint, und mit Quecksilberamalgam belegte Glasspiegel.

Interessant ist es, dass die ihrer Zusammensetzung nach z. Th. wesentlich von einander verschiedenen, in der Tabelle angegebenen vier Spiegelmetalle von Rosse, Brashear und Schröder sämmtlich fast genau die gleichen Reflexionsvermögen besitzen und sich darin von demjenigen des Nickels kaum unterscheiden.

Die von den Hrn. Brandes & Schünemann[16]) zusammengesetzte nickel- und eisenhaltige Spiegellegirung besitzt allerdings nur ein verhältnissmässig geringes

Zu [1]) bis [15])
Die Anzahl der Beobachtungsreihen, deren Mittelwerthe die in der obigen Tabelle angegebenen Zahlen sind, sowie die Anzahl der für jedes Material benutzten Spiegel sind aus folgender Zusammenstellung ersichtlich.

Bei	[1])	[2])	[3])	[4])	[5])	[6])	[7])	[8])	[9])	[10]) bis [13])	[14])	[15])
Anzahl der Spiegel	6	1	2	1	1	1	2	1	3	1	4	2
Anzahl der Beobachtungsreihen	6	1	5	1	2	5	2	1	3	1	4	2

[16]) Berlin SW., Teltower Str. 13.

Reflexionsvermögen (47 bis 55 Proz.), ist aber dafür in hohem Grade politurfähig, ungemein luftbeständig und chemischen Agentien gegenüber so widerstandsfähig, dass sie sich nur in Königswasser leicht löst. Auch eine wochenlange Aufbewahrung eines Spiegels in freier Luft, wobei derselbe dem Schnee und Regen ausgesetzt war, veränderte den Spiegel aus Brandes & Schünemann'scher Legirung nicht.

Was die Mach'schen Spiegelmetalle I, VII, XII anlangt, welche Aluminium und Magnesium in verschiedenen Mengenverhältnissen enthalten, so folgt aus den in der Tabelle mitgetheilten Zahlen, dass diese Legirungen ein ausserordentlich hohes, von der Wellenlänge und, wie es scheint, auch von ihrer Zusammensetzung fast unabhängiges Reflexionsvermögen besitzen. Auf die relativ kleinen Unterschiede der Zahlen selbst einzugehen, empfiehlt sich nicht, da die Versuche zur Herstellung jener Legirungen damals noch nicht abgeschlossen waren, und die Spiegel, welche uns für die Untersuchung ihres Reflexionsvermögens von der Firma C. Zeiss zur Verfügung gestellt wurden, noch Unhomogenität des Materials aufwiesen und sich wohl in Folge davon auch als nicht luftbeständig zeigten. Nach der unten zitirten Mach'schen Veröffentlichung[1]) und einem uns später eingesandten Spiegel scheint indess dieser Uebelstand inzwischen im Wesentlichen überwunden zu sein.

Die in der Tabelle für hinten mit Silber belegte Glasspiegel mitgetheilten Daten lassen erkennen, dass das Reflexionsvermögen von Silber an Glas wesentlich von der Art abhängt, in welcher es auf letzterem niedergeschlagen wurde. Es ist daher auch nicht möglich, aus dem Reflexionsvermögen von Silber an Luft und dem Brechungsexponenten des Glases das Reflexionsvermögen eines hinten versilberten Glasspiegels zu berechnen.

Die auf der vorigen Seite unter C) angegebenen Zahlen stellen gleichzeitig auch die Reflexionswerthe von *Silber* bezw. *Quecksilberamalgam an Glas* selbst dar, da der Einfluss der reflektirenden Vorderfläche *hinten* belegter Glasspiegel fast vollständig verschwindet, wie eine leicht durchführbare Rechnung ergiebt.

Es erübrigt noch, zu bemerken, dass die von uns für das Reflexionsvermögen gefundenen Werthe mit den von Hrn. Drude[2]) berechneten im Allgemeinen gut übereinstimmen, sie sind aber durchgängig etwas grösser als die Zahlen der anderen Beobachter.

Einiges über rundschwingende Federpendel-Regulatoren.

Von
Dr. **Joh. A. Repsold** in Hamburg.

Die in der englischen Zeitschrift *Engineering* **49.** *S. 29. 1890* veröffentlichte Beschreibung des Kap-Heliometers enthält auf *S. 29* folgende Bemerkung über das Federpendel des Uhrwerks: „*This governor is identical in principle with that long used on the Hughes printing telegraph instruments, but we believe that it was independently invented by Messrs. Repsold*".

Es sei zunächst kurz bestätigt, dass wir in der That von dem Hughes-Regulator erst nach Vollendung unseres ersten, des zum Uhrwerk des 21'-Refraktors in Strassburg bestimmten Federpendel-Regulators, gehört haben. Winnecke sah den-

[1]) L. Mach, Ueber ein neues Spiegelmetall und dessen optische Untersuchung von Dr. V. Schumann, *Sitzungsber. d. Akad. d. Wiss., Wien* **108** *(IIa) Febr. 1899.*

[2]) P. Drude, *Wied. Ann.* **39**. *S. 481. 1890.*

selben Anfang Juni 1879 in Hamburg und schrieb nach seiner Rückkehr, Kundt habe ihn darauf aufmerksam gemacht, dass von Hughes schon ein ähnlicher Regulator angewandt worden sei. Da es nicht selten vorkommt, dass dieselbe Einrichtung mehrfach unabhängig erfunden wird, so wurde damals die Sache nicht weiter verfolgt.

Viel später erst ersah ich aus der Beschreibung des Hughes-Regulators in Schellen's Elektromagnet. Telegraph. Braunschweig 1870. *S. 586*, dass Kundt sowohl, als *„Engineering"* sich geirrt haben, wenn sie Hughes' Regulator und den unsrigen als wesentlich identisch annahmen. Die Sache liegt so:

Beide Regulatoren haben freilich ein starr mit der Grundplatte verbundenes senkrechtes Federpendel von kreisförmigem Querschnitt, dessen oberes Ende an dem Mitnehmerarm einer Welle des Uhrwerks geführt wird. Hughes lässt dasselbe aber als Reibungsbremse wirken, indem es mit mehr oder weniger Druck an einem Ring schleift, und diese Einrichtung ist bis in die neuste Zeit beibehalten, wie aus der von Hrn. Dr. A. Raps in der *Elektrotechn. Zeitschr. 16. S. 235. 1895* gegebenen Beschreibung hervorgeht; im Besonderen hebt auch Raps hervor, dass „zu dem Pendel als nothwendiger Theil die Bremse gehört". Und die Reibungsbremse ist es eben, die den Hughes-Regulator wesentlich von dem unsrigen unterscheidet. Denn dieser bestand von vornherein *nur* aus einer senkrechten Stahlstange mit einer Gewichtsscheibe und hat in keinem Stadium seiner Entwicklung eine Reibungsbremse gehabt. Vielmehr gaben eben Versuche mit Reibungsregulatoren, die wegen ihrer Abhängigkeit von dem Feuchtigkeitsgrade der Luft und von der zufälligen Beschaffenheit der reibenden Flächen strengere Anforderungen befriedigende Ergebnisse nicht gebracht hatten, Anlass zur Herrichtung eines Regulators, dessen Wirkung ausschliesslich auf Biegungs-Widerstand beruht; eine Reibungsbremse war absichtlich ausgeschlossen. Der eine Regulator ist also im Wesentlichen ein *Reibungs*-Regulator, der andere ein *Biegungs*-Regulator.

Dass Versuche, den Biegungs-Widerstand rundschwingender Federpendel zur Aufnahme der überschüssigen Kraft eines Uhrwerks zu verwenden, nicht früher gemacht worden sind, ist auffällig, da schon im Januar 1870 im *Journ. télégraphique (Bern) 3. S. 31. 1870* eine Theorie des Hughes-Regulators, doch *ohne* Berücksichtigung der Reibungsbremse, von E. Lacoine gegeben wurde, in der der Isochronismus eines rundschwingenden Federpendels (*„à vibrations non pas tournantes, mais rotatoires"*) nachgewiesen wird. Dieses Heft scheint selten geworden zu sein, und ich gebe deshalb eine kurze Mittheilung des Inhalts.

Lacoine setzt in den bekannten Ausdruck für den Ausschlag (*flèche*) einer ruhenden, an dem einen Ende fest eingespannten, an dem andern Ende durch eine Kraft F beanspruchten Stange von dem Halbmesser r und der Länge l

$$f = \frac{4\,F\,l^3}{3\,\pi\,E\,r^4},$$

wo E gleich dem Elastizitäts-Modul, für F den Ausdruck der Fliehkraft, nämlich

$$F = \frac{4\,P\,\pi^2\varrho}{g\,T^2},$$

wo P das Gewicht am Pendel, ϱ die Amplitude ($=f$) und T die Umlaufszeit bedeuten. Daraus erhält er nach Einführung einer Konstanten C für die unveränderlichen Grössen

$$T = C\frac{\sqrt{P\,l^3}}{r^2}$$

und schliesst auf Isochronismus, weil T unabhängig von ϱ ist. Dieser Ausdruck gilt für zylindrische Pendelstangen; für solche von der Form gleichen Widerstandes berechnet Lacoine eine Veränderung von C in dem Verhältniss 1 : 1,8, und es ist offenbar, dass diese Form den Vorzug verdient.

Zweifelhaft erscheint in Lacoine's Schlussfolgerung die stillschweigende Voraussetzung, dass der Biegungs-Widerstand einer durch seitlichen Druck beanspruchten ruhenden Feder sich ebenso verhalte, wie der einer senkrecht stehenden, die, ohne sich um ihre Längenachse drehen zu können, am oberen Ende im Kreise herumgeführt wird. Diese Art der Beanspruchung ist eine sehr ungewöhnliche, und Lacoine bezieht sich nicht auf Erfahrungen über dieselbe. Es liegen jetzt aber solche vor in der „Festschrift zum 50-jährigen Bestehen der Nicolai-Hauptsternwarte, St. Petersburg, 1889“ *S. 65.* Mittels eines Chronographen wurde die Zeitdauer von je 55 Umläufen eines der Räder des Uhrwerks bei verschiedener Treibkraft gemessen. Im Mittel aus drei Beobachtungsreihen waren

bei einer Treibkraft von	26	20	16	14	12 Einheiten
und einem Ausschlage von	70	61	53	46	40 *mm*
55 Umgänge =	131,927	131,963	131,969	131,961	131,934 Sek.

Etwa 6 Einheiten wurden zur Ueberwindung von Reibungen im Instrument und in den Transmissionen erfordert, ebenfalls 6 beanspruchten also Uhrwerk und Pendel zu einem regelmässigen Gange, und 14 Einheiten wurden durch den Biegungs-Widerstand des Pendels absorbirt, ohne dass eine ausgesprochene Beschleunigung eintrat. Vielmehr zeigt sich in den mittieren Ausschlägen eine Verzögerung um etwa $^1/_{3000}$, die auf Zufälligkeiten zurückzuführen sein wird.

Der Gang des rundschwingenden Federpendels ist also in der That für die weitaus meisten praktischen Zwecke als genügend isochron zu betrachten, und das bestätigt die Richtigkeit der Voraussetzung Lacoine's. Wiederholte vergleichende Versuche zwischen der Schwingungszeit derselben Stange, das eine Mal rundschwingend bewegt, das andre Mal in einer Ebene schwingend, solange sie durch einen einfachen Impuls in Bewegung blieb, haben überdies gezeigt, dass T für beide Fälle denselben Werth hat, dass also der fortgesetzte Wechsel der Lage der neutralen Schicht in dem rundschwingenden Pendel eine merkliche Zunahme des Widerstandes nicht bewirkt.

Die oben wiedergegebenen günstigen Erfahrungen über das rundschwingende Federpendel im Verein mit seiner grossen Einfachheit werden diesen Regulator in manchen Fällen zur Anwendung empfehlen. Als ein Uebelstand ist zuweilen empfunden worden, dass seine Schwingungen heftige Zitterungen erzeugen können. Er ist z. B. nicht in unmittelbarer Verbindung mit astronomischen Instrumenten anwendbar, weil sich die Zitterungen auf das Fernrohr übertragen und keine ruhigen Sternbilder zulassen würden. Man kann sich aber leicht damit helfen, dass man den Regulator (oder das ganze Uhrwerk) getrennt vom Instrument auf dem Fussboden aufstellt und ihn nur durch eine leichte Transmission mit der Uhrschraube am Instrument in Verbindung bringt. Wenn auf eine solche Anordnung von vornherein Rücksicht genommen wird, hat sie keine Schwierigkeit und keinen Nachtheil; und es darf noch bemerkt werden, dass auch die Zitterungen des Fussbodens, welche durch die Bewegungen des Beobachters erzeugt werden, das Pendel nicht stören.

In besonderen Fällen mag man Veranlassung haben, mehr Werth darauf zu legen, dass die Zitterungen durch die Konstruktion vermieden werden. Für einen solchen Fall hat Raps in der *Elektrotechn. Zeitschr. 16. S. 235. 1895* eine Einrichtung

angegeben[1]), in welcher das an der Basis starr befestigte Federpendel aufgegeben und statt dessen ein zwischen zwei Lagern umlaufender senkrechter Träger für zwei flache Federn mit Gewichten eingeführt werden ist. Hr. Dr. Raps hat damit für seine Zwecke befriedigende Erfolge erreicht. Es ist natürlich, um Isochronismus zu erzielen, eine Berichtigung der beiden Federn in der Weise erforderlich, dass 1) der Schwerpunkt einer jeden mit ihrer Gewichtsscheibe im Zustande der Abspannung der Feder in die Rotations-Achse fallen würde und 2) beide Federn einander gleich sind. Diese Komplikationen heben aber die ausserordentliche Einfachheit und die selbstverständliche Zuverlässigkeit in Bezug auf isochronen Gang auf, die man für solche Fälle, wo möglichste Genauigkeit verlangt werden muss, gut thun wird beizubehalten.

Hamburg, im September 1899.

Apparat zur photographischen Registrirung senkrechter Schiffsbewegungen.

Von

Dr. med. N. Ach in Strassburg i. E.

Bei meinen experimentellen Untersuchungen über das Wesen der Seekrankheit kam es mir vor Allem darauf an, eine genaue Kenntniss der diese Krankheit nach sich ziehenden Bewegungsänderungen, der Schiffsschwankungen, zu erhalten. Denn nur von dieser ausgehend kann eine rationelle Untersuchung der Seekrankheit möglich sein.

Während die *Rollbewegung* (um die durch den Schwerpunkt gelegte Längsachse) und die *Stampfbewegung* (um die Querachse) mit Hülfe des Krängungspendels objektiv annähernd festgestellt werden können, ist dies für die *senkrechte Bewegung des ganzen Schiffes* nicht der Fall. Hierin mag wohl der Grund liegen, dass diese letzte Bewegungsänderung bei der Besprechung von Schiffsschwankungen meines Wissens überhaupt noch nicht berücksichtigt wurde. *Das Maass der senkrechten Bewegung eines bestimmten Punktes umfasst jedoch die Stampf-, die Roll- und die senkrechte Bewegung mit Ausnahme der Bewegungsänderung in der horizontalen Ebene.* Denn Roll- und Stampfbewegung lassen sich in eine grössere vertikale und in eine kleinere horizontale Komponente zerlegen.

Es ist mir nun gelungen, diese senkrechte Bewegung mit Hülfe eines Apparates, der nach meinen Angaben von Hrn. Universitäts-Mechaniker Siedentopf in Würzburg angefertigt wurde, photographisch zu registriren[2]). Ich benutzte hierzu das von Bohne in Berlin gelieferte Aneroïd Nr. 2875.

Der Gedanke, mit Hülfe des Aneroïds senkrechte Schiffsschwankungen zu messen, stammt von Hrn. Neumayer, der ein mit mikroskopischer Ablesung versehenes Aneroïd benutzte, um Rückschlüsse auf Wellenhöhen zu machen. Auch mir hat er die Anregung zur Benutzung des Aneroïds gegeben, wofür ich ihm noch besten Dank sage.

Der Apparat besteht aus zwei Haupttheilen, aus der *Vorrichtung zur photographischen Registrirung* und aus der *Aufhängevorrichtung*.

[1]) Vgl. auch *diese Zeitschr.* **15.** *S. 262. 1895.*

[2]) Der Apparat wurde im Verlauf eines im naturwissensch.-mediz. Verein (mediz. Sektion) der Universität Strassburg über Seekrankheit gehaltenen Vortrages demonstrirt.

Die Einrichtung der photographischen Vorrichtung ist aus der Fig. 1 leicht ersichtlich. Auf der Achse des Aneroïds A ist statt des Zeigers der Spiegel S befestigt. Dieser reflektirt die Lichtstrahlen der Lampe L_1 durch den Schlitz B der photographischen Kasette C auf das auf den Rollen R gleitende Bromsilberpapier. In der Figur ist auch die Zeitmarkirung angegeben, wie sie in ähnlicher Weise früher schon von Raps angewandt worden ist (vgl. *diese Zeitschr.* ***14.*** *S. 1. 1894*). Die Scheibe Z befindet sich zwischen der zweiten Glühlampe L_2 und der photographischen Kasette C. Da nun diese Scheibe an der Peripherie mit zwölf schlitzförmigen Oeffnungen B_1 B_2 versehen ist und sich dieselbe in der Minute einmal dreht, so wird das Papier alle 5 Sekunden durch den Spalt B belichtet. TZ ist das Triebwerk der Zeitmarkirung und TC das der Kasettenrollen. Zum Schutze gegen Feuchtigkeit war in dem mit Filz ausgekleideten Apparat auf See eine Schale mit Chlorkalzium aufgestellt.

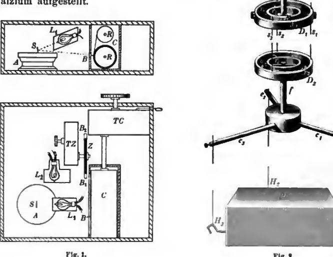


Fig. 1.

Fig. 2.

Die Aufhängevorrichtung ist in Fig. 2 dargestellt. Sie ist als ein sehr wichtiger Bestandtheil des Apparates aufzufassen; denn vor Allem von ihr hingen die Resultate der Untersuchungen ab. Sie bezweckt

a) eine Ausschaltung der kleinen Erschütterungen, die durch die Stösse der Maschine und der Schiffsschraube hervorgerufen werden. Denn gerade gegen kurze Vibrationen reagirt das Aneroïd sehr stark;

b) in Verbindung hiermit ein senkrechtes, der Erdschwere entsprechendes Hängen des Apparates. Dasselbe wurde durch doppelte kardanische Aufhängung erreicht.

Die kardanische Aufhängung ist durch die Doppelringe D_1 und D_2 gegeben. Der obere Doppelring D_1 ist durch die Achse x_1 drehbar am Aufhängezapfen z befestigt und dieser steht in Verbindung mit der Deckscheibe d. Die Drehungsachsen der Ringe r_1 und r_2 stehen senkrecht zu einander, sodass Bewegung nach allen Seiten möglich ist. Die beiden Doppelringe sind durch die Stahldrähte s_1, s_2, s_3 mit einander verbunden. In dem Ring r_2 des unteren Doppelringes ist der Zapfen f durch die

Achse x_2 beweglich. Mit dem Zapfen f sind starr verbunden die drei Eisenstäbe e_1, e_2, e_3. An ihren Enden hängt in Stahldrähten der Registrirapparat P. Diese Aufhängung ist in Anlehnung an eine von Prof. Julius angegebene Anordnung für erschütterungsfreie Aufstellung (*diese Zeitschr.* ***16.*** *S. 267. 1896*) so eingerichtet, dass sich der Spiegel des Aneroïds im Mittelpunkt der Aufhängeebene $H_1\ H_2\ H_3$ befindet und durch geeignete Aequilibrirung den Schwerpunkt des angehängten Apparates bildet.

Ausserdem ist der Aufhängezapfen z in einen dicken Gummibolzen G eingelassen und zwischen Deck und Deckscheibe d befand sich die Gummiplatte G_1. Auf diese Art gelang es nahezu vollkommen die Beeinflussung durch Erschütterungen auszuschalten. Die Länge des Registrirapparates P beträgt 48 *cm*, die Breite 43,5 und die Höhe 23,5 *cm*. Die Länge der oberen Stahldrähte betrug 30 *cm*, die der unteren 50 *cm*.

Die Direktion des Norddeutschen Lloyd hat mir in sehr entgegenkommender Weise Gelegenheit gegeben, auf einer Reise nach Baltimore, die ich zu diesem Zwecke unternahm, meine Untersuchungen zur Ausführung zu bringen. Diese Reise fand im November und Dezember des Jahres 1897 auf dem Dampfer „Bonn" statt. Ueber meine übrigen auf dieser Reise gemachten Untersuchungen werde ich an anderer Stelle berichten.

Der Apparat hatte seine Aufstellung 7,5 *m* vom Hintersteven und 2 *m* von Steuerbord entfernt direkt unter dem Oberdeck des Schiffes. Gegen Windwogen war dieser Raum durch Holzverschlag, der mit Segeltuch bedeckt war, hinreichend geschützt.

In Fig. 3 ist nach einer Originalaufnahme eine Kurve senkrechter Schiffsbewegungen dargestellt[1]), wie sie am 19. Dezember 1897 bei mässig bewegter See erhalten wurde. Die grössten Höhenunterschiede betragen ungefähr 7 *m*. Die bei schlechtem Wetter erhaltenen Kurven zeichnen sich durch grosse Unregelmässigkeit der Bewegungsänderungen (Höhendifferenzen bis 13 *m*) und der Geschwindigkeit der Schiffsbewegung aus (bis über 2 *m* pro Sekunde). Die grösstmöglichen Höhenunterschiede treten dann ein, wenn die vertikale Komponente der Stampf- und Rollbewegung und die senkrechte Bewegung des Schiffes zusammentreffen, während in allen übrigen Fällen die Ausdehnung der senkrechten Bewegung eine kleinere ist. Auf diese Weise kann auch bei eindeutigen Wellen (Fehlen von Interferenzen) eine Unregelmässigkeit der Bewegungsänderungen zu Stande kommen.

0 10 20 30 40 50 Sek.

Fig. 3.

Die Feststellung der Höhen aus den Kurven wurde durch Berechnung aus den gegebenen Entfernungen des Aneroïds vom Bromsilberpapier gewonnen, sowie auch durch Vergleichsversuche im pharmakologischen Institut der Universität Strassburg (Prof. Schmiedeberg) und in den Aufzügen der Universitäts- und Landesbibliothek daselbst bei bekannten Höhen.

Die Prüfung des Aneroïds war zweimal durch die Physikalisch-Technische Reichsanstalt vorgenommen worden, die das Instrument als ein gutes bezeichnete. Dass es für den vorliegenden Zweck recht brauchbar ist, hat auch die Prüfung desselben ergeben, die mit freundlicher Unterstützung des Hrn. Prof. Hergesell, Direktors des meteorolog. Instituts in Strassburg, im Frühjahr dieses Jahres bei geringen Höhenunterschieden, sowie unter gleichzeitigem Vergleich mit einem Normalbarometer vorgenommen wurde. Der Fehler der elastischen Nachwirkung und der mechanischen

[1]) Fig. 1 ist in $^1/_{10}$, Fig. 2 in $^1/_{15}$ und Fig. 3 in $^1/_2$ der wirklichen Grösse ausgeführt.

Uebertragung beträgt bei Höhen bis zu 15 *m* und bei sofortiger Ablesung höchstens $^5/_{100}$ *mm* Quecksilberdruck, d. h. weniger als 50 *cm* Höhendifferenz. Meistens war jedoch ein Fehler überhaupt nicht nachzuweisen.

Auch zur graphischen Darstellung von *Meereswellen*, insbesondere zur objektiven Messung von Wellenhöhen, liesse sich der Apparat, leichter konstruirt und aufgehängt in einem wasserdicht verschlossenen Behälter, wohl verwenden. Denn wie aus dem oben Ausgeführten hervorgeht, sind direkte Rückschlüsse aus den Messungen der senkrechten Schiffsschwankungen auf die vorhandenen Meereswellen recht unsicher. Ebenso lässt sich dieser Apparat wohl auch zur graphischen Registrirung rasch ablaufender Schwankungen des Luftdruckes gebrauchen, wie sie kurz vor Gewittern eintreten.

Referate.

Kilogramm-Prototype.

Von M. Thiesen. *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures* **8.** *1893 u.* **9.** *1899.*

Der ausführliche Bericht über die Vergleichungen der Kilogramme ist mit dem Erscheinen des vorliegenden 9. Bandes der *Travaux et Mémoires* zum Abschluss gebracht. Das Programm dieser Vergleichungen, welche bekanntlich den Zweck verfolgten, die Vertragsstaaten der sog. Meterkonferenz mit genau bestimmten „nationalen Prototypen" zu versorgen, welche in den betreffenden Ländern wiederum die Grundlage der Masseneinheit bilden sollten, umfasste einmal eine Vergleichung der nationalen Prototype unter einander, andererseits den Anschluss dieser Prototype an das „internationale Prototyp des Kilogrammes", welches, von gleicher Form und Beschaffenheit wie die nationalen Prototype, zur Verkörperung der Gewichtseinheit ausersehen war. Ueber die Ausführung des 1. Theiles dieses Programmes ist im 8. Bande berichtet worden. Da eine vollständige Vergleichung der 40 nationalen Prototype unter einander in allen möglichen Kombinationen wegen des grossen Umfanges einer solchen Arbeit nicht wohl durchführbar erschien, so theilte man die 40 Kilogramme, denen man zu diesem Zweck noch zwei gleichartige beigesellte, sowohl in 6 Gruppen von je 7, als auch in 7 Gruppen von je 6 Kilogrammen und führte innerhalb jeder der so gebildeten 13 Gruppen die Vergleichung der Kilogramme in allen Kombinationen durch. Dadurch verringerte sich die Zahl der Vergleichungen von 780 auf 231, also auf weniger als ein Drittel, wobei nichtsdestoweniger die Verknüpfung der Kilogramme unter einander in Folge der doppelten Gruppirung eine recht innige war. Diese Verknüpfung wurde noch verstärkt durch die Vergleichung der nationalen Kilogramme mit dem internationalen Prototyp, welche nach dem Beschlusse des *Comité international des Poids et Mesures* vom Jahre 1886 derart zu erfolgen hatte, dass jedes nationale Kilogramm einmal an das internationale Kilogramm direkt angeschlossen wurde. Der Bericht über diese Vergleichungen bildet den zweiten Theil des Gesammtberichtes, den ersten Abschnitt des vorliegenden 9. Bandes. Der zweite und der dritte Abschnitt, gleichzeitig der dritte bezw. der vierte Theil des Gesammtberichtes, sind der Ausgleichungsrechnung und der Diskussion der Resultate nebst einigen Untersuchungen über die Konstanz der Prototype, bezw. der Darstellung der Volumenbestimmungen der Kilogrammprototype gewidmet. Wir werden auf diese beiden Abschnitte weiter unten noch zurückkommen.

Die Kilogrammprototype sind bekanntlich aus einer Legirung von 90% Platin mit 10% Iridium hergestellt. Ihre Form ist diejenige eines Zylinders ohne Knopf, von einer Höhe, welche dem Durchmesser gleichkommt. Trotz der gleichen Herstellungsweise begnügte man sich nicht mit der Dichtebestimmung einiger weniger Stücke, vielmehr wurde das Volumen eines jeden derselben durch Wägung in Wasser besonders ermittelt. Erst

nach Beendigung dieser Wägungen wurden die bis dahin noch zu schweren Stücke durch Abschleifen der ebenen Flächen justirt, eine Operation, welche nach Bedarf wiederholt wurde. Nach definitiver Lieferung wurden die Kilogramme zunächst auf Unregelmässigkeiten, Schrammen in der Politur u. dgl. untersucht, dann mit Wasser- und Alkoholdämpfen gewaschen, nöthigenfalls auch mit einigen Tropfen verdünnter Salzsäure gereinigt und durch Anwendung von Actznatron im geschlossenen Raum getrocknet.

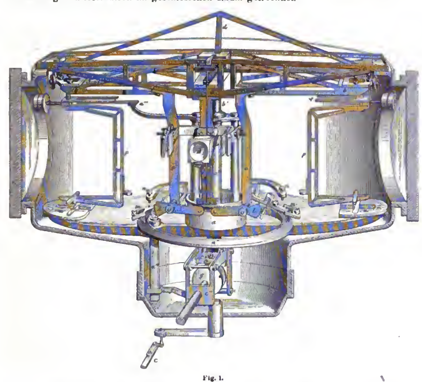


Fig. 1.

Die eigentliche Vergleichung setzt sich aus vier Einzelvergleichungen von je 8 Bestimmungen der Gleichgewichtslage zusammen, die passend kombinirt eine mehrmalige Ermittlung der Empfindlichkeit der Waage gestatteten. Jede Gleichgewichtslage wurde aus 4 Einzelablesungen $l_1\ l_2\ l_3\ l_4$ nach der Formel $\frac{l_1 + 3l_2 + 3l_3 + l_4}{8}$ gemäss früher vom Verf. veröffentlichten Untersuchungen berechnet. Die Umsetzung der beiden jedesmal der Vergleichung unterworfenen Kilogramme erfolgte ohne Oeffnung der Waage durch nach aussen führende Transportirvorrichtungen, welche aus grösserer Entfernung, von welcher aus auch die Ablesungen erfolgten, bethätigt wurden. Die Beobachtungen wurden endlich durch die Ablesung der Temperatur, der Feuchtigkeit und des Luftdrucks vervollständigt.

Während die Vergleichung der Kilogramme unter einander auf verschiedenen Waagen des Bureaus, die indessen als gleichwerthig betrachtet werden können, erfolgte, bediente man sich für die Vergleichung der Kilogramme mit dem internationalen Prototyp nur einer einzigen von Bunge in Hamburg gebauten Waage, die zu Wägungen im luftleeren Raum eingerichtet war. Die Wahl gerade dieser Waage war dadurch veranlasst, dass das internationale Prototyp, welches bei diesen Wägungen längere Zeit in der Waage verbleiben

musste, in dem Bunge'schen Instrument vor Beschädigung gesicherter erschien, als in den übrigen Waagen des Bureaus.

Es dürfte einiges Interesse bieten, auf die Konstruktion der Bunge'schen Waage etwas näher einzugehen. Dieselbe ist in Fig. 1 (a. v. S.) in perspektivischer Ansicht dargestellt, einzelne Details sind in den weiteren Fig. 2 bis 5 wiedergegeben. In den Abbildungen unterscheidet man

1. die festen mit c, c', c'', c''', s bezeichneten Theile;

2. die Theile, welche zum Auslösen und Arretiren der Waage dienen und nur im vertikalen Sinne beweglich sind, bezeichnet mit b b';

3. den Transporteur, welcher eine drehende, eine aufwärts und abwärts gehende Bewegung gestattet, bezeichnet mit a, a', a'', a''', a^{IV}, a^{V};

4. den Waagebalken d und die Waagschalen p.

Gehen wir auf Einzelheiten ein, so ist b ein Rahmen mit vier kleinen Rollen an den Enden, welche, in horizontalen Achsen gelagert, sich gegen vier mit dem Rahmen c fest verbundene vertikale Stäbe bewegen. b ist mit einem Zylinder b' verbunden, welcher auf der an den Enden gekerbten Röhre i aufliegt.

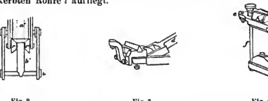


Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

Die Röhre i ruht auf dem Ende eines Hebels, dessen anderes Ende sich um eine in c'' gelagerte Achse dreht. Derselbe Hebel trägt ferner eine kleine Rolle, die von einem Exzenter mit horizontaler Achse (der Exzenter ist in der Fig. 1 durch einen anderen Exzenter g nahezu verdeckt) getragen wird. Durch Drehen des Exzenters, was aus grösserer Entfernung geschieht, hebt und senkt man die Röhre i und damit zugleich den Rahmen b.

Die einzelnen Theile des Transporteurs sind an dem Hohlzylinder a^{V} befestigt, welcher mit sanfter Reibung längs des Zylinders b' gleitet. Das untere Ende von a^{V} ist konisch und ruht auf zwei kleinen konischen Rollen r r (Fig. 2), welche durch einen zweiten Hebel und Exzenter g in derselben Weise in Thätigkeit gesetzt werden, wie es vorher für die Röhre i beschrieben ist, und dadurch ein Heben und Senken des Transporteurs gestatten. Die beiden Exzenter wirken in der Weise, dass, wenn man ihre gemeinsame Achse von links nach rechts dreht, zunächst nur der Transporteur sich senkt, während der Rahmen b noch an seinem Platze bleibt. Erst während des weiteren Drehens senkt sich bei jetzt ruhendem Transporteur der Rahmen b.

Die vertikale Stahlröhre a^{IV}, die mit dem Transporteur verbunden ist, ist in einer Gabel f angeordnet, die ihrerseits um eine vertikale Achse drehbar ist. Diese Anordnung hindert nicht die vertikalen Bewegungen des Transporteurs, der andererseits beim Drehen um die vertikale Achse mitgeführt wird, ohne dass dadurch seine vertikale Bewegungsfreiheit gehemmt wird. Denn, wie eben bemerkt, wird der Transporteur nur durch den Zylinder b', auf welchem er sich leicht dreht, und durch die konischen Rollen r getragen.

Die beschriebenen Bewegungsmechanismen dienen zur Ausführung folgender Operationen:

Ist der Rahmen b in seiner höchsten Stellung, so trägt er den Waagebalken d und das Stück e e (Fig. 4) der Waagschalen mittels 8 justirbarer, verschieden eingekerbten Achatpfannen, auf welchen andere halbkugelförmige Achate aufruhen, die mit dem Waagebalken bezw. mit e e fest verbunden sind. Vier Achate tragen den Waagebalken, einer an jedem Ende und zwei in der Mitte. Ihre Einkerbungen sind derart angeordnet, dass der Waagebalken unverrückt, aber zwangsfrei gehalten wird. An jedem Ende des Rahmens b nehmen zwei weitere Achate die beiden Achate jedes Stückes e auf.

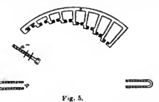
Senkt man den Rahmen *b*, so setzt sich zuerst die (stählerne) Mittelschneide des Waagebalkens auf eine im Rahmen *c* befestigte ebene Achatplatte auf, dann bei Fortsetzung der Bewegung senkt man die ebene Achatpfanne der Stücke *e e* auf die Endschneiden des Waagebalkens (Fig. 3 u. 4), womit die Anslösung der Waage beendet ist.

Die Waagschalen werden von den Theilen *e e* in folgender Weise getragen (Fig. 4): *e e* trägt zunächst eine nach oben und parallel zum Waagebalken gerichtete Schneide, auf welche sich *f* mittels dreier Achate auflegt. Im unteren Theile trägt dann *f* wiederum eine mit den Schneiden des Waagebalkens parallele Schneide und durch deren Vermittlung die Pfanne von *p*. Beide Schneiden bilden somit ein kardanisches Gehänge, welches *p* relativ zu *e* vollste Bewegungsfreiheit sichert.

Der Theil des Schalengehänges, welcher die Gewichte trägt, hat die Form eines einfachen Kreuzes. Um die Gewichte umzusetzen, hebt man zunächst den Transporteur derart, dass die entsprechend ausgeschnittenen Teller *a* das Kreuz frei durchlassen und die Gewichte abheben. Dann dreht man den Transporteur um 180° bis an einen Anschlag und setzt in der neuen Lage durch Senken des Transporteurs die Gewichte wieder auf die Schalenkreuze auf.

Während dieser letzten Operation tritt ein Mechanismus in Thätigkeit, der zur Erleichterung der automatischen Zentrirung der Gewichte auf dem Schalenkreuz dient. Es ist nämlich einleuchtend, dass man unter Benutzung des Transporteurs durch einfaches abwechselndes Abheben und Wiederaufsetzen des Gewichtes auf das Schalenkreuz zu einer immer vollkommeneren Zentrirung des Gewichtes gelangen kann, d. h. die Schwerpunkte des Gewichtes und des Gehänges in dieselbe Vertikale bringen kann, welche auch durch den Aufhängepunkt der Schale hindurchgeht. Diese Zentrirung wird durch die Eigenschwingungen des Schalenkrenzes sehr erschwert; der in Frage stehende Mechanismus dient nun dazu, diese Schwingungen unmittelbar vor dem Aufsetzen des Gewichtes auf das Schalenkreuz zu vernichten.

Fig. 1 zeigt den Transporteur in seiner tiefsten Stellung. Indem man ihn anhebt, lässt man die Hebel *l* sich um ihre in *c'* gelegene Achse drehen, wobei das eine Hebelende in einer Hohlkehle von *a'* schleift. Gleichzeitig heben sich auch die Hebel *m*, welche mit Hülfe kleiner Rollen auf dem Ringe *a''* des Transporteurs aufliegen. Die Hebel *m* tragen am Ende eines seitlichen Ansatzes kleine Rollen, welche während der aufsteigenden Bewegung des Transporteurs auf einem Kreisbogen des Hebels *l* laufen, um schliesslich in eine Vertiefung sich hineinzulegen. Wenn man jetzt den Transporteur senkt, so drehen sich die Hebel *l* im entgegengesetzten Sinne, wobei sie die Hebel *m* mitnehmen, die folglich hochgehen und den Ring *a''* als Stützpunkt verlassen. Die Hebel *m* tragen nun an ihrem Ende abgerundete Spitzen, die in die mit den Gehängen *p* fest verbundenen Hohlkonen eingreifen und dadurch die Schwingungen der Schalenkreuze vernichten. Kurz bevor dann die Gewichte sich auf die Schalen aufsetzen, stossen die Hebel *m* gegen die Anschlagschrauben *n*, welche die Rollen aus den Vertiefungen herausdrücken, sodass die Hebel die Gehänge freigeben und sich wieder auf *a''* auflegen.


Fig. 5.

Der Transporteur kann ferner zum Aufsetzen der Hülfsgewichte benutzt werden. Zu diesem Zwecke ist im Waagekasten ein Gestell *s*, das Fig. 5 zeigt, angebracht, welches 8 Hülfsgewichte in der Form von Drähten in Einkerbungen trägt. Ein am Transporteur befestigter Arm *a'''* kann dann genau unter eines dieser Gewichte gebracht werden; durch Heben des Transporteurs — die Hebung darf nicht so weit gehen, dass beim nachherigen Drehen der Transporteur gegen die Schalenkreuze stösst — wird dann das Hülfsgewicht von einer entsprechenden Einkerbung des Armes aufgenommen. Um noch ein zweites Gewicht zu erhalten, dreht man den Arm über das Gestell hinweg, senkt ihn und wiederholt die vorher beschriebene Operation noch an einer zweiten Stelle. Schliesslich dreht man den

Transporteur bis zum Anschlag nach rechts oder links. Der Arm befindet sich dann über einer am Gehänge sitzenden Gabel φ, auf welche sich beim Senken des Transporteurs alle vorher entnommenen Hülfsgewichte absetzen. In umgekehrter Operation können nach Gebrauch die Hülfsgewichte wieder auf ihre Plätze in dem Gestell zurückgebracht werden.

Da alle Manipulationen mit der Waage aus einer Entfernung von mehreren Meter vorgenommen werden, so sind natürlich alle Stellungen der Arretirungs- und der Transportirvorrichtung auf den Handgriffen genau angegeben.

Die Ablesungen der Waage geschehen mit Spiegel, Skale und Fernrohr. Der Spiegel ist horizontal auf dem Waagebalken befestigt; die horizontalen Lichtstrahlen passiren auf ihrem Hin- und Rückgang ein totalreflektirendes Prisma, durch welches sie in der Nähe des Spiegels in vertikale Richtung gebrochen werden.

Wenden wir uns jetzt dem dritten Theile des Gesammtberichtes zu. Der Verf. macht zunächst genaue Angaben über die Ausgleichung seiner Beobachtungen, die hauptsächlich nach der Methode der kleinsten Quadrate erfolgte, bezw. nach Methoden, die im Wesentlichen das gleiche Resultat mit dieser ergeben. Auf diese Ausgleichungsrechnung hier näher einzugehen, würde den Rahmen des Referates bei Weitem überschreiten. Dagegen möchte es wohl Interesse bieten, die Angaben des Verf. über die wahrscheinlichen Fehler der Resultate hier zu wiederholen. Danach ist

1. der wahrscheinliche Fehler der Masse eines nationalen Prototyps
   a) das Prototyp bezogen auf das internationale Prototyp $\pm$ 0,0022 *mg*,
   b) das Prototyp bezogen auf das Mittel aller nationalen Prototype $\pm$ 0,0020 *mg*;
2. der wahrscheinliche Fehler der Massendifferenz zweier nationalen Prototype, wenn beide Prototype
   a) der gleichen Gruppe angehören, $\pm$ 0,0027 *mg*,
   b) verschiedenen Gruppen angehören, $\pm$ 0,0028 *mg*.

An die Ausgleichungsrechnungen schliesst sich der Bericht über die Veränderlichkeit der Platiniridiumzylinder an. Bei den Stücken, bei denen sich eine starke Veränderlichkeit zeigte, konnte man entweder Höhlungen dicht unter der Oberfläche, in einem Falle auch den Einschluss eines Kalktheilchens nachweisen. Diese Stücke wurden umgeschmolzen. Ferner brachte das Reinigen der Kilogramme mit Flüssigkeiten fast immer eine Gewichtsveränderung mit sich, die indessen nur vorübergehend war. Dagegen hat das blosse Putzen eines Stückes, selbst wenn dasselbe merklich schmutzig war, niemals eine erhebliche Gewichtsverminderung im Gefolge gehabt.

Besonderes Interesse verdient das Verhalten eines Gewichtsstückes, welches in sauberes Leder verpackt aus dem Bureau nach Marseille und zurück geschickt wurde. Dasselbe hatte durch die Reise eine Gewichtsänderung von (+ 0,007 $\pm$ 0,0034) *mg* erlitten, ein zu geringer Betrag, als dass man demselben eine Realität zuschreiben könnte.

Nach der ursprünglichen Absicht sollten alle nationalen Prototype mit dem internationalen Prototyp im luftleeren Raume verglichen werden. Diese Arbeit musste aufgegeben werden, weil damit ein zu grosser Arbeitsaufwand verknüpft gewesen wäre. Als Ersatz entschloss man sich, zwei Kilogramme, und zwar diejenigen, welche die grösste Volumendifferenz aufwiesen, auf der Vakuumwaage bei verschiedenen Drucken zu vergleichen. Das Resultat dieser Untersuchungen war eine genügende Uebereinstimmung der Wägungen, wodurch die Realität der nach der hydrostatischen Methode gefundenen Volumina erwiesen wurde.

Endlich wurden zwei Kilogramme, um das etwaige Vorhandensein von Poren nachzuweisen, unter einer Glocke in Wasser gelegt und darauf die Luft ausgepumpt. Nach dem Auskochen des Wassers liess man die Luft wiederum zutreten und bestimmte aufs Neue den Werth der Stücke. Beide Kilogramme hatten bei dieser Operation keine Aenderung erlitten.

Im letzten Abschnitte des Berichtes werden nähere Angaben über die Volumenbestimmung der Kilogrammprototype gemacht. Die Zahl der hydrostatischen Wägungen — bei

wechselnder Temperatur — wurde auf 10 für jeden (noch nicht endgültig justirten) Zylinder festgesetzt, sodass sich für 40 Prototype 400 Wägungen ergaben, zu denen noch eine Anzahl Ersatzwägungen hinzutraten. Jede Wägung setzte sich aus 8 Bestimmungen der Gleichgewichtslage zusammen. Jedes Gleichgewicht wurde aus vier Ablesungen berechnet, entweder, wenn die Schwingungen bereits klein waren, als Mittel der vier letzten Lesungen, oder im anderen Falle nach der Formel $\frac{l_1 + 3l_2 + 3l_3 + l_4}{8}$, nachdem Verf. sich von der Zulässigkeit der letzteren Berechnungsart und ihrer Uebereinstimmung mit der ersteren durch Beobachtungen überzeugt hatte.

Das zu den Wägungen benutzte Gehänge hat in seiner Form manche Veränderungen erfahren. Ursprünglich für einen auf seiner Zylinderfläche liegenden Platiniridiumzylinder konstruirt, wurde es später für den stehenden Zylinder eingerichtet, da man im ersteren Falle eine Verletzung der bereits endgültig polirten Zylinderoberfläche befürchtete. Die zuletzt benutzte Anordnung ist in nebenstehender Fig. 6 im Querschnitt wiedergegeben, dem die Detailskizze des Gehänges in Fig. 7 beigefügt ist. Um ein Aufsetzen bezw. Abheben des zu wägenden Zylinders vom Gehänge zu bewirken, hat man nur nöthig, durch Tiefer- oder Höherschrauben des Wassergefässes den mit letzterem fest verbundenen dreizackigen Support zu senken oder zu heben. Der Höhenunterschied, an einem nebenbei befestigten Maassstab gemessen, erlaubt zugleich eine einfache Ermittlung der Korrektion für den Aufhängedraht. Das Aufsetzen des Gewichtes vor dem Beginne einer Wägung auf das Gehänge, welches zu diesem Zwecke theilweise aus dem Wasser herausgehoben wird, war mit einigen Schwierigkeiten verknüpft, weil bei dieser Operation das Anhaften von Luftblasen an der unteren Fläche des Zylinders vermieden werden musste. Die Operation ist indessen immer geglückt. Um Gehänge und Support in die richtige Lage zu einander zu bringen, diente das Stück *e*, welches zwischen den Aufhängedraht von Platiniridium eingeschaltet war, und welches gleichzeitig eine Verkürzung und eine Verlängerung des Aufhängedrahtes gestattete.

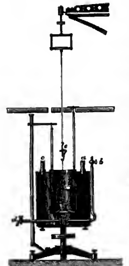
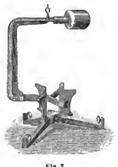


Fig. 6.


Fig. 7.

Das eigentliche, mit mehrfach destillirtem, luftfreien Wasser gefüllte Wägungsgefäss war von einem allseitig geschlossenen Wasserbad umgeben; die Oeffnungen *a*, *b*, *c*, *d* dienten dabei zum Rühren des Wassers mittels Durchsaugens von Luft.

Die eigentlichen Wägungen wurden in der Art ausgeführt, dass man — natürlich symmetrisch zur Mitte angeordnet — bei Belastung der Waage rechts mit einer Tara, die Waage links abwechselnd mit einem Kilogramm in Luft und mit einem Kilogramm in Wasser + dem Gewichtsverlust des Kilogramms in Wasser (etwa 46 *g*) belastete. Daneben wurden natürlich in geeigneter Weise die Hülfsinstrumente, die zur Ermittlung des Luftgewichts, der Wassertemperatur u. s. w. dienten, abgelesen.

Es ist hier nicht der Ort, auf die Resultate als solche, welche kein spezielleres Interesse haben, einzugehen. Dagegen verdient Erwähnung, dass die Dichte der Platiniridiumzylinder zwischen 21,4773 und 21,5514 schwankt, d. h. nur um wenig mehr als 0,3 %, ein Resultat, welches als ein durchaus zufriedenstellendes betrachtet werden muss. *Schl.*

Ein neues Aneroïd für grosse Luftdruckdifferenzen.

Von E. Whymper. *The Times (London) v. 17. Dez. 1898.*

Der bekannte Alpinist giebt an dieser Stelle die erste öffentliche Nachricht über ein neues „Berg-Aneroïd", von Oberst Watkin entworfen und von J. J. Hicks in London ausgeführt. Es beruht auf dem Gedanken, die Standänderungen eines Aneroïds, das starken und zum Theil rasch zurückgelegten Druckunterschieden ausgesetzt werden muss, dadurch zu verringern, dass die Zeit der Einwirkung des stark verminderten oder dann wieder stark vergrösserten Luftdrucks sehr abgekürzt wird. Das Instrument tritt nur für die Minute in Wirksamkeit, in der abzulesen ist, vorher und wieder sofort darauf wird die Einwirkung des Luftdrucks beseitigt. Eine genauere Beschreibung des Instruments ist bis jetzt nicht vorhanden (und auch vorläufig vom Erfinder und vom Verfertiger nicht zu erhalten); ich glaube aber doch die Leser dieser Zeitschrift schon jetzt darauf aufmerksam machen zu sollen, weil die Zahlen aus den Versuchsmessungen von Whymper in der Schweiz im letzten Herbst sehr günstige Ergebnisse vorstellen. Das Instrument ist dabei in Höhen zwischen rund 400 *m* (Genf) und 3100 *m* (Gorner Grat) gebracht und überall mit einem guten Quecksilberbarometer (Fortin, Ablesung $^1/_{500}$ bis $^1/_{1000}$ engl. Zoll, also etwa $^1/_{25}$ *mm* entsprechend) verglichen worden; zuerst war es in Zermatt (rund 1600 *m*) 6 Tage in Ruhe und es sind während dieser Zeit 21 Vergleichungen gemacht (bei jeder Ablesung wurde das Aneroïd während $2^1/_2$ Min. in Thätigkeit gesetzt). Dabei ist während dieser 6 Tage die Standkorrektion von + 3,1 *mm* auf + 1,8 *mm* gesunken. In der Folge haben aber sogar rasch zurückgelegte und sehr bedeutende Luftdruckunterschiede (z. Th. auf Strecken, auf denen auch von Schonung des Instruments gegen Stösse nicht viel die Rede sein konnte), z. B. mehrfach Zermatt-Gorner Grat u. s. f. dem Instrument nicht mehr viel anhaben können: in der Zeit zwischen 8. Septbr. und 17. Oktbr. hat sich die Standkorrektion stets zwischen + 1,7 *mm* und — 1,3 *mm* gehalten, wobei diese letzte Zahl mit Fragezeichen versehen ist; lässt man sie weg, so ermässigt sich die ganze Schwankung der Standkorrektion noch um $^1/_2$ *mm*. Die Zurücklegung der Strecke Visp-Zermatt mit 960 *m* Höhenunterschied (allerdings in der Eisenbahn, also bei wenig erschüttertem Aneroïd) in $2^1/_2$ Stunden, änderte die Standkorrektion nur um 0,3 *mm*. Beigefügt sei noch, dass das Instrument $4^1/_2$ engl. Zoll = 11 *cm* Theilungsdurchmesser hatte und für Luftdrücke zwischen 790 und 430 *mm* (31 und 17 Zoll) eingerichtet war; die Theilung ging bis auf $^1/_{20}$ Zoll (= 1,27 *mm*) Quecksilbersäule.

Es wird von Interesse sein, die weiteren Nachrichten über dieses neue Instrument zu verfolgen. *Hammer.*

Zur Kenntniss des ventilirten Psychrometers.

Von A. Svensson. *Akad. Abhandl. Stockholm 1898. 64 S. 1 Tafel.*

Verf. hat das Assmann'sche Aspirations-Psychrometer experimentell genau untersucht, mit besonderer Rücksicht darauf, die theoretische Bedeutung der Psychrometerformel aufzuklären. Als Vergleichs-Instrumente dienten das Volum-Hygrometer von Sondén und das Kondensations-Hygrometer von Crova. Bei den meisten Versuchen wurde das Psychrometer in einen Glaszylinder von 45 *cm* Höhe und $13^1/_2$ *cm* innerem Durchmesser eingeschlossen. An dem Uhrwerk war ein konischer Schirm von Messing angebracht, um den Luftstrom, der durch den Fächer herausgetrieben wurde, unten gegen den Boden des Zylinders zu reflektiren. Unten in der Zylinderwand war eine Oeffnung, in welche ein Bleirohr eingesetzt wurde, das zu der einen Pipette des Sondén'schen Hygrometers führte. In dem Deckel des Zylinders waren noch zwei Oeffnungen angebracht, die eine für eine Befeuchtungsvorrichtung, die andere für eine dünne Kautschukblase, um das zum Volum-Hygrometer weggeführte Gas zu ersetzen. Auf dem Boden des Zylinders befand sich eine Schale mit Schwefelsäure, sodass die Feuchtigkeit beliebig verändert werden konnte. Für Versuche bei Temperaturen, die niedriger waren als die des Zimmers, wurde statt des Glaszylinders ein Metallzylinder mit doppelten Seitenwänden benutzt, zwischen welche kaltes Wasser, Eis oder eine Kältemischung gefüllt war.

Die Versuche zeigten, dass bei Benutzung der August'schen Formel

$$x = f' - A\,b\,(t - t') \qquad [x \text{ Dampfdruck}, \; b \text{ Luftdruck}]$$

der Faktor A mit abnehmendem $(t - t')$ sehr rasch wächst; durch Hinzufügen eines von t' und f' abhängigen Korrektionsgliedes ε sank der mittlere Beobachtungsfehler einer Psychrometerbestimmung bis auf $\pm 0{,}12$ *mm*. Vielleicht stellt ε diejenige Korrektion dar, welche an der im luftleeren Raume gültigen Spannkraft des gesättigten Dampfes anzubringen ist, um die in der Luft und bei Berührung mit festen oder flüssigen Körpern vorhandene Dampfspannung zu bekommen. Verglichen mit dem Crova'schen Hygrometer liefert die neue Formel stets die kleineren Werthe.

Da zufällig die in die Formel der Diffusions- und der Konvektionstheorie eingehenden physikalischen Konstanten ungefähr zu demselben Faktor A führen, so wurde das Psychrometer auch in Kohlensäure, Wasserstoff und bei Befeuchtung mit Aethyl-Alkohol und Benzol (die letzten beiden Versuche sind allerdings sehr unsicher) geprüft und die Resultate mit den theoretisch sich ergebenden Werthen verglichen. Keine der beiden Theorien wird jedoch durch die Versuche bestätigt. Zu demselben negativen Resultat führte die Berechnung des Wärmeumsatzes am feuchten Thermometer aus dem Gewichte des verdunsteten Wassers. Der gefundene, unannehmbar hohe Werth für die Dicke der Luftschicht am feuchten Thermometer, in welcher der Austausch durch Diffusion oder Leitung vor sich geht (0,4 *mm*), beweist nach des Verf. Ansicht, dass die einfache Auffassungsweise, welche die fraglichen Theorien einführen, mit den thatsächlichen Verhältnissen nicht im Einklang steht.

Weitere Versuche führten zu dem Satze, dass die Verdunstungsgeschwindigkeit der Quadratwurzel aus der Windgeschwindigkeit proportional ist. Die Formel für A wird hiernach etwas einfacher als diejenige Sworykin's, nämlich

$$10^{-6} A = 10^{-6} A_0 + \frac{\alpha}{\sqrt{v}}.$$

Da die Ventilationsgeschwindigkeit v nur auf die Grösse des Strahlungsgliedes Einfluss ausüben kann, so ist α nur abhängig von der Strahlung. Schätzungsweise wird die Strahlungswärme am Assmann'schen Psychrometer zu etwa 1 % der ganzen umgesetzten Wärme bestimmt, und Svensson erhält dann für dieses Psychrometer $\alpha = 9{,}3$, für das Schleuder-Psychrometer und andere ventilirte Psychrometer $\alpha = 75$, $A_0 = 590 \cdot 10^{-6}$ (Wasser), bezw. $520 \cdot 10^{-6}$ (Eis).

Die allgemeine Formel für Psychrometer mit regelmässiger, bestimmbarer Ventilation und mit zylindrischen Thermometergefässen lautet demnach nach Svensson

$$x = f' - \varepsilon - A\,b\,(t - t').$$

Speziell für das Assmann'sche Aspirations-Psychrometer gilt

$$x = f' - (0{,}0258 - 0{,}000\,442\,t')\,f' - 596 \cdot 10^{-6}\,b\,(t - t') \qquad [\text{Wasser}]$$

und

$$x = f_1' - (0{,}0258 - 0{,}000\,442\,t')\,f_1' - 526 \cdot 10^{-6}\,b\,(t - t') \qquad [\text{Eis}].$$

Sg.

Ein Kompensations-Interferenz-Dilatometer.

Von A. E. Tutton. *Zeitschr. f. Krystallogr. u. Miner.* ***30.*** *S. 529. 1899.*

Der Verf. suchte die bekannte Abbe-Fizeau'sche Methode zur Bestimmung der thermischen Ausdehnung fester Körper noch weiter zu vervollkommnen, um sie mit gleichbleibender Genauigkeit auch auf sehr dünne Stücke, wie z. B. kleine Krystalle u. dgl., anwenden zu können. Die ursprüngliche Methode ist in *dieser Zeitschr.* ***13.*** *S. 365. 1893* von Pulfrich eingehend besprochen worden; sie besteht im Wesentlichen in Folgendem.

Aus einer Substanz mit möglichst gleichmässiger thermischer Ausdehnung, z. B. Platin-Iridium, wird ein Tischchen hergestellt, dessen aus Schrauben derselben Substanz bestehende Füsse mehr oder weniger weit durch die Tischplatte hindurchgeschraubt werden können. Auf die Spitzen dieser Schrauben legt man eine Glasplatte und orientirt sie mit Hülfe der Schrauben derart, dass ihre untere, plane Fläche der oberen, polirten Fläche der Tischplatte

nahezu parallel ist. Der zwischen beiden Flächen liegende, schwach keilförmige Luftraum erscheint dann bei Beleuchtung mit monochromatischem Licht (etwa der grünen Quecksilberlinie) von äquidistanten, geradlinigen Interferenzstreifen durchzogen, welche ebenso zu Stande kommen, wie die bekannten Ringe beim Newton'schen Farbenglas. Die Lage der Streifen hängt vom Abstand der beiden das Licht reflektirenden Flächen, der unteren Glasfläche und der oberen Fläche des Tischchens, ab, mithin von der Schraubenlänge. Erwärmt man also das ganze Tischchen, sodass sich die Schrauben ausdehnen, so sieht man die Streifen an einer auf der Glasplatte angebrachten Marke vorüberwandern. Der Verschiebung des Streifensystems um eine Streifenbreite entspricht die Verlängerung der Schrauben um eine halbe Wellenlänge des angewandten Lichtes, also um etwa 0,3 μ, und da man mit dem Mikrometer noch Verschiebungen von ungefähr einem Hundertel einer Streifenbreite nachweisen kann, so ergiebt sich hieraus, dass sich der Ausdehnungskoëffizient der etwa 1 bis 2 *cm* langen Schrauben mit grosser Genauigkeit ermitteln lässt. Um nun auch die Ausdehnung anderer Substanzen zu bestimmen, legt man diese in Gestalt von 1 bis 2 *cm* dicken Würfeln auf die Platte des Tischchens und benutzt nun die obere, polirte Fläche des Würfels sowie die untere Fläche der Glasplatte zur Erzeugung der Interferenzstreifen. Bei einer Erwärmung des Apparats sieht man wieder die Streifen wandern, aber im Allgemeinen langsamer, weil hier nicht die direkte Ausdehnung des Körpers, sondern die Differenz zwischen der Ausdehnung des Körpers und derjenigen der Schrauben die Streifenverschiebung bedingt. Da man nun die Ausdehnung der Schrauben kennt, so lässt sich auch diejenige des zu untersuchenden Körpers aus der Streifenverschiebung berechnen.

Die prinzipielle Neuerung des Verf. besteht nun darin, dass er auf den Versuchskörper noch eine spiegelnde Aluminiumplatte aufsetzt, deren Dicke ungefähr den 2,7. Theil von der Länge der Platin-Iridiumschrauben beträgt, denn da die Ausdehnung des Aluminiums etwa 2,7-mal so gross ist als diejenige des Platin-Iridiums, so wird „die Ausdehnung dieser Schrauben kompensirt und beseitigt, sodass die gesammte Ausdehnung der Substanz für die Messung benutzbar wird. Folglich ist es möglich, ein ebenso genaues Resultat mit einem kleinen Krystall zu erhalten, als vorher nur mit Hülfe eines viel grösseren Krystalls zu bekommen war".

Dieser Schluss ist jedoch nach Ansicht des Ref. vollständig irrig: Wenn auch die Ausdehnung des Körpers im einen Falle theilweise durch diejenige der Schrauben verdeckt wird, so wird sie deshalb doch nicht minder scharf bestimmt, da wir eben die Schraubenausdehnung bereits kennen. Bezeichnen wir mit l die Höhe des Würfels, dessen Verlängerung dl im Temperaturintervall 0° bis t^0 gemessen werden soll, mit l_1 die Schraubenlänge bei der Anordnung von Abbe-Fizeau (l_1 etwas grösser als l), mit n_1 die Anzahl der vorübergewanderten Streifen, nennen wir ferner l_2 die Schraubenlänge bei der Anordnung von Tutton, l_3 die Dicke der Aluminiumplatte (l_2 etwas grösser als $l+l_3$), n_2 die Anzahl der hier vorübergegangenen Interferenzstreifen, endlich α und β die Ausdehnungskoëffizienten der Schrauben, γ und δ diejenigen des Aluminiums, so gilt für die beiden Anordnungen

$$\text{Abbe-Fizeau: } dl = l_1\,(\alpha t + \beta t^2) \pm n_1\,\frac{\lambda}{2}\,,$$

$$\text{Tutton: } dl = l_2\,(\alpha t + \beta t^2) - l_3\,(\gamma t + \delta t^2) + n_2\,\frac{\lambda}{2}\,.$$

Der Fehler der Einstellung auf die Interferenzstreifen hat nun, absolut genommen, in beiden Fällen dieselbe Grösse, nämlich, wie eben bereits erwähnt, etwa $^1/_{100}$ Streifenbreite; somit ist in Folge der Einstellung allein dl *in beiden Fällen* mit einer Unsicherheit von $\pm\frac{1}{100}\cdot\frac{\lambda}{2}$ behaftet. Die Messung der Schraubenlängen l_1 und l_2 lässt sich nöthigenfalls auf optischem Wege (vgl. die Arbeit von Pulfrich *a. a. O.*) mit sehr grosser Genauigkeit feststellen, aber auch die nur mit dem Dickenmesser auszuführende Messung von l und l_3 wird keinen wesentlichen Fehler verursachen. Dagegen ist jeder der Koëffizienten α, β, γ und δ noch mit einer gewissen Unsicherheit behaftet, und es ist deshalb klar, dass bei

gleicher Dicke der zu untersuchenden Substanz der Fehler von dl schliesslich bei der Anordnung von **Tutton** eher grösser sein wird als bei der Anordnung von **Abbe-Fizeau**, keinesfalls aber wesentlich kleiner. Dies wäre nur dann denkbar, wenn es gelänge, die Ausdehnung der Schrauben durch diejenige des Aluminiumscheibchens *vollständig* zu kompensiren, was jedoch ausgeschlossen ist, da nach den Messungen des Verf. selbst das Verhältniss der beiden Ausdehnungskoëffizienten, des Platin-Iridiums zu demjenigen des Aluminiums, keineswegs konstant ist, also $\frac{\gamma}{\alpha}$ *nicht* $= \frac{\delta}{\beta}$. Somit muss auch bei **Tutton** für *genaue* Messungen — und um solche allein ist es dem Verf. offenbar zu thun — stets die Ausdehnung der Schrauben und der Aluminiumplatte in Rechnung gezogen werden. Schliesslich kommt noch in Betracht, dass es bei übrigens gleichbleibender Genauigkeit jedenfalls bequemer ist, die geringere Streifenanzahl n_1 zu bestimmen als die wesentlich grössere n_2, wenn man, wie der Verf. es räth, die vorüberwandernden Streifen thatsächlich abzählt und nicht nach dem **Abbe**'schen Verfahren nachträglich mit Hülfe einer diophantischen Gleichung rechnerisch ermittelt.

Die vom Verf. ausführlich beschriebene Anordnung des ganzen Apparates stammt, mit unwesentlichen Ausnahmen, im Prinzip entweder von **Benoît** oder von **Abbe-Pulfrich**, dagegen sind manche Einzelheiten mechanisch sehr schön durchgearbeitet und bequem eingerichtet. Beispielsweise kann der Verf. dadurch, dass er das bei den Beobachtungen weit von der Heizeinrichtung abstehende Fernrohr verschiebt und die brechenden Prismen durch ein Reflexionsprisma ersetzt, die Justirung des Dreifusses auf die richtige Streifenbreite u. s. w. direkt in der Heizkammer vornehmen, sodass ein besonderer Apparat zum Justiren und ein nachträgliches Umtransportiren des Dreifusses unnöthig ist. Die Erwärmung erfolgt in einem doppelwandigen Luftbad; sie wird durch ein besonders eingerichtetes Quecksilberthermometer gemessen, dessen Gefäss die Schrauben des Dreifusses und den Versuchskörper berührt, sodass nach dieser Richtung hin eine ausreichende Sicherheit dafür gewährleistet ist, dass auch wirklich die Temperatur des Körpers in Rechnung gezogen wird und nicht nur diejenige des Luftbades, von der sie, wie der Verf. fand, bei einer Temperatur von 120° bis zu 4° abweichen kann. Dass allerdings die Kapillare des Thermometers vom Theilstrich 70° an frei in die umgebende Luft ragt und die Korrektion des herausragenden Fadens nur mit Hülfe eines neben dem Thermometer aufgehängten Hülfsthermometers bestimmt wird, dürfte bei der grossen Unsicherheit der in Frage kommenden Korrektionen zu einer nicht unbeträchtlichen Fehlerquelle werden.

Die bis jetzt mitgetheilten Messungen des Verf. betreffen nur die Ausdehnung der Platin-Iridium-Schrauben und der Aluminiumplatten, und zwar erfolgten die eigentlichen Messungen bei Zimmertemperatur, bei 70° und bei 120°, sodass gerade genug Werthe zur Berechnung der beiden Ausdehnungskoëffizienten gewonnen wurden, aber keine überschüssigen Gleichungen, die zur Ermittelung der Unsicherheit der Messungen dienen könnten. Statt dessen führte der Verf. für die Schrauben 5, für die Aluminiumplatten 3 derartige Reihen aus, die sämmtlich recht befriedigend übereinstimmen. Es wäre interessant, wenn der Verf. später auch mit wohl definirten Substanzen, für welche bereits anderweitige Bestimmungen vorliegen, Kontrolmessungen vornehmen wollte, z. B. mit Quarz, senkrecht und parallel zur Achse, da gerade hierfür die von **Benoît** und **Pulfrich** bezw. **Reimerdes** gefundenen Werthe noch ziemlich stark differiren. —

Nachdem bereits der vorstehende Bericht gedruckt war, erschien in der *Zeitschr. f. Krystallogr. u. Miner.* **31.** *S. 372. 1899* ein kurzer Aufsatz des Hrn. Dr. **Pulfrich**: „Bemerkungen zu der Kompensationsmethode des Hrn. A. E. **Tutton**“, dessen Inhalt sich der Hauptsache nach vollständig mit den Ausführungen des Ref. deckt; Hr. **Pulfrich** kommt nämlich zu dem Schluss: „Ich sehe daher in der Anwendung der Kompensationsmethode, insoweit es sich um das Bestreben handelt, eine grössere Genauigkeit zu erzielen, nicht nur *eine unnöthige Komplikation für das Beobachtungsverfahren*, sondern auch *eine direkte Schädigung der Genauigkeit der Messung*. Gegen die Anwendung der Kompensationsmethode für die Untersuchung solcher

Körper, welche sich nicht oder nur schwer mit einer spiegelnden Planfläche versehen lassen, habe ich kaum etwas einzuwenden . . . .“ Aus der hierauf folgenden Erwiderung des Hrn. Tutton: „Ueber die Bemerkungen des Hrn. Dr. Pulfrich, betreffend mein Kompensations-Interferenzdilatometer“ geht hervor, dass Hr. Tutton die Ausführungen des Hrn. Dr. Pulfrich in ihrem wesentlichsten Punkte offenbar nicht verstanden hat, insofern er immer noch auf dem Standpunkte beharrt, dass ein etwaiger Messungsfehler bei der Kompensationsmethode deshalb weniger ins Gewicht fällt, weil die Anzahl der vorübergegangenen Interferenzstreifen grösser ist als bei der gewöhnlichen Anordnung. Trotzdem versichert Hr. Tutton (im Widerspruch zu seinen früheren Ausführungen): „Ich mache gar keinen Anspruch an höhere Genauigkeit für die Kompensationsmethode, . . . ich würde sie nie anwenden, wenn eine hinreichende Dicke eines gut polirten Materials für die Untersuchung vorhanden ist, und nach meiner Erfahrung ist von den beiden Methoden die gewöhnliche in allen Fällen vorzuziehen, diejenigen eingeschlossen, wobei die wünschenswerthe Dicke nicht vorhanden ist (!), bei welchen die zu untersuchende Substanz eine Politur annehmen kann, welche hinreichend ist, um die nothwendigen Reflexe zu liefern.“ Das heisst also mit anderen Worten: Hr. Tutton bezweckt mit der Einführung der Aluminiumplatte nur die Herstellung einer spiegelnden Oberfläche bei nicht polirfähigen Materialien; das Verfahren ist insoweit auch einwandsfrei, aber nicht neu, da früher bereits zu gleichem Zwecke spiegelnde Quarzplatten angewendet wurden. Jedenfalls aber verdient dann das Instrument des Hrn. Tutton nicht den Namen *Kompensations-Interferenz-Dilatometer*, denn die gleichzeitig erzielte Kompensation der Dreifuss-Ausdehnung ist ebenso nebensächlich, als überflüssig.

Glch.

Ueber die Anwendung von Interferenzstreifen beim Ablesen von Galvanometerablenkungen.

Von P. Weiss. *Compt. rend.* **128.** *S. 876. 1899.*

Hat ein Galvanometer einen Spiegel von 1 *cm* Durchmesser, so kann man einen Ablenkungswinkel von 2,5 Sekunden gerade noch erkennen. Um noch kleinere Ablenkungswinkel sichtbar zu machen, verfährt Weiss folgendermaassen: Das bewegliche System trägt einen rechteckigen Spiegel von den Dimensionen 10×4 *mm*, dessen grössere Seite waagerecht gestellt ist. Die Mitte des Spiegels ist mit schwarzem Lack bedeckt, sodass nur an beiden Seiten reflektirende Flächen von den Dimensionen 4×3 *mm* stehen bleiben. Der Spiegel ist konkav mit einem Radius von 4 *m*. Auf diesen Spiegel lässt man das Licht des Fadens einer Glühlampe fallen, die in 4 *m* Entfernung vom Spiegel aufgestellt ist; die Ablesung wird noch schärfer, wenn man das Bild des Fadens erst durch eine Sammellinse auf die Hälfte verkleinert. Die reflektirten Strahlen erzeugen dann in der Bildebene, die wiederum in 4 *m* Entfernung liegt, einen breiten hellen Streifen, der durch zwei feine schwarze Interferenzstreifen durchsetzt ist. Nimmt man einen dieser Streifen als Marke für die Ablesung, so kann man mittels eines Okularmikrometers noch eine Verschiebung von 0,025 *mm* im Abstand von 4 *m* messen. Diese Ablenkung ist etwa der vierte Theil der bei der gewöhnlichen Methode gerade noch wahrnehmbaren. *E. O.*

Elektrischer Registrirapparat für Platinthermometer von Callendar.

Nach Engineering **67.** *S. 675. 1899.*

Das von der *Cambridge Scientific Instrument Company* angefertigte Instrument ist im Wesentlichen eine Wheatstone'sche Brückenschaltung, welche die kontinuirliche Veränderung eines Zweigwiderstands selbstthätig kompensirt und registrirt. Der Apparat ist im Besondern für die Registrirung der Angaben eines Platin-Widerstands-Thermometers konstruirt.

Zwei Zweige der Wheatstone'schen Brücke sind von gleich grossem Widerstand gewählt; von den beiden andern bildet den einen das benutzte Platin-Thermometer, während der vierte sich zusammensetzt aus einem geeigneten Zusatzwiderstand und einem Brückendraht mit verschiebbarem Schlitten, welcher durch zwei elektromagnetisch auslösbare Uhrwerke

bewegt wird und gleichzeitig die auf einem Papierzylinder schreibende Registrirfeder trägt. Am Schlitten und zwischen den beiden gleich grossen Widerständen zweigt sich die Leitung nach einem nach dem d'Arsonval'schen Prinzip konstruirten, ziemlich kräftig gebauten Galvanometer ab, mit dessen Spulensystem ein Doppelkontakt in der Weise verbunden ist, dass je nach der Ausschlagsrichtung des Galvanometers das eine oder das andere der oben erwähnten Uhrwerke durch Schliessung des Kontakts in Gang gesetzt wird, wodurch die Bewegung des Brückendraht-Schlittens und der Registrirfeder in dieser oder jener Richtung erfolgt. Ein zuverlässiger Kontakt ist dadurch erreicht, dass der eine oder andere von zwei gabelförmig angeordneten Platinstiften gegen die Seitenfläche eines metallenen Rädchens anschlägt, gegen welches eine die Oberfläche polirende Metallfeder schleift. Die Einzelheiten sind in übersichtlicher Weise auf einer Tafel angeordnet.

Es wird mitgetheilt, dass ein solcher Apparat, als automatischer Wärmeregulator benutzt, im Stande war, die Temperatur eines Gasofens bei 1000° C. auf 0,5° konstant zu halten.

Rt.

Neu erschienene Bücher.

Commission extraparlamentaire du Cadastre. *Procès-Verbaux.* 6 Bände. Paris, Imprimerie Nationale 1891 bis 1898.

In Frankreich ist seit mehreren Jahren die Frage der Erneuerung des Katasters von einer im Ministerium der Finanzen durch Dekret vom 30. Mai 1891 eingesetzten Kommission diskutirt worden. Auch für die Leser dieser Zeitschrift sind Theile der Verhandlungen dieser Kommission von Interesse; ohne hier irgendwie auf den Inhalt der sechs starken Foliobände, soweit er sich mit Fragen der Verwaltung u. s. f. beschäftigt, eingehen zu wollen, möchte ich doch in aller Kürze auf die Erörterung der technischen Arbeiten (Methoden und instrumentelle Hülfsmittel der künftigen Kataster-Neumessung) verweisen. Besonders der grosse praktische Versuch, die Neuaufnahme der Gemeinde Neuilly-Plaisance unter der Leitung von Lallemand (s. den Generalbericht über die Arbeiten der technischen Unterkommission von Cheysson, Heft 6; vgl. auch den Auszug, den Lallemand in der *Rivista di Topogr. e Catasto* ***11.*** *Nr. 5. 1898* begonnen hat) und die vergleichenden Versuchsmessungen (nach der bei uns gewöhnlichen Polygonisirungsmethode und nach der tachymetrischen Methode), worüber Durand-Claye Bericht erstattet hat, sind in dieser Beziehung auch hier erwähnenswerth. Die Versuchsflächen in diesen sieben Departements waren je etwa 600 Hektar gross und in Beziehung auf topographische Verhältnisse, Kulturarten und Parzellirung mit möglichster Verschiedenheit gewählt, so jedoch, dass ihr Durchschnitt in allen diesen Beziehungen dem Durchschnitt von ganz Frankreich sehr nahezu gleichkommt. Im Ganzen haben zur Aufnahme dieser 3972 *ha* mit 12288 Parzellen (1 Parzelle also durchschnittlich 0,32 *ha* gross) zur *Feldarbeit*

die Abtheilungen, die mit Anwendung der Alignementsmethode arbeiteten, 6478 Std.
" " " " " " tachymetrischen Methode " 3048 "

gebraucht. Für die *Bureauarbeit* dagegen (Berechnung der Messungen und Auftragen der Pläne, aber ohne Flächenberechnung)

die Abtheilungen, die nach der Alignementsmethode arbeiteten, 7819 Std.
" " " " " tachymetrischen Methode " 9990 " .

Im Ganzen ist also die tachymetrische Methode (die tachymetrischen Abtheilungen hat Sanguet in die Arbeit eingeleitet) mit rund 13000 Std. gegen die Alignementsmethode mit 14300 Std. nicht bedeutend im Vortheil; es ist dabei aber nicht zu vergessen, dass man von der Bureauarbeit vieles weniger geübten Arbeitern anvertrauen kann, während bei der Feldarbeit vor allem die richtige *Anordnung* der Messung Ueberblick und Uebung verlangt.

Es ist kein Zweifel, dass beide Methoden, die als wesentlich gleichwerthig in Beziehung auf Genauigkeit und auf Kosten erkannt worden sind, auch für die ganze Arbeit neben einander Verwendung finden werden; sie lassen sich ja auch fast überall *kombiniren.* Dass dabei

in der tachymetrischen Methode die neuern „selbstrechnenden“ Tachymeter eine grosse Rolle spielen werden, ist ebenfalls nicht zweifelhaft. Merkwürdig, dass in Deutschland immer noch so wenig Interesse dafür vorhanden ist. Von grossem Interesse sind die Mittheilungen, die (*Heft 6. S. 325 bis 326* und *S. 485 bis 486* von Lallemand) über die jetzigen Leistungen des selbstrechnenden Tachymeters von Champigny und über den selbstthätigen Tachygraphen von Schrader gemacht werden. Das erste Instrument ist noch einiger Verbesserungen fähig, hat aber sicher eine grosse Zukunft; das Schrader'sche Instrument hat grosse Verbesserungen erfahren und wird vielleicht berufen sein, das ganze Heer von Ziffern, durch das man sich durcharbeiten muss, um zum Schlussresultat irgendwelcher topographischen Messung zu kommen, zu unterdrücken, indem es auf dem Feld selbst, mit einer Genauigkeit von $^1/_{10}$ *mm* in der Zeichnung (0,1 *m* bei 1 : 1000) den Plan im Maassstab 1 : 1000 herstellt.

Die schöne Probemessung von Lallemand in der Gemeinde Neuilly-Plaisance stützt sich im Wesentlichen auf die Studien, die er in Elsass-Lothringen, Baden u. s. f. gemacht hatte, und befolgt die bei uns geläufigen Methoden der Kleintriangulirung, Polygonisirung und Koordinaten-Aufnahme. Lallemand hat mit dieser Arbeit einstimmiges Lob geerntet.

In der lebhaften Diskussion über Koordinatenmethode u. s. w. contra Tachymeter u. s. f. kamen z. Th. schwer verständliche Behauptungen zum Vorschein; z. B. sagte Sanguet, das Stahlmessband, das in Frankreich seit 1838 verwendet werde, *„commence à se répandre en Allemagne“* (*Heft 6. S. 249* und *S. 272*), und man solle es in Frankreich nicht wieder aufgeben wollen zu Gunsten von aus dem Ausland importirten Maassstäben, die in Frankreich seit $1^1/_2$ Jahrhunderten verlassen worden seien. (Sanguet zeigte dabei noch überflüssiger Weise die Handhabung der *perche* auf einem Bild vor, das auch bei Laussedat (vgl. *diese Zeitschr.* ***19.*** *S. 62. 1899*) reproduzirt ist; es wird Niemand unbekannt sein, dass man nicht nur 1762 in Frankreich, sondern seit Jahrhunderten überall die *„perches“* angewandt hat. Lallemand hat mit der Anwendung von 4 *m*-Latten in Neuilly-Plaisance gute Erfahrungen gemacht und es ist bekannt genug, dass in Deutschland zur Zeit das Messband eher wieder zurückgedrängt wird durch die Latten, deren Genauigkeit grösser ist und deren Messungsgeschwindigkeit im Allgemeinen wenig, in manchen Fällen gar nicht hinter der des Messbandes zurücksteht. Man könnte Hrn. Sanguet aus 1838 auch *andere* Werkzeuge zeigen, die man in Frankreich wie bei uns zur Längenmessung benutzt hat und die jetzt glücklicherweise verlassen sind.

Doch ich kann hier auf Einzelheiten nicht weiter eingehen. Bemerkt sei nur noch, dass man sich in der ganzen Triangulirung, Polygonisirung und Tachymetrie der zentesimalen Quadranteneintheilung bedienen wird; ferner dass Lallemand, der jetzige Direktor der technischen Arbeiten der Kataster-Neumessung, die lokalen Koordinatensysteme durch sechs Meridionalsysteme für ganz Frankreich zu ersetzen gedenkt, deren x-Achsen je die Längendifferenz von 2^g (= 1,8°) erhalten. Die Längenverzerrung der unverändert als rechtwinklige ebene Koordinaten aufgetragenen rechtwinkligen sphärischen Koordinaten in der Richtung W.—O. wird damit an den Rändern der einzelnen Koordinatenbereiche nicht über 7 *cm* pro Kilometer hinausgehen. *Hammer.*

W. W. Campbell, *The Elements of practical Astronomy.* Neue Ausgabe. 8°. Mit Illustr. New York 1899. Geb. in Leinw. 10,00 M.

J. H. van 't Hoff, Vorlesungen üb. theoretische u. physikal. Chemie. 2. Hft. Die chem. Statik. gr. 8°. X, 148 S. m. Fig. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. 4,00 M.

Jahrbuch f. Photographie u. Reproduktionstechnik f. d. Jahr 1899. Hrsg. v. Prof. Dr. Jos. Maria Eder. 13. Jahrg. 8°. VIII, 680 S. m. 156 Abbildgn. u. 39 Kunstbeilagen. Halle, W. Knapp. 8,00 M.

W. Ostwald, Grundriss d. allgemeinen Chemie. 3., umgearb. Aufl. gr. 8°. XVI, 549 S. m. 57 Fig. Leipzig 1899. 16,00 M.

Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. **H. Landolt**, Vorsitzender, Prof. Dr. **A. Westphal**, geschäftsführendes Mitglied,
Prof. Dr. **E. Abbe**, Dr. **H. Krüss**.

Redaktion: Prof. Dr. St. Lindeck in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang. **November 1899.** Elftes Heft.

Theorie des Mikroskopes.

Fortsetzung: Das Pleurosigmabild.

Von
Karl Strehl, K. Gymnasiallehrer zu Erlangen.

Diese Studie, ein in sich abgeschlossener Theil einer grösseren Untersuchung über die Theorie des Mikroskopes, verfolgt den Zweck, an der Hand der Formeln welche ich in der Abhandlung „Theorie des Mikroskopes" (*diese Zeitschr. 18. S. 301. 1898*) aufgestellt habe, den ausserordentlichen Formenreichthum des mikroskopischen Bildes von *Pleurosigma angulatum*, wie er sich unter wechselnden Umständen bei der Beobachtung ergiebt, mathematisch abzuleiten, und so an einem ganz bestimmten, überdies jedem Mikroskopiker nicht unbekannten Beispiel zu zeigen, einerseits, dass die Kenntniss der Beugungstheorie zur richtigen Deutung der mikroskopischen Wahrnehmung unerlässlich ist, andererseits dass dieselbe die feinsten Züge des beobachteten Bildes zu entwickeln vermag. Im Uebrigen sehen nachstehende Betrachtungen im Allgemeinen von den Fehlern des Instrumentes ab, beschäftigen sich also mit der Wirkungsweise des aplanatischen Mikroskopes.

Im Folgenden bedeuten wie immer φ die äquivalente Brennweite des Objektives, insbesondere Φ bezw. φ die vordere bezw. hintere Brennweite von Oelimmersionen; P bezw. p den Brennpunktsabstand des Objektes bezw. des Bildes (letzterer ist die sog. optische Tubuslänge); $A = n \sin \alpha$ die numerische Apertur; r bezw. $\mathfrak{r}$ und ω Polarkoordinaten parallel zur hinteren Brennebene; ξ und η rechtwinklige Koordinaten in einer Bildebene; Δ den Abstand zwischen Haupt- und Nebenbildebene; λ die Wellenlänge; dF die *absolute* Normalgrösse der Elementarfläche eines Beugungsspektrums auf der zum Mittelpunkt der Hauptbildebene konzentrischen Kugelfläche vom Radius p; j, i, k, h die *relative* Länge der zugehörigen Schwingungsamplitude (deren Quadrat den relativen Betrag der entsprechenden Energie); endlich $\mathfrak{X} = 2\pi r \xi/(\lambda p)$ bezw. $\mathfrak{Y} = 2\pi r \eta/(\lambda p)$ und $\mathfrak{Q} = \pi \Delta r^2/(\lambda p)^2$, wobei $\Delta = dp$ ist, sowie M^2 die Lichtstärke im Bildpunkt von der Dimension einer Flächenenergie.

Gerade Beleuchtung.

Normalbild.

Unter „Normalbild" verstehe ich das Bild, welches durch ein Hauptmaximum in der optischen Hauptachse und einen Kranz von 6 Nebenmaxima, sämmtliche von elementarer Fläche in der Hauptbildebene erzeugt wird; unter „normaler Lage" die Parallelität der Mittelrippe mit der $\mathfrak{Y}$-Richtung; alsdann haben die Beugungsspektra folgende Koëffizienten und erfahrungsmässige Stellungen:

Hauptmaximum $j = i$; $r = 0$,
Nebenmaxima $j = h$; $r = \mathfrak{r}$; $\omega = 30^0; 90^0; 150^0; 210^0; 270^0; 330^0$.

$$M^2 = \left(\frac{dF}{\lambda p}\right)^2 \left\{ i + 2h \left[\cos \mathfrak{Y} + 2 \cos\left(\frac{1}{2}\mathfrak{Y}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathfrak{X}\right)\right]\right\}^2 \qquad \text{Normalbild.}$$

Da drei Parallelschaaren konstanter Lichtstärke auftreten, deren Gleichungen folgende sind:

$$\mathfrak{Y} = (2m+1)\pi \qquad \frac{\sqrt{3}}{2}\mathfrak{X} = \pm \frac{1}{2}\mathfrak{Y} + (2m+1)\pi,$$

so besteht das Normalbild bekanntlich abwechselnd aus Sechsecken und Dreiecken, deren gemeinsame Seiten der Richtung nach durch Verbindung der Nebenmaxima in der Reihenfolge (13), (24), (35), (46), (51), (62) erhalten werden. Die Koordinaten der Mitten von den 6 das mittlere Sechseck umgebenden Dreiecken sind

$$\mathfrak{X} = 0;\ \mathfrak{Y} = \pm \frac{4\pi}{3} \qquad \mathfrak{X} = \pm \frac{2\pi}{\sqrt{3}};\ \mathfrak{Y} = \pm \frac{2\pi}{3}.$$

Die Lichtstärke in den Mitten der Sechsecke und Dreiecke sowie längs der gemeinsamen Seiten ergiebt sich proportional zu folgenden Ausdrücken:

Sechsecke	M^2 prop.	$[i + 6h]^2$,
Dreiecke	M^2 „	$[i - 3h]^2$,
Seiten	M^2 „	$[i - 2h]^2$.

Die Dreiecksmitten erscheinen also dunkler — und dies ist ein sehr wichtiger Umstand — als die gemeinsamen Seiten.

Sechseckfelderung.

Die bekannten Sechsecke von *Pleurosigma angulatum* sind nämlich mit den Sechsecken des Normalbildes *nicht* identisch; während letztere ein zur $\mathfrak{X}$-Richtung paralleles Seitenpaar aufweisen, besitzen erstere ein zur $\mathfrak{Y}$-Richtung, also, wie jeder Mikroskopiker weiss, zur Mittelrippe paralleles Seitenpaar; deren Entstehung ist vielmehr eine ganz eigenartige: *Je zwei Dreiecksmitten als dunkelste Stellen des Normalbildes fliessen scheinbar längs der Verbindungsstrecke zu einer Sechseckseite der bekannten Felderung zusammen.* Von der Richtigkeit dieser Behauptung kann man sich durch Betrachtung von Tafel I in dem „Spezialkatalog über Apparate für Mikrophotographie“ der optischen Werkstätte von C. Zeiss (welcher leider vergriffen ist) überzeugen.

Die hellen Sechsecke und die (wie wir unten sehen werden, aus einem besonderen Grund) *hellen* Dreiecke treten am linken Rande deutlich hervor.

Links gegen die Mittelrippe zu erscheinen je zwei Dreiecke zu einem grauen Streifen zusammengeflossen (die gewöhnliche Sechseckstruktur).

Mangel an Empfindlichkeit des Auges bewirkt, dass man unter gewöhnlichen Umständen an Stelle des Normalbildes die gewöhnliche Sechseckfelderung erblickt.

Idealbild.

Den sichersten Aufschluss über die Struktur des Objektes ergiebt uns nicht sowohl das Aussehen des mikroskopischen Bildes (theils weil es von der Grösse der numerischen Apertur abhängig ist, theils weil es zu groben Täuschungen Anlass giebt) als vielmehr das Aussehen der Beugungserscheinung am Ort der hinteren Brennebene (soweit sich dasselbe mit blossem Auge oder durch Photographie feststellen lässt).

Wenn das Hauptmaximum in Mitte des Kranzes von 6 Nebenmaxima die gesammte Beugungserscheinung (diskontinuirlicher Art) vorstellen würde, dann würde das Objekt Stelle für

Stelle eine zur Lichtstärke des Normalbildes nach einfachem Verhältniss proportionale Lichtdurchlässigkeit (ohne Phasenverschiebung) besitzen.

In diesen einfachen Fällen könnte man aus dem Ansehen der Beugungserscheinung am Ort der hinteren Brennebene als physikalischer Thatsache auf die verhältnissmässige (aber durchaus nicht auf die wirkliche) Beschaffenheit der Struktur des Objektes mathematische Schlüsse ziehen, welche viel mehr Feinheiten aufzudecken vermöchten, als die direkte Beobachtung der Züge des mikroskopischen Bildes.

Nun entspricht der erfahrungsmässige Abstand e der Parallelschaaren konstanter Lichtstärke bei gröberen Exemplaren einer Anzahl von 18 Streifen auf $10\,\mu$; wir bekommen also folgende Beziehungen:

Streifenintervall $\mathfrak{Y} = 2\,\pi$; folglich $\mathfrak{r} = \lambda\,p:\eta$,
Sinussatz $\sin\alpha:(r:p) = (p+q):(P+\Phi) = p:\Phi$; folglich $r = \Phi\sin\alpha = \varphi\,A$,
Vergrösserung $\eta:e = n\,(p+q):(P+\Phi) = n\,p:\Phi = p:\varphi$,
$A = \lambda:e = 0{,}55\,\mu/(10\,\mu:18) = 0{,}99.$

Nun erzeugt aber *Pleurosigma angulatum* ausser dem Hauptmaximum und dem Kranz von 6 Nebenmaxima 1. Ordnung auch einen Kranz von 6 Nebenmaxima 2. Ordnung (wie man durch schiefe Beleuchtung erkennt), also folgende Gruppe von Beugungsspektra:

Hauptmaximum $j = i$; $r = 0$,
Kranz 1. Ordnung $j = h$; $r = \mathfrak{r}$; $\omega = 30^\circ;\ 90^\circ;\ 150^\circ;\ 210^\circ;\ 270^\circ;\ 330^\circ$,
Kranz 2. Ordnung $j = k$; $r = \sqrt{3}\,\mathfrak{r}$; $\omega = 0^\circ;\ 60^\circ;\ 120^\circ;\ 180^\circ;\ 240^\circ;\ 300^\circ$.

$$M^2 = \left(\frac{dF}{\lambda p}\right)^2 \left\{ i + 2\,h\left[\cos\mathfrak{Y} + 2\cos\left(\frac{1}{2}\,\mathfrak{Y}\right)\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathfrak{X}\right)\right] + 2\,k\left[\cos(\sqrt{3}\,\mathfrak{X}) + 2\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathfrak{X}\right)\cos\left(\frac{3}{2}\,\mathfrak{Y}\right)\right]\right\}^2 \qquad \text{Idealbild.}$$

Das durch ein Hauptmaximum in der optischen Hauptachse in Mitte eines doppelten Kranzes von Nebenmaxima 1. und 2. Ordnung, sämmtlich von elementarer Fläche und wechselseitig gleichem Abstand, in der Hauptbildebene erzeugte „Idealbild" kann durch kein bis jetzt existirendes Objektivsystem, auch nicht durch die Monobromnaphtalin-Immersion mit $A = 1{,}60$ von **Zeiss**, dem Auge direkt sichtbar gemacht werden; um es photographisch zu erhalten, dazu genügen jedoch bereits homogene Oelimmersionen von $A = 1{,}40$. Denn die erforderliche numerische Apertur beträgt nach Obigem für $\lambda = 0{,}55\,\mu$, also für die direkte Beobachtung mit dem Auge $A = 0{,}99\,.\,\sqrt{3} = 1{,}71$ und reduzirt sich für die photographische Aufnahme etwa im Verhältniss 55 : 43.

Parallelschaaren konstanter Lichtstärke sind in dem Idealbild nicht vorhanden, weil der Klammerfaktor der Nebenmaxima 1. Ordnung und der Klammerfaktor der Nebenmaxima 2. Ordnung jeder für sich zwei verschiedene Systeme von Parallelschaaren konstanter Lichtstärke ergeben würde, welche (wie leicht nachzuweisen) gleichzeitig nicht auftreten können. Die Lichtstärke in den Mitten der Sechsecke und Dreiecke des Normalbildes ergiebt sich proportional zu folgenden Ausdrücken:

Sechsecke M^2 prop. $[i + 6\,h + 6\,k]^2$,
Dreiecke M^2 „ $[i - 3\,h + 6\,k]^2$,
Seiten M^2 „ $[i - 2\,h \pm \ldots]^2$.

An Stelle des Normalbildes erhalten wir also im Idealbild ein viel komplizirteres, dessen einzelne Züge sich durch (allerdings langwierige) Berechnung des definirenden mathematischen Ausdrucks feststellen lassen, wozu aber ein praktischer Grund um so

weniger vorliegt, als es im Wesentlichen ein „zerflossenes Normalbild“ vorstellt und somit doch wieder zur Vortäuschung der bekannten Sechseckfelderung Anlass giebt.

Wenn also nach den Photographien von *Pleurosigma angulatum* mit der Monobromnaphtalin-Immersion von Zeiss durch van Heurck sich scheinbar ergeben hat, dass Trockensysteme Sechsecke, Oelimmersionen Kreise, Monobromnaphtalin-Immersion wieder Sechsecke zeigen, so dürfen in Anbetracht der mangelhaften Empfindlichkeit des Auges (welches das wirkliche mikroskopische Bild in seinen letzten Feinheiten gar nicht zu erfassen vermag) und der Fehlerquellen bei der photographischen Aufnahme (fehlerhafte Einstellung, photographische Irradiation, inkohärente Beleuchtung der verschiedenen Strukturelemente) solche Aussprüche nur mit grösster Vorsicht entgegengenommen werden.

Tiefenbild.

Positives und negatives Bild. Viertelphasenbild.

Das Bild ausserhalb der zur Objektebene nach geometrisch-optischen Gesetzen konjugirten Hauptbildebene, welches ich „Tiefenbild“ nenne, ist nach meiner früheren Abhandlung definirt durch folgenden Ausdruck:

$$M^2 = \left(\frac{dF}{\lambda p}\right)^2 \left\{ i^2 + 4\,i\,h \left[\cos \mathfrak{Y} + 2 \cos\left(\frac{1}{2}\,\mathfrak{Y}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathfrak{X}\right)\right] \cos \mathfrak{Q} \right.$$
$$\left. + 4\,h^2 \left[\cos \mathfrak{Y} + 2 \cos\left(\frac{1}{2}\,\mathfrak{Y}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathfrak{X}\right)\right]^2 \right\} \qquad \text{Tiefenbild.}$$

Für $\mathfrak{Q} = 0$ ergiebt sich das „Normalbild“ oder „positive Bild“, so benannt, weil die Pseudosechsecke hell mit dunklen Rändern erscheinen.

Für $\mathfrak{Q} = \pi$ ergiebt sich das dunkle Pseudosechsecke mit hellen Rändern zeigende „negative Bild“, welches durch sehr geringe höhere oder tiefere Einstellung aus dem vorigen erhalten werden kann.

Unter günstigen Umständen kann man abwechselnd 3 positive und 2 negative Bilder erzielen; da aber, wie ich in obiger Abhandlung nachgewiesen habe, das Mikroskop längs der optischen Hauptachse *nothwendig* unachromatisch ist, d. h. positive Bilder der einen Farbe mit negativen Bildern der anderen Farbe zusammentreffen, so werden von der Hauptbildebene aus nach oben und unten die Bedingungen immer schlechter, unter denen man die gegensätzlichen Bilder zu unterscheiden sucht.

Für $\mathfrak{Q} = \pi/2$ ergiebt sich ein, wie wir gleich sehen werden, sehr merkwürdiger Fall, das „Viertelphasenbild“ (weil $\mathfrak{Q} = 2\pi$ wieder das Normalbild erzeugen würde).

Demnach haben wir folgende allgemeine Uebersicht:

		Positives Bild	Negatives Bild	Viertelphasenbild
Sechsecke	M^2 prop.	$[i + 6\,h]^2$	$[i - 6\,h]^2$	$[i^2 + 36\,h^2]$,
Dreiecke	M^2 „	$[i - 3\,h]^2$	$[i + 3\,h]^2$	$[i^2 + 9\,h^2]$,
Seiten	M^2 „	$[i - 2\,h]^2$	$[i + 2\,h]^2$	$[i^2 + 4\,h^2]$.

Wie ich schon früher nachwies, haben wir das positive Bild auch in anderem Sinne des Wortes als „Normalbild“ anzusehen, und zwar, worauf ich jetzt näher eingehen will, aus folgendem tieferen Grund.

Wir haben keine Ursache anzunehmen, dass das Hauptmaximum und der Kranz der 6 Nebenmaxima *ungleiche* Phase zeigen; würden sie dies, wir könnten an Stelle der 6 Nebenmaxima 6 andere um eine halbe Wellenlänge in der Richtung des Lichtes verschoben setzen, welche mit dem Hauptmaximum *gleiche* Phase zeigen. Durch das Hauptmaximum und den Kranz der 6 Nebenmaxima ist eine Kugelfläche bestimmt; deren Mittelpunkt — in welchem die Wirkungen der 7 Beugungsspektra mit *gleicher* Phase zusammentreffen — bestimmt die Ebene des Normalbildes, also die Hauptbild-

ebene. Wir haben also zunächst, wenn wir mit monochromatischem Lichte arbeiten, keinen Grund, eine andere Annahme zu machen.

Nun bedingt das Normalbild im Objekt eine (kurz ausgedrückt) Sechseckfelderung von lichtdurchlässigen Stellen (Hohlräumen nach Dippel u. a., Lochreihen nach van Heurck); diese hypothetische Struktur von *Pleurosigma angulatum* stimmt mit der an ganz grob gemusterten Diatomeen (bezw. deren Bruchstücken) beobachteten Struktur überein. Wir haben also mithin Grund zur Annahme, dass das positive Bild mit der wirklichen Objektstruktur in der Hauptsache übereinstimmt.

Da nun in Folge chromatischer Aberration längs der optischen Hauptachse die Bilder von der Hauptbildebene aus nach oben und unten fortschreitend schlechter werden, so ist das Objektivsystem chromatisch und sphärisch richtig konstruirt, welches von ähnlichen Diatomeen wie Pleurosigma angulatum mit gröberer und feinerer Zeichnung ein positives Bild in Mitte von zwei negativen Bildern als schärfstes zeigt.

(Würde sich aber durch andersgeartete Untersuchungen herausstellen, dass *Pleurosigma angulatum* eine Sechseckfelderung von lichtverschluckenden Stellen besitzt oder zu Phasenverschiebungen der Nebenmaxima gegen das Hauptmaximum Anlass giebt, müsste ein richtig korrigirtes Objektiv ein negatives Bild in Mitte von zwei positiven Bildern als schärfstes zeigen.)

Da nun eben diese Feststellung ein feinstes Kriterium für richtige Konstruktion eines Objektives liefert, so lässt sich auf diesem Wege — durch Beobachtung der Schärfe der positiven und negativen Bilder — die Frage nach der wirklichen Struktur von *Pleurosigma angulatum* nicht lösen, während unter der wahrscheinlichen Voraussetzung von *gleicher* Phase der 7 Beugungsspektra allerdings das Normalbild als positives Bild, wie früher gezeigt, die richtige Einstellung ergiebt.

Experimentelle Bestätigung.

Um die für Umwandlung des positiven Bildes in das negative Bild nothwendige Hebung oder Senkung des Tubus zu finden, haben wir (allgemein für Oelimmersionen, im Fall $n = 1$ für Trockensysteme gültig) folgende Beziehungen:

$\mathfrak{Q} = n$; folglich $\Delta = dp = \lambda p^2 : r^2$ (pos. Δ = Senkung; neg. Δ = Hebung);

$r = \varphi A = \lambda \varphi : e$ (unter der äquivalenten Brennweite von Oelimmersionen wird stets die hintere Brennweite φ in Luft verstanden);

$Pp = \Phi \varphi = n \varphi^2$; folglich $dp = - dP \cdot p^2 / (n \varphi^2)$ (pos. dP = Hebung; neg. dP = Senkung);

$e^2 = - \lambda dP : n$ $\quad e = 0{,}56\,\mu$ für gröbere Exemplare.

Die experimentelle Bestätigung ist, weil es sich um Hebungen oder Senkungen des Tubus von Zehntel μ handelt, theils der inkonstanten Akkommodation des Auges, theils der Anstrengung desselben und der Mangelhaftigkeit der Einstellungsvorrichtung wegen naturgemäss sehr schwierig. Ich wähle hier die besten Beobachtungen mit Oelimmersionen aus.

Objektiv: Leitz $^1/_{12}$ Zoll homogene Oelimmersion; Okular: Leitz V; Beleuchtung: $^1/_6$ bis $^1/_8$ A; Statir: Leitz I; Theilung: 1 *mm*: 100.

Sechseckmitten	hell			0,41
	dunkel	0,82	0,55	
	hell	0,91	0,60	
	dunkel	1,00	0,73	
	hell		0,82	0,77

Durchschnitt $dP = \pm 0{,}9\,\mu$; $n = 1{,}52$; $\lambda = 0{,}55\,\mu$.

Wir erhalten $e = 0{,}57\,\mu$; angesichts der Schwierigkeit der Messungen ist dies eine gute Bestätigung der oben aufgestellten Theorie durch die Praxis.

Bezüglich des Objektes ist es hier im Allgemeinen gleichgültig, ob dasselbe ein Balsampräparat oder ein Trockenpräparat mit angeschmolzenen oder mehr als $\lambda : 4$ vom Deckglas abstehenden Schalen ist; denn, weil auch in letzterem Falle der Kranz der 6 Nebenmaxima gerade noch zum Objektiv Zutritt findet, so kann man — von einer geringen Verschlechterung des mikroskopischen Bildes abgesehen — den in das Objektiv eintretenden Beugungskegel als einen solchen ansehen, welcher, rückwärts verlängert, von einem Balsampräparat käme.

Viertelphasenbild.

Das Viertelphasenbild verdient seiner Wichtigkeit wegen eine besondere Besprechung. Wie wir aus den Formeln erkennen, sind nicht nur die Sechseckmitten hell, sondern auch die Dreieckmitten heller als die gemeinsamen Seiten. Dadurch erklärt sich die Eigenthümlichkeit der Photographie auf Tafel 1 des oben genannten Katalogs, *helle* Dreiecke zu zeigen, insbesondere auch ganz den Formeln entsprechend die Dreiecke weniger hell als die Sechsecke.

Wir dürfen deshalb diesen Umstand ja nicht etwa für eine Eigenthümlichkeit des Objektes halten, sondern können vielmehr den Schluss ziehen:

Tafel I des Spezialkatalogs über Apparate für Mikrophotographie von C. Zeiss zeigt links in den Randtheilen der Schale eine um eine Viertelphase falsche Einstellung.

Trockensysteme.

Kein Trockensystem vermag bei sehr schmalem zentralen Beleuchtungskegel den Kranz der 6 Nebenmaxima noch aufzunehmen; wir müssen zum Zweck der Auflösung stets zu etwas breitem zentralen Beleuchtungskegel greifen. Alsdann interferirt aber gar nicht das scheinbare Hauptmaximum mit dem scheinbaren Kranz der 6 Nebenmaxima, sondern je 1 Nebenmaximum mit einer diametral gegenüberliegenden *Stelle* der mittleren Kreisscheibe (welche gleichsam 6 wirksame und viele unwirksame Hauptmaxima vertritt). Wir haben somit eine Uebereinanderlagerung von 6 unter sich *inkohärenten* Bildern von folgenden Bedingungen:

1. Bild:	$j = i;\ r = \mathfrak{r}_1;\ \omega = 210^0$	$j = h;\ r = \mathfrak{r}_2;\ \omega = 30^0$
2. „	270^0	90^0
3. „	330^0	150^0
4. „	30^0	210^0
5. „	90^0	270^0
6. „	150^0	330^0

$$M^2 = \left(\frac{dF}{\lambda p}\right)^2 \left\{6\,i^2 + 4\,ih\left[\cos\mathfrak{Y} + 2\cos\left(\frac{1}{2}\mathfrak{Y}\right)\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathfrak{X}\right)\right]\cos\left(\mathfrak{L}_2 - \mathfrak{L}_1\right) + 6\,h^2\right\} \quad \text{Trockensysteme.}$$

Das Bild der Trockensysteme in der Hauptbildebene zeigt im Wesentlichen die Eigenschaften des Normalbildes, insbesondere dasselbe System von Parallelschaaren konstanter Lichtstärke, nur eine etwas andere Lichtvertheilung, wie aus folgender Tabelle hervorgeht:

Sechsecke	M^2	prop.	$[6\,i^2 + 12\,ih + 6\,h^2]$,
Dreiecke	M^2	„	$[6\,i^2 - 6\,ih + 6\,h^2]$,
Seiten	M^2	„	$[6\,i^2 - 4\,ih + 6\,h^2]$.

Der von den 6 linsenförmigen Segmenten übrig gelassene Theil der mittleren Kreisscheibe trägt zur Erzeugung des mikroskopischen Bildes nichts bei, sondern dient nur zur gleichmässigen Erhellung des Gesichtsfeldes.

Die Nebenmaxima der blauen Farben finden bei Trockensystemen in höherem Grade Aufnahme als diejenigen der rothen Farben.

An der Frontlinse der Trockensysteme tritt Spiegelung auf, welche ebenfalls zu Blendungserscheinungen Anlass giebt.

Das Deckglas steht an Güte des Schliffs und der Politur den Linsen der Objektivsysteme nach; dieser Fehler fällt bei Oelimmersionen und Balsampräparaten von selbst weg.

Vorstehende Verhältnisse bewirken, dass die Schärfe der Zeichnung bei Trockensystemen und gerader Beleuchtung verhältnissmässig gering ist, obwohl Trockenpräparate — deren Schalen mehr als $\lambda : 4$ vom Deckglas abstehen, nicht angeschmolzen sind — lichtstarke Nebenmaxima geben (von der relativen Grösse von h im Verhältniss zu i hängen die Unterschiede der Lichtstärke an den verschiedenen Stellen des mikroskopischen Bildes ab).

Balsampräparate in Verbindung mit Oelimmersionen haben den Nachtheil, lichtschwächere Nebenmaxima zu liefern, obwohl die anderen Nachtheile sämmtlich wegfallen.

Experimentelle Bestätigung.

Wenn wir ein Trockensystem von $A > 0{,}75$ und den entsprechenden günstigsten Beleuchtungskegel von $A > 0{,}25$ voraussetzen, dann haben wir folgende Grenzbeziehungen für die Umwandlung des positiven Bildes in das negative Bild:

$$\cos(\mathfrak{Q}_2 - \mathfrak{Q}_1) = -1 \text{ oder } \mathfrak{Q}_2 - \mathfrak{Q}_1 = \pi; \text{ folglich } \Delta = dp = \lambda p^2 : (\mathfrak{r}_2^2 - \mathfrak{r}_1^2),$$
$$\mathfrak{r}_2 = q A_2;\ \mathfrak{r}_1 = q A_1;\ A_2 = 0{,}75;\ A_1 = 0{,}25;\ A_1 + A_2 = A = \lambda : e; \text{ folglich}$$
$$A_1 = \lambda : (4e);\ A_2 = 3\lambda : (4e);\ \mathfrak{r}_2^2 - \mathfrak{r}_1^2 = q^2 \lambda^2 : (2e^2),$$
$$dp = -dP \cdot p^2 : q^2; \text{ folglich } 2e^2 = -\lambda \cdot dP; \qquad e = 0{,}56\,\mu \text{ für gröbere Exemplare.}$$

Ich wähle wiederum aus den Beobachtungen die besten aus.

Objektiv: Leitz 7; Okular: Zeiss-Kompensation 12; Beleuchtung: $\frac{1}{3} A$;
Stativ: Zeiss für Mikrophotographie; Theilung: 1 *mm* : 200.

Sechseckmitten	dunkel	0,3	0,2	0,05	0,85	1,05
	hell	0,7	0,4	0,25	0,75	0,80
	dunkel	0,9	0,7	0,55	0,35	0,65
	hell	1,1	0,8	0,75	0,20	0,50

Durchschnitt $dP = \pm 1{,}1\,\mu$; $\lambda = 0{,}55\,\mu$.

Wir erhalten $e = 0{,}55\,\mu$; wiederum eine gute Bestätigung der Theorie durch die Praxis, soweit man unter obigen vereinfachten Voraussetzungen bei den schwierigen Messungen eine solche überhaupt erwarten darf.

Bezüglich des Objektes ist es hier wiederum ganz gleichgültig, ob dasselbe ein Balsampräparat oder ein Trockenpräparat mit angeschmolzenen oder mehr als $\lambda : 4$ vom Deckglas abstehenden Schalen ist; denn man kann ohne Aenderung des Strahlengangs in dem in das Objektiv einfallenden Beugungskegel das — im ersten Falle nur etwas dickere — Deckglas zur Frontlinse des Objektives rechnen bezw. mit dieser vereinigt denken.

Schiefe Beleuchtung.

Sechseckfelderung.

Die schiefe Beleuchtung lässt sich in ihrer Wirkung auf die *Hauptbildebene* einfach durch passende Verdeckung von Nebenmaxima ersetzen; wir erhalten demnach folgende zwei beachtenswerthe Fälle:

I.

Hauptmaximum $j = i$; $\mathfrak{r} = 0$,
Nebenmaxima $j = h$; $r = \mathfrak{r}$; $\omega = 30^\circ;\ 90^\circ;\ 150^\circ$.

$$M^2 = \left(\frac{dF}{\lambda p}\right)^2 \left\{ i^2 + 2ih\left[\cos\mathfrak{y} + 2\cos\left(\frac{1}{2}\mathfrak{y}\right)\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathfrak{x}\right)\right] + h^2\left[1 + 4\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathfrak{x}\right)\cdot\left(\cos\left(\frac{1}{2}\mathfrak{y}\right) + \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathfrak{x}\right)\right)\right]\right\} \qquad \text{Sechseckfelderung.}$$

Zwei Parallelschaaren konstanter Intensität $\frac{\sqrt{3}}{2}\mathfrak{x} = \pm\frac{1}{2}\mathfrak{y} + (2m+1)\pi$.

II.

Hauptmaximum $j = i;\ r = 0,$
Nebenmaxima $j = h;\ r = \mathfrak{r};\ \omega = 330^\circ;\ 30^\circ;\ 90^\circ.$

$$M^2 = \left(\frac{dF}{\lambda p}\right)^2 \left\{ i^2 + 2\,ih \left[\cos \mathfrak{Y} + 2 \cos\left(\frac{1}{2}\mathfrak{Y}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathfrak{X}\right)\right] + h^2 \left[1 + 4 \cos\left(\frac{1}{2}\mathfrak{Y}\right)\cdot\left(\cos\left(\frac{1}{2}\mathfrak{Y}\right) + \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathfrak{X} - \mathfrak{Y}\right)\right)\right]\right\}$$ Sechseckfelderung.

Zwei Parallelschaaren konstanter Intensität $\mathfrak{Y} = (2\,m + 1)\,\pi;$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\mathfrak{X} = +\frac{1}{2}\mathfrak{Y} + (2\,m + 1)\,\pi.$$ Das — Zeichen ist in diesem Fall nicht zulässig.

Allgemein gültige Beziehungen:

Sechsecke	M^2 prop.	$[i + 3\,h]^2,$
Dreiecke	M^2 „	$[i^2 + 3\,ih + 3\,h^2],$
Seiten	M^2 „	$[i - h]^2.$

Die Dreiecksmitten sind dunkler als die gemeinsamen Seiten; obwohl also das mikroskopische Bild in Folge Fehlens der 3. Parallelschaar konstanter Intensität die Sechsecke und Dreiecke des Normalbildes gar nicht *ausgeprägt* besitzt, vielmehr in Rauten zerlegt wird, so wird doch die bekannte Sechseckfelderung, welche in derselben Weise, wie oben geschildert, entsteht, vorgetäuscht, und zwar in Folge Abwesenheit der drei ersten oben aufgezählten Nachtheile der geraden Beleuchtung sogar mit grosser Schärfe.

Rautenfelderung.

Wenn $i = h$ wird, was durch theilweise Abblendung des an den Rand der Aperturblende rückenden Hauptmaximums geschehen kann, dann werden die beiden Parallelschaaren der schiefen Beleuchtung *absolut dunkel*: man erhält die bekannte Rautenfelderung. Die Rautenfelderung ist also nur ein Spezialfall der Sechseckfelderung bei schiefer Beleuchtung. Unwillkürlich kann eine solche Abblendung auch durch Verunreinigung des Objektivs u. s. w. stattfinden, und solche Fälle mögen in der Praxis nicht selten zu Täuschungen Anlass geben.

Schachbrettfelderung nach Schiff und Dippel.

Wenn $i = 0$, d. h. das Hauptmaximum ganz abgeblendet wird, dann erhält man Schachbrettfelderung, indem noch eine 3. Parallelschaar konstanter Intensität auftritt und zwar

Fall I $\sqrt{3}\,\mathfrak{X} = (2\,m + 1)\,\pi$ Fall II $\mathfrak{Y} = (2\,m + 1)\,\pi.$

Die Lichtstärke des mikroskopischen Bildes wird einfach zum Faktor h^2 proportional und die Koëffizienten ordnen sich geometrisch in folgender Weise (in 4 Felder):

	1 5 1 5 1		1 1 1 1 1
	1 1 1 9 1		5 1 5 9 5
Fall I	1 5 1 5 1	Fall II	1 1 1 1 1
	1 9 1 1 1		5 9 5 1 5
	1 5 1 5 1		1 1 1 1 1

Die Breite (von links nach rechts, $\mathfrak{X}$-Richtung) jedes Feldes ist $\mathfrak{X} = \frac{2\,\pi}{\sqrt{3}}$.

Die Höhe (von unten nach oben, $\mathfrak{Y}$-Richtung) jedes Feldes ist $\mathfrak{Y} = 2\,\pi$.

Für $\mathfrak{X} = 0$, $\mathfrak{Y} = 0$ beträgt die Lichtstärke in beiden Fällen $M^2 = \left(\frac{dF}{\lambda p}\right)^2 \cdot 9\,h^2$.

Dunkler Streifen nach Abbe und Stephenson.

Eine eigenthümliche Modifikation der Schachbrettfelderung — Auftreten eines dunklen Streifens in Mitte der hellen Felder in der $\mathfrak{Y}$-Richtung — erhält man unter folgenden Bedingungen, welche nicht leicht zu ermitteln waren:

Hauptmaximum $j = i;\ r = \frac{\sqrt{3}}{3}\mathfrak{r};\ \omega = 0^0$,

Nebenmaxima I $j = h;\ r = \frac{\sqrt{3}}{3}\mathfrak{r};\ \omega = 120^0;\ 240^0$,

Nebenmaximum II $j = k;\ \mathfrak{r} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\mathfrak{r};\ \omega = 180^0$.

$$M^2 = \left(\frac{dF}{\lambda p}\right)^2 \left\{ i^2 + 4\,h^2 \cos^2\left(\frac{1}{2}\,\mathfrak{Y}\right) + k^2 + 2\,ik\,\cos\left(-\sqrt{3}\,\mathfrak{X} + \mathfrak{Q} + \mathfrak{A}\right) + 4\,h \cos\left(\frac{1}{2}\,\mathfrak{Y}\right)\left[i\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathfrak{X}\right) + k\cos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathfrak{X} + \mathfrak{Q} + \mathfrak{A}\right)\right]\right\} \quad \text{dunkler Streifen.}$$

Dabei bedeutet $\mathfrak{A} = \pi\,a\,r^2/(2\,\lambda p^2)$ die theoretische Grösse der sphärischen Aberration (vgl. meine frühere Abhandlung *S. 313*), welche mit der auf die Aenderung der Einstellung bezüglichen Grösse $\mathfrak{Q}$ einfach *additiv* in die Rechnung eingeht.

Wir wollen nun voraussetzen, dass entweder $\mathfrak{Q} = \pi$ und $\mathfrak{A} = 0$ oder $\mathfrak{Q} = 0$ und $\mathfrak{A} = \pi$ sei, dass also die Klammerfaktoren von k für $\mathfrak{X} = 0$ das Vorzeichen Minus besitzen.

Der Ausdruck $4\,h\,(i - k)\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathfrak{X}\right)\cos\left(\frac{1}{2}\,\mathfrak{Y}\right)$ bewirkt die (abwechselnd helle und dunkle) Schachbrettfelderung, wie man durch Einsetzen der Werthepaare $\mathfrak{X} = 0$; $\mathfrak{Y} = 0$ bezw. $\mathfrak{X} = 0$; $\mathfrak{Y} = 2\,\pi$ bezw. $\mathfrak{X} = \frac{2\,\pi}{\sqrt{3}}$; $\mathfrak{Y} = 0$ bezw. $\mathfrak{X} = \frac{2\,\pi}{\sqrt{3}}$; $\mathfrak{Y} = 2\,\pi$ erkennt.

Die Wirkung des Ausdrucks $-2\,i\,k\cos(-\sqrt{3}\,\mathfrak{X})$ dagegen besteht darin, die Lichtstärke in Mitte sowohl der hellen als auch der dunklen Felder längs der $\mathfrak{Y}$-Richtung (weil von $\mathfrak{Y}$ unabhängig) gleichmässig herabzudrücken, wovon nur Ersteres bei der mangelhaften Empfindlichkeit des Auges zum Bewusstsein kommen wird.

Wir gewinnen somit folgendes ausserordentlich wichtige Ergebniss:

Unter gewissen Bedingungen können einerseits um eine halbe Phase falsche Einstellung, andererseits sphärische Aberration von äquivalentem Betrag in ihrer Wirkung einander dahin ersetzen, dass in Mitten der Felder einer gewöhnlichen Schachbrettfelderung zu den Längsseiten parallel ein dunkler Streifen auftritt.

Erhaltung des Lichtes.

Der Einfachheit wegen behandeln wir dieses Problem an dem Beispiel *Pleurosigma attenuatum* mit folgenden Bedingungen:

Hauptmaximum $j = i;\ r = 0$,
Nebenmaxima $j = h;\ r = \mathfrak{r};\ \omega = 45^0;\ 135^0;\ 225^0;\ 315^0$.

$$M^2 = \left(\frac{dF}{\lambda p}\right)^2 \left\{ i^2 + 8\,ih\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\,\mathfrak{X}\right)\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\,\mathfrak{Y}\right)\cos\mathfrak{Q} + 16\,h^2\cos^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\,\mathfrak{X}\right)\cos^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\,\mathfrak{Y}\right)\right\} \quad \text{Tiefenbild.}$$

Mit Hülfe der Formel $2\int\cos^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\,\mathfrak{Z}\right)\cdot d\mathfrak{Z} = \sqrt{2}\,\sin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\,\mathfrak{Z}\right)\cdot\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\,\mathfrak{Z}\right) + \mathfrak{Z}$ erhalten wir

$$\int_0^{\frac{\lambda p}{\mathfrak{r}}}\int_0^{\frac{\lambda p}{\mathfrak{r}}} M^2\,d\xi\,d\eta = \left(\frac{\lambda p}{2\,\pi\,\mathfrak{r}}\right)^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} M^2\,d\mathfrak{X}\,d\mathfrak{Y} = \left(\frac{dF}{\mathfrak{r}}\right)^2\left[i^2 + 4\,h^2\right] \quad \text{Energie des Bildmusters.}$$

$\left(\frac{dF}{\mathfrak{r}}\right)^2$ hat die Dimension einer Fläche; j^2, i^2, h^2, k^2 haben die Dimension einer Flächenenergie. Das Doppelintegral hat also die Dimension einer Energie, und zwar ist es der Ausdruck für die innerhalb eines Quadrates des mikroskopischen Bildes von *Pleurosigma attenuatum*, also des Musters der Felderung, enthaltene Energie. Die in der Gruppe der Beugungsspektra enthaltene Energie ist $dF\,[i^2 + 4\,k^2]$. Dass im Ausdruck für M^2 das Quadrat von dF auftritt, darf nicht Wunder nehmen; denn auch

beim Fernrohr ist der Lichtverdichtungsfaktor $(\mathfrak{r}^2 \pi)^2/(\lambda p)^2$, also zum Quadrat der Oeffnungsfläche proportional.

Die innerhalb des Musters der Felderung des mikroskopischen Bildes enthaltene Lichtmenge bleibt bei Veränderung der Einstellung erhalten und ist zu der in der Gruppe der Beugungsspektra enthaltenen Lichtmenge proportional.

Nun sei die Flächendichte der Energie in der Ebene des Objektes $\varepsilon = 1$ und das Objekt durch einen Kreis vom Radius $\mathfrak{r} : N$ begrenzt.

Die Durchschnittsgrösse von dF (gleichmässige Lichtvertheilung in jedem Beugungsspektrum vorausgesetzt) bestimmt sich nach der Theorie des Fernrohrs aus der Gleichung $dF . [(\mathfrak{r} : N)^2 \pi/(\lambda \varphi)]^2 = (\mathfrak{r} : N)^2 \pi$ zu $dF = \lambda^2 \varphi^2 N^2/(\mathfrak{r}^2 \pi)$, sodass also der Klammerfaktor $[i^2 + 4\, h^2]$ einfach gleich dem Lichtverdichtungsfaktor des Mikroskopobjektives mit der reduzirten Oeffnung $(\mathfrak{r} : N)^2 \pi$ und der Brennweite φ zu setzen ist.

Die Fläche e^2 des Musters der Felderung im Objekt selbst bestimmt sich aus der Gleichung $A = \lambda : e = \mathfrak{r} : \varphi$ zu $e^2 = \lambda^2 \varphi^2 : \mathfrak{r}^2$; die Anzahl der Felder ist also $(\mathfrak{r} : N)^2 \pi : e^2$.

Die durch Integration über sämmtliche Felder innerhalb des Grenzkreises zu erhaltende Gesammtenergie des mikroskopischen Bildes bestimmt sich also zu

$$(dF : \mathfrak{r})^2 . [i^2 + 4\, h^2] . (\mathfrak{r} : N)^2 \pi : e^2 = dF . [i^2 + 4\, h^2] = (\mathfrak{r} : N)^2 \pi .$$

Die Gesammt-Lichtmengen des mikroskopischen Bildes, des Objektes und der Gruppe der Beugungsspektra sind gleich gross[1]).

Mikrophotographie.

Wir müssen berücksichtigen, dass die Mikrophotographien von **Zeiss** in dem oben genannten Katalog bei Projektion einer selbstleuchtenden Scheibe in die Ebene des Präparates durch einen Kondensor von (1/3) A des abbildenden Objektives aufgenommen wurden, wobei zwar das Präparat nicht als selbstleuchtend anzusehen ist, die ungestörte Abbildung der Beugungserscheinungen aber in Frage gestellt wird, weil die Fläche, welche mit kohärentem Lichte beleuchtet ist, nur 3 Elemente an der äussersten Grenze der Auflösbarkeit für schiefe Beleuchtung im Durchmesser enthält (vgl. meine frühere Abhandlung *S. 302*).

Im Uebrigen zeigt Tafel I das *Viertelphasenbild*, Sechsecke und Dreiecke konvex ausgerandet, sodass die Sechsecke als Kreise erscheinen; die gemeinsamen Seiten bilden keine geraden, sondern wellenförmige Linien. Dies kann davon herrühren, dass abwechselnd die eine und die andere Seite der Geraden von konstanter Intensität dunkel ist, oder in obigen abweichenden Bedingungen oder in dem Uebergreifen der photographischen Wirkung seinen Grund haben. Zufällig erscheinen die Wellenlinien der $\mathfrak{X}$-Richtung etwas schwärzer. Links gegen die Mittelrippe zeigt diese Tafel die *Pseudosechseckfelderung.*

Tafel II zeigt am linken Rande helle birnförmige Tupfen in Schwarz eingebettet (schlecht gelungene Stelle), am rechten Rande unten *Rauten* (untere Hälfte halbbeschattet), in der Mitte unten und oben (matt, von der Rückseite der Schale oder von der blossen Haut mit Abdruck des losgelösten Kieselpanzers?) die *Schachbrettfelderung.*

Tafel III zeigt links dreieckige bis eiförmige Tupfen, hell mit dicken dunklen Intervallen, rechts rundliche „Sechsecke“ mit dünnen Intervallen; die rechte Seite ist

[1]) Ich habe also nicht mit Unrecht in meiner früheren Abhandlung darauf hingewiesen, dass die von mir aufgestellten Formeln auch in Bezug auf das Gesetz von der Erhaltung der Energie streng sind.

heller als die linke (wenig gelungene Stellen); in der Mitte (wiederum matt aus fraglichen Gründen) das *negative Bild* (schwarze sechseckig rundliche Flecken auf hellem Grunde).

Schliesslich sei es mir gestattet, an dieser Stelle Hrn. Prof. Dr. Heim, Direktor des bakteriologischen Institutes, sowie Hrn. Prof. Dr. Wiedemann, welche mir ihr Institut und ihre Instrumente in der liebenswürdigsten Weise zur Verfügung stellten, für diese werthvolle Unterstützung bei meinen Untersuchungen ganz ergebenst zu danken.

Ueber ein neues Refraktometer mit veränderlichem brechenden Winkel[1]).

Von
Dr. C. Pulfrich in Jena.

Das vorliegende Refraktometer, welches in erster Linie für die Untersuchung von sehr hoch brechenden Flüssigkeiten von Bedeutung sein dürfte, beruht auf der nachstehend angegebenen *Methode*. Die zu untersuchende Flüssigkeit befindet sich zwischen zwei Glasplatten, wie bei einem Hohlprisma, nur mit dem Unterschied, dass hier der brechende Winkel des Prismas nach Belieben *variirt* werden kann. Die eine der beiden Glasplatten (B in Fig. 1) bildet den horizontal gestellten Boden eines für die Aufnahme der Flüssigkeit bestimmten Glasgefässes, die andere Glasplatte G hat die Form eines mehrere Zentimeter langen, schwach konisch gestalteten Zylinders mit ebenen Endflächen; das untere Ende dieses Zylinders taucht in die Flüssigkeit ein, das andere Ende befindet sich in fester Verbindung mit dem Beobachtungsrohr. Fernrohr und Glaszylinder sind um eine in der Ebene der vorderen Planfläche des Zylinders (vgl. weiter unten) gelegene Gerade drehbar.

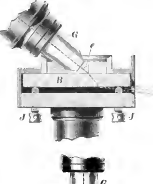


Fig. 1.

Die Bodenplatte des Gefässes wird durch monochromatisches Licht unter streifender Inzidenz beleuchtet. Indem man dann das Fernrohr so stellt, dass das Fadenkreuz mit der Grenzlinie der Totalreflexion zusammenfällt, *wird der Prismenwinkel dem Grenzwinkel der Totalreflexion gleich und man erhält* $n = 1/\sin e$.

Bei Flüssigkeiten, welche als Tropfen zwischen den beiden Prismenflächen haften bleiben, kann natürlich statt des Gefässes auch eine einfache Planparallelplatte benutzt werden.

Die Methode ist somit als ein Spezialfall der prismatischen anzusehen und lässt sich definiren als die Methode des streifenden Eintritts und des normalen Austritts.

Für die Verwendung des Apparates bei der Untersuchung fester Körper (vgl. weiter unten) ist das Verfahren, abgesehen von der verschiedenartigen Anordnung

[1]) Vgl. auch den soeben erschienenen Spezialkatalog über Spektrometer und Refraktometer der Firma C. Zeiss in Jena.

und der Art der Messung, in methodischer Hinsicht identisch mit dem von Hrn. F. Kohlrausch[1]) angegebenen Prismenverfahren.

Anwendbarkeit der Methode und Grenzen der Genauigkeit. Da hier im Gegensatz zu der gewöhnlichen Methode der Totalreflexion der Brechungsindex des *schwächer* brechenden Mittels (Luft mit dem Brechungsindex 1) als bekannt vorausgesetzt wird, so erleidet *die Anwendbarkeit der Methode durch die Höhe des Brechungsindex keinerlei Einschränkungen.*

Die Methode wird daher überall da praktische Verwendung finden (z. B. für die Untersuchung von hoch brechenden Flüssigkeiten, Säuren u. s. w.), wo das gewöhnliche spektrometrische Verfahren mit Hülfe eines Hohlprismas zu umständlich erscheint und die eigentliche Totalreflexionsmethode nicht angewandt werden kann, sei es, weil kein geeigneter fester oder flüssiger Körper von höherer Lichtbrechung zur Verfügung gestellt werden kann, oder weil die Benutzung eines solchen Körpers aus anderen Gründen (leichte Verletzbarkeit des stark brechenden Glases u. s. w.) nicht rathsam erscheint. Mit Rücksicht auf diese Art der Verwendung des Apparates sind die mit der Flüssigkeit in Berührung kommenden Glastheile aus einem harten, widerstandsfähigen Material hergestellt. Auf den Strahlengang haben diese Glastheile selbstverständlich keinen Einfluss.

Die nachstehende Tabelle giebt eine Uebersicht über die in Betracht kommenden Winkelwerthe $e = \varphi$ und über die nach diesem Verfahren zu erreichende *Genauigkeit; n* bezeichnet den Brechungsindex der Flüssigkeit, *e* den Grenz- bezw. Prismenwinkel und

$$\Delta n = -\frac{\Delta e}{\sin e \cdot \tan e}$$

die einem Fehler $\Delta e = 1'$ in der Bestimmung von *e* entsprechenden Fehlerwerthe für den Brechungsindex *in Einheiten der 4. Dezimale von n.*

n	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3
e	50° 17'	41° 49'	36° 2'	31° 45'	28° 26'	25° 46'
Δn	3,1	4,9	6,8	8,9	11,3	13,9

Es ist zulässig und für die Genauigkeit der Messung von Brechungsindizes, welche grösser sind als 2, von Vortheil, wenn man das Licht nicht auf der unteren Seite der Glasplatte, sondern in diese selbst streifend eintreten lässt und aus dem beobachteten Grenzwinkel e' und dem als bekannt vorausgesetzten Brechungsindex der Glasplatte n' den des Objektes ($n = n'/\sin e'$) berechnet.

Als ein Nachtheil des Verfahrens ist der Umstand anzusehen, dass das Flüssigkeitsgefäss während der Beobachtung nicht geschlossen werden kann, daher bei vielen Flüssigkeiten wegen der Verdunstung eine genaue Temperaturbestimmung nicht wohl möglich ist. Ebenso ist die Anwendbarkeit des Instruments für die Untersuchung von Flüssigkeiten bei höherer Temperatur oder solcher Körper, welche erst bei höherer Temperatur flüssig werden, wegen der Unsicherheit in der Temperaturbestimmung mehr oder weniger eingeschränkt.

Ueber die Verwendung des Apparates zu Dispersionsbestimmungen vgl. weiter unten.

Einrichtung und Handhabung des Refraktometers (vgl. Fig. 2, $^1/_3$ nat. Grösse). Der feststehende Sektor S trägt eine von 0° bis 75° reichende Theilung in halbe Grade. Das Fernrohr F befindet sich in fester Verbindung mit einem um die Horizontalachse drehbaren Arm und dem Nonius N, der mittels der Lupe L eine Ablesung bis auf 1'

[1]) F. Kohlrausch, *Wied. Ann.* **16.** *S. 603. 1883.*

ermöglicht. Die grobe Bewegung des Fernrohres geschieht mit freier Hand, während die Feineinstellung durch eine mit Trommeltheilung (Ablesung 0,1') versehene Mikrometerschraube M erfolgt; letztere ist auch für Dispersionsbestimmungen im Sinne der Abbe'schen Methode verwendbar. Die Formel für die Dispersionsberechnung ist die gleiche wie für die oben erwähnte Fehlerrechnung, nur mit dem Unterschied, dass Δn im vorliegenden Falle die Differenz der Brechungsindizes und Δe die mikrometrisch gemessene Winkeldifferenz bedeuten.

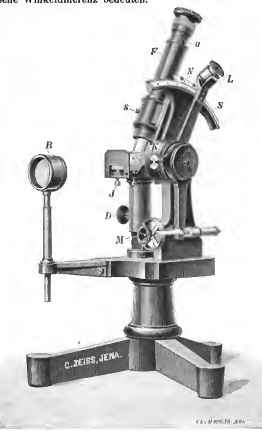


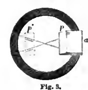
Fig. 2.

Der vor dem Fernrohr befindliche Glaskörper (siehe Fig. 1) ist an seinem unteren Ende parallel zur Drehungsachse dachförmig abgeschrägt; von der vorderen Planfläche ist nur ein Steg von etwa 5 *mm* Breite stehen geblieben. *Der untere Rand dieses Steges ist genau in der Drehungsachse des Fernrohres gelegen.* Man kann daher das Flüssigkeitsgefäss bis nahe an den Glaskörper heranbringen, ohne dass eine Behinderung in der Drehung des Fernrohres durch das Gefäss eintritt. Die richtige Höheneinstellung des Flüssigkeitsgefässes ist durch einen im Innern der auf- und abschiebbaren Säule angebrachten Anschlag regulirt; durch die Druckschraube D wird es in der angegebenen Höhe festgehalten.

Zur Beleuchtung der unteren Fläche der Glasplatte in streifender Richtung dient die in der Höhe zum Verstellen eingerichtete Linse *B*. Die Flamme wird so weit vom Apparat fortgerückt, dass auf dem vor der Glasplatte befindlichen Schirm ein Flammenbild entsteht.

Das durch Spiegelung an den Abschrägungen des Glaskörpers entstehende falsche Licht kann leicht durch Aufstecken einer dem Apparat beigegebenen Blende auf die Okularmuschel unschädlich gemacht werden, insofern nämlich hierbei das vor dem Okular belegene Bild der Eintrittsfläche des Glaskörpers (Beobachtung des Bildes mittels einer Lupe) genau in die Blendenöffnung zu liegen kommt.

Um das Fernrohr in sich und zum Gefäss *justiren* zu können, ist der Okularkopf des Fernrohres mit einer Einrichtung versehen, wie sie zuerst bei dem in *dieser Zeitschr.* **15.** *S. 389. 1895* beschriebenen Refraktometer Anwendung gefunden hat und in nebenstehender Fig. 3 abgebildet ist. Mit Hülfe dieser Einrichtung lässt sich die

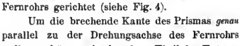

Fig. 3.

Normalstellung der Fernrohrachse zu den beiden Prismenflächen ohne Weiteres, allein durch Beleuchtung des Fensterchens *a*, beobachten. Die Normalstellung der Fernrohrachse zum Glaskörper wird durch kleine seitliche Verrückungen des Fernrohrobjektivs mit Hülfe der beiden Schrauben *s*, die des Fernrohrs zur Bodenplatte des Gefässes (nach Einstellung des Fernrohrs auf den Nullstrich der Theilung) durch Justiren des Gefässes mit Hülfe der drei Kreuzlochschrauben *J* herbeigeführt. Im letztern Falle kann die Beobachtung des von der unteren Seite der Bodenplatte gespiegelten Bildes auch dann erfolgen, wenn der Glaskörper in die Flüssigkeit eintaucht.

Die angegebene Justirung des Gefässes wird nach einer Verstellung des Trägers in der Höhe jedes Mal nach Anziehen der Druckschraube *D* von selbst wieder hergestellt. Das Glasgefäss selbst liegt auf den drei Justirschrauben nur lose auf und ist durch Seitenwände vor dem Herunterfallen geschützt.

Untersuchung fester Körper. Um den Apparat zur Untersuchung von festen Körpern (Prismen) verwenden zu können, wird demselben eine planparallele Glasplatte beigegeben.

Das Verfahren ist folgendes: Die eine Fläche des zu untersuchenden Prismas wird mit einem Tropfen irgend einer Flüssigkeit (Wasser oder Oel) auf die Glasplatte gelegt, die brechende Kante des Prismas sei angenähert parallel zur Drehungsachse des Fernrohrs gerichtet (siehe Fig. 4).


Fig. 4.

Um die brechende Kante des Prismas *genau* parallel zu der Drehungsachse des Fernrohrs stellen zu können, ist der obere Theil des Trägers der Platte mit den Justirschrauben um kleine Beträge nach links und rechts um die Vertikale zum Drehen angeordnet (Beobachtung der Umkehrlage der Grenzlinie).

Die *Messung* setzt sich zusammen aus der Bestimmung des Prismenwinkels und der Bestimmung desjenigen Winkels, unter dem der Grenzstrahl aus dem Prisma austritt. Bezüglich der Ausrechnung vgl. F. Kohlrausch *a. a. O.* und Pulfrich[1]).

Für die Untersuchung fester Körper mit Hülfe des Refraktometers ist es von

---

[1]) C. Pulfrich, Das Totalreflektometer u. s. w. Leipzig 1890. *S. 3.*

Bedeutung, dass der Prismenwinkel nicht allzusehr von dem zugehörigen Grenzwinkel abweicht. Im anderen Falle ist die Anwendbarkeit des Verfahrens auf feste Körper bei der vorliegenden Einrichtung des Apparates aus leicht ersichtlichen Gründen mehr oder weniger beeinträchtigt.

Ein aus zwei planparallelen Glasplatten zusammengesetztes Prisma mit einem dazwischen befindlichen Präparat wird wie ein gewöhnliches Prisma behandelt und unterliegt (hinsichtlich der Grösse des Prismenwinkels) den vorgenannten Einschränkungen.

Referate.

Der neue „Duplex"-Basisapparat der U. S. Coast and Geodetic Survey. Bericht über die Messung der Basis am Salzsee.

Von W. Eimbeck. *U. S. Coast and Geodetic Survey. Report for 1897. Appendix Nr. 11 u. 12. Washington 1898.*

In der ersten Arbeit wird zunächst die bis 1885 zurückdatirende Vorgeschichte des Apparates gegeben; in den Jahren 1890 bis 1893 wurde er in der Werkstätte der *Coast and Geodetic Survey* gebaut und dann auf der Chicagoer Weltausstellung ausgestellt. 1896 wurde mit ihm eine neue Basis von 11,2 *km*, an der Südost-Ecke des Salz-Sees gelegen, im Hin- und Rückgange gemessen.

Den Haupttheil des Apparates bilden die beiden identisch gearbeiteten Doppel-Messstangen; von aussen nach innen gehend, besteht jede zunächst aus einem etwa 5 *m* langen Messingtubus von 10,2 *cm* Durchmessor; dieser schliesst einen ebensolchen von 6,7 *cm* Durchmesser ein, der sich im vorigen um seine Längsachse drehen lässt; die Dicken der Wandungen sind 1,75 *mm* und 0,75 *mm*. Der innere Tubus schliesst die beiden ebenfalls röhrenförmigen, eigentlichen Maassstäbe ein. Diese liegen nebeneinander, ohne besonders mit einander verbunden zu sein; doch wird ihre gegenseitige Lage erkannt durch die Ablesungen zweier Nonienpaare, die am vorderen und am hinteren Ende jedes Stabes an diesem befestigt sind. Die zusammengehörigen Theilungen werden durch Querfedern aneinandergepresst; die Ablesung geschieht mit der Lupe auf 0,1 *mm*.

Um die Theilungen nach aussen sichtbar zu machen, sind die beiden Umhüllungstuben in geeigneter Weise durchbrochen; die Oeffnungen sind mit Glasscheiben geschlossen. An den vorderen Enden tragen die beiden Maassstäbe feste Metallansätze, die senkrecht zur Längsrichtung durch Achatflächen abgeschnitten sind; beide Stäbe sind durch die vordere Endfläche des inneren Tubus mit lockerer Reibung geführt. An den hinteren Enden haben die Stäbe ebenfalls Metallansätze; jeder von diesen trägt am äussersten Ende einen „*slide-contact*" (hierüber vgl. die Abbildung in *dieser Zeitschr. 5. S. 318. 1885*). Dies ist eine röhrenförmige, verschiebbare, aber eventuell auch klemmbare Metallkappe; durch eine schwache Spiralfeder im Innern wird bewirkt, dass die am Ende des Kontakts befindliche horizontale Achatschneide sich mit konstantem Druck an die beiden Achatflächen des hinteren Maassstabes anlegt. Um dazu die neu aufgestellten, vorderen Maassstäbe in den erforderlichen Abstand zu bringen, wie er durch die Koïnzidenz zweier Striche (einer auf dem *slide-contact*, einer auf dem Maassstab) angezeigt ist, sind an den hinteren Enden der inneren Tuben zwei Schraubenführungen angebracht, die erlauben, beide Stäbe einzeln der Länge nach zu verschieben, ohne sie zu drehen.

Durch Drehen des inneren Tubus um seine Längsachse kann man die Lagen der beiden Stäbe vertauschen und so einseitigen Strahlungswirkungen begegnen. Diese Vertauschung ist regelmässig in bestimmten Zwischenräumen (500 *m*) vorgenommen worden und zwar gleichzeitig bei beiden Messstangen, sodass immer Stahl an Stahl und Messing an Messing kam. Durch zwei starke Spiralfedern werden die Stäbe gegen die hintere Wand des inneren Tubus gedrückt, sodass todter Gang in der Schraubenführung vermieden wird.

Jede der Messstangen wiegt 118 Pfund. Beide haben eine Tuchumhüllung. Die Biegung der Stäbe ist konstant. Die Temperatur der Stäbe wird durch geeignet gelagerte Quecksilberthermometer bestimmt. Die Neigung wird mit einer Niveaualhidade auf 10″ abgelesen. Das Aligniren geschieht durch zwei Fernrohre, die mit den äusseren Tuben fest verbunden sind. Jede Stange ruht auf zwei hölzernen Dreibeinen, die mit Feinbewegungen für Höhe und Querrichtung versehen sind.

Einige Theile des Apparates sind seinen Vorgängern entnommen; als wichtigere Neuerungen führt Eimbeck an,

1. dass die beiden Maassstäbe nicht besonders mit einander befestigt sind,
2. dass sie durch Drehen des inneren Tubus ihre Lage vertauschen können,
3. dass sie durch zwei Metalltuben geschützt sind,
4. dass jede Strecke mit jedem der Stäbe einzeln gemessen werden kann.

Hiernach kann man für jede Strecke drei nahezu unabhängige Resultate erhalten

1. aus dem Stahlstab } mit Hülfe der Angaben der Quecksilberthermometer,
2. aus dem Messingstab } mit Hülfe der Angaben der Quecksilberthermometer,
3. aus den Skalenablesungen mit Hülfe des anderweit gefundenen, auch aus den Messungen selbst ableitbaren *Verhältnisses* der Ausdehnungskoëffizienten der Stäbe.

Das Auf- und Ablothen geschieht durch einen seitlich aufgestellten Theodoliten. Die Unveränderlichkeit der in einem bestimmten Augenblicke durchmessenen Strecke wird während des Vortragens der hinteren Messstange bedingt erstens durch diejenige der Entfernung der Achatflächen der liegenbleibenden Stange vom hinteren Stativ, zweitens diejenige dieses Statives in sich und drittens die der Entfernung des Dreifusses vom Ausgangsfixpunkte. Demnach können Ausdehnungen und Biegungen in der Stange, Verbiegungen im hinteren Stativ und Veränderung in der Durchbiegung der obersten Schicht des Erdbodens Fälschungen der Resultate bewirken.

Die zweite Arbeit giebt nach einem Abriss der Geschichte der Salzsee-Basis eine nochmalige Beschreibung des Apparates und einen Bericht über die Erfahrungen selbst. Als sehr nützlich erwies sich ein Schlittenzelt (ohne Räder) aus Holz und Leinwand, 56 Fuss lang, 12 Fuss breit und 9 Fuss hoch; es wurde von Lage zu Lage durch zwei Pferde weitergeschleift. Der Vortheil eines solchen Zeltes auf langen Kufen, den kürzeren Einzelzelten gegenüber, trat bei der leichteren Ueberwindung kleiner Bodenunebenheiten hervor.

Vom Verfasser selbst als bedenklich anerkannt wurden die dreibeinigen Stangenträger; es bleibt unsicher, ob der nachträglich im Laboratorium an festen Mikroskopen beobachtete Beitrag dieser Durchbiegung zur Basismessung auch für das Feld gilt.

Ueber die Leistungen des Eimbeck'schen Apparates kann bis jetzt nur ein unvollständiges Urtheil abgegeben werden.

Bei dem jetzigen Konkurrenzkampfe der Basisapparate, in den der Verfasser mit seinem Apparat ausdrücklich eintritt, handelt es sich, ausser um die Genauigkeit, nebenbei auch um die Messgeschwindigkeit. Ueber die Genauigkeit kann hier nichts mitgetheilt werden, da kein Vergleich mit den Ergebnissen anderer Apparate bekannt ist; die vollkommene Uebereinstimmung der Doppelmessung der Salzsee-Basis ist nicht ausreichend. Die beiden von Eimbeck angegebenen Zahlen $\frac{1}{5\,000\,000}$ und $\frac{1}{6\,500\,000}$ (letztere nach Berücksichtigung der eben erwähnten Durchbiegung der Stangenstative und der Abnutzung der Achatschneiden) sagen wenig über die eigentliche Genauigkeit aus, sondern lassen nur erkennen, mit welcher Uebereinstimmung der noch unbekannte absolute Fehler des Apparates aus einfachen Wiederholungsmessungen erhalten werden kann.

Als mittlere stündliche Geschwindigkeit ist 200 bis 300 *m* anzunehmen; nach einer Zusammenstellung in Jordan's Handbuch der Vermessungskunde, 3. Band, *S. 165 bis 167* sind bei den hervorragenden Messungen der Königl. Preuss. Landesaufnahme mit dem modifizirten Bessel'schen Apparate bereits im Jahre 1883 durchschnittliche stündliche Geschwindigkeiten von 300 *m* erhalten worden. Als Tagesleistungen führt der Verfasser an, dass 19 *km* in

19 Messungstagen gemessen wnrden; dies entspricht beispielsweise naho den Verhältnissen, wie sie bei der im Jahre 1892 in 10 Tagen viermal (zweimal an 3, zweimal an 2 Tagen) ausgeführten Messnng der 2513 *m* langen Bonner Grundlinie durch die Landesaufnahme vorliegen. Ob die Messungsergebnisse mit dem beschriebenen Apparat anch in Bezng auf genügende Ausdehnung der praktischen Untersnchnngen über systematische Fehler, sowie anf rechnerische Untersuchnng der Ungenanigkeit mit den Resultaten anderer Basismessnngen vergleichbar sein werden, wird die Veröffentlichung der definitiven Berechnnngen ergeben.

Das grosse Gewicht der Stangen führt Eimbeck an als günstiges Moment für die grössere Stabilität des Apparates; hier tritt aber die Nothwendigkeit ein, die mit dem grösseren Gewicht der von Lage zn Lage vorrückenden Massen grösser werdende Durchbiegung der oberston Schicht der Erdoberfläche zu berücksichtigen. Man vergleiche hierüber die Veröffentlichung des Königl. Preuss. Geodätischen Institntes: Die Nenmessnng der Grnndlinien bei Strehlen, Berlin und Bonn. Berlin 1897. *S. 100 bis 104.* Es ist wünschenswerth, den Eimbeck'schen Apparat wie jeden neuen Basisapparat mit anderen Apparaten gerade in Bezug auf Messnng im Gelände, sei es anch nnr auf einer kurzen Versnchsbasis, zu vergleichen (siehe hierüher *S. 4* der zuletzt genannten Veröffentlichnng). *Sn.*

Die Mikroseismographen des physikalischen Institutes der Universität zu Padua.

Von G. Pacher. Venedig 1897.

Mikroseismographen für die vertikale Komponente.

Von G. Vicentini und G. Pacher. Venedig 1899.

Dio Hauptinstrumente für die Beobachtung von Erdbeben sind in Italien lange Vertikalpendel mit grosser Masse, deren Bewegung durch vergrössernde Hebelübertragung auf berusstem Papier verzeichnet wird. Eine der zweckmässigsten Konstruktionen ist der Vicentini'sche Mikroseismograph, den der Verfasser der erstgenannten Abhandlnng nach einem knrsorischen Ueberblick über einige andere Instrumente znr Erdbebenbeobachtung eingehend beschreibt.

Vicentini benutzte zunächst Pendel von geringerer Länge und Masse; das Hauptinstrument jedoch ist ein Pendel von 10,5 *m* Länge nnd 400 *kg* Masse, welches im physikalischen Institut zu Padna an einer Kette, die sich aus 10 je 1 *m* langen Eisenstangen znsammensetzt, anfgehängt ist. Die Bewegung des Pendels wird in zwei senkrecht zu einander stehende Komponenten zerlegt, ausserdem verzeichnet ein Pantograph die unzerlegte Bewegung.

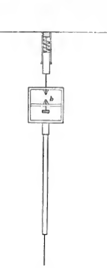


Fig. 1.

Der Vergrösserungsmechanismus ist nebenstehend skizzirt. Ein feiner, in federnder Hülse gleitender, nnten an dem aus 13 runden Bleiplatten von 40 *cm* Durchmesser gebildeten Gewicht angebrachter Stift greift in einen leichten Aluminiumhebel (Fig. 1) ein, der bei *b* anf der Spitze eines festen Trägers beweglich ist. Die untere Spitze des Hebels, welche die Bewegung des Pendels etwa 16-mal vergrössert, bewegt znnächst einen Pantographen und geht dann durch die rechtwinklig zu einander stehenden Schlitze zweier leichter Hebel, welche dio Bewegung des Pendels in der ans Fig. 2 zn ersehenden Weise zerlegen und bei p_1 und p_2 auf berusstem Glanzpapier aufruhen, das sich je nach Wahl nm 1 bis 4 *cm* in der Stundo fortbewegt. Bei p_3 ruht die Feder des Pantographen auf. Ausserdem verzeichnet ein Chronograph Minutenmarken. Die Gesammtvergrösserung ist etwa 80-fach, da-

hei aber die Reibung in Folge der zweckmässigen Form der Glasfedern sehr gering. Stabile Aufhängung vorausgesetzt, ist der Vicentini'sche Mikroseismograph ein sehr beachtenswerthes Instrument für die Beobachtung von Erdbeben. Leider liegen vergleichende Beobachtungen mit dem Horizontalpendel, die besonders für entfernte Beben von Interesse sind, noch nicht vor, jedoch hofft Referent, dieselbe in Kürze anstellen zu können.

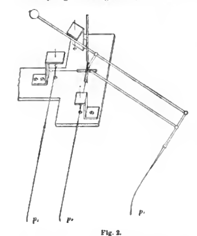


Fig. 2.

In der zweiten Abhandlung beschreiben die Verfasser ein Instrument zur Messung vertikaler Bodenbewegungen. Zuverlässige Instrumente, welche langsame Bewegungen dieser Art anzeigen, giebt es noch nicht. Die mitgetheilten Beobachtungsresultate scheinen aber den Schluss zu rechtfertigen, dass die Konstruktion der Verfasser diesem Ziele näher kommt. Das Prinzip des Apparates ist folgendes. Ein gusseiserner Zylinder von 45 *kg* Gewicht ist an dem einen Ende einer 1,5 *m* langen Feder befestigt, mit dem anderen Ende ist die Feder unter einer solchen Neigung an einer Mauer befestigt, dass ihr freies Ende horizontal liegt. Durch ein Hebelsystem wird eine 130-fache Vergrösserung der Bewegung des Gewichtes herbeigeführt. *Hck.*

Das Hypsometer als Luftdruckmesser und seine Anwendung zur Bestimmung der Schwerekorrektion.

Von H. Mohn. *Videnskabsselsk. Skrifter, I. Math. naturv. Kl. 1899. Nr. 2. Christiania 1899.*

Zur genügend genauen Reduktion der Ablesungen an feinen Quecksilberbarometern auf Normalschwere muss das g des Beobachtungsorts ziemlich genau bestimmt sein. Das ellipsoïdische g (Formel für g als Funktion von φ, neuerdings besonders die Formel, die Helmert aus einer Anzahl von Pendelstationen abgeleitet hat) reicht dazu nicht aus, wie der Verf. z. B. für eine Station auf Jan Mayen und für die Festlandstationen Gjesvär und Kristiania zeigt (wirkliche Korrektionen für 760 *mm* Barometerstand: 1,75, 1,64 und 1,06 *mm*, Fehler bei Annahme des Helmert'schen g: + 0,17, + 0,05 und + 0,05 *mm*; dass besonders ozeanische Inseln stets Schwerkraftanomalien zeigen, ist ja bekannt). Der Verfasser ist auch der Ansicht, dass die Linien gleicher Schwerkraft, die neuerdings nach dem Vorgang von v. Sterneck in Oesterreich-Ungarn in manchen Ländern mit ziemlicher Sicherheit gezogen werden können, vielfach nicht ausreichen wegen möglicher starker lokaler Schwerestörungen. Wo die wahre Schwerebeschleunigung mit irgend einem Pendelapparat gemessen ist, kann man auch die Schwerekorrektionen der Quecksilberbarometer-Ablesungen mit einer Genauigkeit angeben, die selbst für schärfste Barometerablesung mehr als genügt; wo aber noch keine Pendel-Schweremessungen gemacht sind und vorläufig gemacht werden können, ist ein Verfahren willkommen, das auf anderem Weg zur Schwerekorrektion der Quecksilberbarometerstände führt. Dieses besteht in der Mitbenutzung eines von der Schwerebeschleunigung nicht abhängigen zweiten Apparats der Luftdruckmessung und als solchen verwendet der Verf. das „Hypsometer“ (— ist es nicht mehr möglich, diesen Namen zu eliminiren? Warum nicht Siedethermometer, wenn auch das Wort etwas länger ist, oder Thermo-Hypsometer oder Hypso-Thermometer? Alle Nivellirinstrumente, Höhenkreise oder Höhenskalen, Barometer u. s. f. sind doch auch „Hypsometer“ —). Bekanntlich hat schon vor mehr als 30 Jahren v. Wüllerstorf-Urbair aus der Differenz der Angaben des Quecksilberbarometers und des wie das Siedethermometer nicht von der Grösse der Schwerebeschleunigung abhängigen Aneroïds auf die Schwerebeschleunigung geschlossen, aber es ist ebenso

bekannt, dass alle solche Versuche bis jetzt wegen der Launenhaftigkeit der Federbarometer nicht zu brauchbaren Ergebnissen führen können. Dass die neuen Siedethermometer an Genauigkeit genügen, um die Schwerekorrektion für die Quecksilberbarometer-Ablesungen zu bestimmen, war nach den in den letzten Jahren bekannt gewordenen Genauigkeitszahlen nicht zweifelhaft und wird vom Verf. hier auf Grund umfangreicher Vergleichungen zwischen zwei Siedethermometern von Tonnelot in Paris und zwei Quecksilberbarometern von Fuess (Normalbarometer des norwegischen meteorologischen Instituts Wild-Fuess Nr. 214 und Reisebarometer Wild-Fuess Nr. 270) auf zahlreichen norwegischen Stationen aufs Neue bestätigt. Bemerkenswerth an den Siedethermometern (Theilung von 95,4° bis 101,6°; 1° ist 30 mm lang und in 50 Theile zerlegt, also $^1/_{10}$ der kleinsten direkt vorhandenen Theile 0,06 *mm* lang, 0,002° entsprechend) ist besonders, dass sie mit einem kleinen Fernrohr abgelesen werden, wodurch die Ableseparallaxe vermieden wird.

An Genauigkeitszahlen des Verf. seien folgende angeführt. Die mittlere Abweichung einer Vergleichung der beiden Quecksilberbarometer unter sich ist (aus 200 Beob.) $\pm$ 0,025 *mm* oder der m. F. einer einzelnen Barometerablesung $\pm$ 0,018 *mm* (wobei für das Normalbarometer etwas mehr, für das Reisebarometer etwas weniger); für die Siedethermometer lauten die entsprechenden Zahlen: m. F. einer Vergleichung beider (aus 269 Beob.) $\pm$ 0,00118° = $\pm$ 0,032 *mm* (bei 760 *mm* Druck) oder m. F. einer einzelnen Siedethermometer-Ablesung $\pm$ 0,00084° = $\pm$ 0,023 *mm*. Dies sind in der That hohe Genauigkeiten, die durch störende äussere Umstände (nicht zutreffende Angaben des Thermometers am Barometer, Veränderlichkeit der Kapillarität u. s. w. am Barometer; Verschiedenheit der Grösse der Flamme und damit des Dampfdrucks im Verhältniss zum Luftdruck beim Siedethermometer, Veränderlichkeit der Länge des herausragenden Fadens; zeitliche Verschiedenheit der Ablesungen an Quecksilberbarometern und Siedethermometern oder verschiedene Geschwindigkeiten, mit denen Quecksilberbarometer und Siedethermometer den Veränderungen des Luftdrucks folgen) beträchtlich verringert werden können.

Im Ganzen findet aber der Verf. als Maass der Genauigkeit, mit der durch eine Reihe von etwa 9 Beobachtungen im Lauf eines Tages oder mehrerer Tage die Differenz zwischen den Angaben des Barometers und des Siedethermometers, beide auf gemeinschaftliches Maass reduzirt, mit den von ihm benutzten Apparaten bestimmt werden kann, den sehr günstigen Betrag von

$$\pm 0{,}02\ mm \quad \text{oder} \quad \pm 0{,}00074°.$$

Dass diese Genauigkeit für die Zwecke, die Mohn im Auge hat, genügt, ist offenbar; man kann mit Hülfe des Siedethermometers (auf einer Landstation) die Schwerekorrektion der Quecksilberbarometer-Ablesung mit einer Genauigkeit von einigen Hunderteln des Millimeter finden. Ja es zeigt sich bestätigt, was schon Chree, Fényi u. A. hervorgehoben haben, dass nicht ein Quecksilberbarometer, sondern ein Siedethermometer das beste Instrument ist, um weit von einander entfernte Normalbarometer mit einander zu vergleichen.

Eine naheliegende, vom Verf. *a. a. O. S. 45 bis 47* erörterte Frage ist diese: Kann man nicht auf dem Meere, wo Pendelmessungen unter allen Umständen versagen, die Beschleunigung durch die Schwerkraft genügend genau mit Hülfe des Siedethermometers finden (ganz auf demselben Weg, wie sie, vgl. oben, v. Wüllerstorf-Urbair mit Hülfe des Aneroïds bestimmen wollte)? Aus

$$B = b\,\frac{g}{g_{45}} \quad \text{oder} \quad g = \frac{B}{b}\,g_{45},$$

wo B den wahren Luftdruck und b die mit allen Korrektionen ausser der Schwerekorrektion versehene Ablesung am Quecksilberbarometer bedeutet, findet man, wenn Δb, ΔB und Δg mittlere Fehler bedeuten,

$$\Delta g = g_{45}\sqrt{\left(\frac{B}{b^2}\,\Delta b\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\,\Delta B\right)^2},$$

also mit $\frac{B}{b}$ genügend genau = 1 und der Annahme $\Delta B = \Delta b$

$$\varDelta g = \pm 1{,}414\, g_{45} \cdot \frac{\varDelta b}{b}$$

oder mit $g_{45} = 9{,}806\ m$ und $b = 760\ mm$

$$\varDelta g = \pm 0{,}0129\ \varDelta b.$$

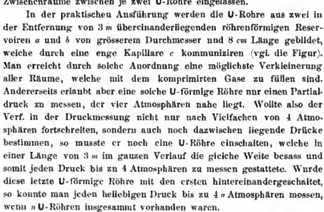
Wäre $\varDelta b = \pm 0{,}02\ mm$, so erhielte man also $\varDelta g = \pm 0{,}26\ mm$, eine Genauigkeit, die man an Landstationen sicher erreichen kann. Sie ist allerdings mehrmals (etwa 3-mal) geringer als die mit Pendelbeobachtungen leicht zu erreichende. Wenn aber auch auf dem Meere (bei ganz ruhigem Wetter) eine ähnliche Genauigkeit erreichbar wäre — worüber nur Versuche entscheiden können — so wäre damit ein sehr willkommener Forschritt in der Bestimmung der Schwerebeschleunigung auf der Meeresfläche gegeben. *Hammer.*

Ein Normalmanometer für hohe Drücke.

Von H. Kammerlingh Onnes. *Commun. Univ. Leiden Nr. 44. 1898.*

Das Prinzip eines Quecksilber-Normalmanometers für hohe Drücke ist schon früher von Thiesen beschrieben worden (vgl. *diese Zeitschr. 1. S. 114. 1881*). Der zu messende Druck wird bei einem solchen Instrumente in eine Reihe von Partialdrucken zerlegt, welche, einzeln gemessen, in ihrer Summe — von Korrektionen abgesehen — den Gesammtdruck ergeben. Schematisch genommen wird ein solches Manometer durch eine Anzahl vertikaler Röhren gebildet, welche abwechselnd oben und unten verbunden sind, sodass das Ganze ein fortlaufendes Schlangenrohr darstellt. Die untere Hälfte des ganzen Systems ist mit Quecksilber gefüllt, die obere Hälfte nach Thiesen's Anordnung mit Wasser, welches den Druck von einem U-Rohr zum anderen überträgt und dessen Gegendruck von der Summe der Quecksilberdrücke abzuziehen ist.

Die von Kammerlingh Onnes vorgenommene Abänderung besteht im Wesentlichen darin, dass er das Wasser als Uebertragungssubstanz durch ein komprimirtes Gas (Wasserstoff oder trockne Kohlensäure) ersetzt. Das Gas wird dabei erst bei Einschaltung des Manometers aus Stahlflaschen mittels eines geeigneten Reduzirventils in die Zwischenräume zwischen je zwei U-Rohre eingelassen.



In der praktischen Ausführung werden die U-Rohre aus zwei in der Entfernung von 3 *m* übereinanderliegenden röhrenförmigen Reservoiren *a* und *b* von grösserem Durchmesser und 8 *cm* Länge gebildet, welche durch eine enge Kapillare *c* kommunizieren (vgl. die Figur). Man erreicht durch solche Anordnung eine möglichste Verkleinerung aller Räume, welche mit dem komprimirten Gase zu füllen sind. Andererseits erlaubt aber eine solche U-förmige Röhre nur einen Partialdruck zu messen, der vier Atmosphären nahe liegt. Wollte also der Verf. in der Druckmessung nicht nur nach Vielfachen von 4 Atmosphären fortschreiten, sondern auch noch dazwischen liegende Drücke bestimmen, so musste er noch eine U-Röhre einschalten, welche in einer Länge von 3 *m* im ganzen Verlauf die gleiche Weite besass und somit jeden Druck bis zu 4 Atmosphären zu messen gestattete. Wurde diese letzte U-förmige Röhre mit den ersten hintereinandergeschaltet, so konnte man jeden beliebigen Druck bis zu 4 *n* Atmosphären messen, wenn *n* U-Röhren insgesammt vorhanden waren.

Um die Möglichkeit zu haben, ohne besondere Umschaltung noch Drucke zu messen, die wenig niedriger (oder auch höher) sind als ein Vielfaches von 4 Atmosphären, hat Verf. noch ein U-förmig gebogenes Rohr von kleineren Dimensionen mit zwei gleichlangen Schenkeln mit den übrigen Röhren hintereinandergeschaltet, welches somit einen geringen positiven oder negativen Partialdruck aufzunehmen vermag.

Alle U-Rohre sind zum Zwecke ihrer Verbindung mit einander an den oberen Enden beider Schenkel (bei *A* und *B* in der Figur) mit absteigenden Kapillarrohren versehen, welche

unten in Stahlrohre eingekittet sind (*C* und *D*). Die Stahlrohre sind dann horizontal umgebogen und münden luftdicht, immer zu zweien, je eines von zwei aufeinanderfolgenden U-Röhren, in einen gemeinsamen Raum, die eigentliche Kammer, in welcher der Uebertragungsdruck durch das einzulassende komprimirte Gas hergestellt wird.

Das Normalmanometer hat sich nach den Angaben des Verf. gut bewährt. Es konnten damit Drucke bis zu 100 Atmosphären gemessen werden. *Schl.*

Zur Psychrometerfrage.

Von P. Czermak. *Meteorolog. Zeitschr.* ***16.*** *S. 365. 1899.*

Der Verf. empfiehlt, die Messung der psychrometrischen Differenz mit einem Thermoelement Konstantan-Kupfer vorzunehmen, dessen eine Löthstelle trocken, dessen andere Löthstelle feucht erhalten wird. Er verwendete mit bestem Erfolge Streifen aus gewalzten Blechen von 0,02 *mm* Dicke, welche man 0,5 *mm* breit schneiden oder auch schon so walzen lassen kann. Aus Kupfer kann man dieselben als Christbaumschmuck kaufen. Die Zuleitung wird am besten aus Manganindraht genommen, sodass man unbedenklich den einen Theil derselben den verschiedensten Temperaturen aussetzen kann, ohne befürchten zu müssen, dass sich der Widerstand des ganzen Kreises merklich ändert.

Zweckmässig ist eine zweimal geknickte Form des Elementes (in der Form eines W), bei welcher man es direkt in verschieden temperirten Wassergefässen aichen kann. Zum Befeuchten können dann kleine Näpfchen mit Wasser bis zu einem Anschlage gehoben werden, sodass eben nur die Löthstelle eintaucht.

Der Verf. giebt ferner ein Mittel zum leichten Erkennen des Beschlages bei Kondensationshygrometern an. Er empfiehlt, die Wand des Gefässes, in welchem die Abkühlung erfolgt, aussen zu versilbern, und die Versilberung durch einen sehr feinen oder durch ein ganzes System feiner Schnitte in zwei Theile zu schneiden, die von einander isolirt sind. Werden nun die beiden Theile in die Leitung eines empfindlichen Galvanoskopes mit einem Element zusammen eingeschaltet, so würde bei der schwächsten Bethauung sofort die Leitung hergestellt sein und ein Ausschlag auftreten, welcher beim Schwinden der Bethauung wieder zurückgehen müsste. *Schl.*

Ueber den stationären Temperaturzustand eines von einem elektrischen Strome erwärmten Leiters.

Von F. Kohlrausch. *Sitzungsber. d. Berl. Akad.* ***38.*** *S. 711. 1899.*

Die stationäre Temperaturvertheilung in einem elektrisch geheizten Körper hängt, wie Verf. zeigt, nur von dem Verhältniss $\varkappa/\lambda$ seines elektrischen Leitvermögens $\varkappa$ zu dem Wärmeleitvermögen λ und von der elektromotorischen Kraft zwischen den Elektroden desselben ab; daraus ergiebt sich eine einfache und zuverlässige Methode zur Bestimmung dieses Verhältnisses und damit auch der Wärmeleitung. Die Wiedemann-Franz'sche Annahme, dass $\varkappa/\lambda$ eine Naturkonstante sei, ist nach den Versuchen von Lorenz und anderen (vgl. auch das folgende Referat) nicht zutreffend; wenn sie richtig wäre, müsste die Temperaturvertheilung in einem Körper, wie Verf. früher schon nachgewiesen hat, nicht nur von seiner Gestalt, sondern auch von der Natur desselben unabhängig, also für alle Metalle gleich sein. Die zwischen dem Verhältniss $\varkappa/\lambda$ und der Thermokraft eines Metalles aufgestellten Beziehungen (Kohlrausch, Liebenow) machen ebenfalls eine genaue Bestimmung dieses Werthes erwünscht.

Verf. nimmt an, dass bei einem beliebig gestalteten Körper der Strom durch zwei Theile der Oberfläche senkrecht ein- bezw. austritt, sodass diese Theile auf einem konstanten Potential gehalten werden. Durch dieselben Flächen, welche auf konstanten Temperaturen gehalten werden, soll die Stromwärme abfliessen, während die übrigen Theile der Oberfläche für Wärme undurchdringlich sein sollen; $\lambda/\varkappa$ wird als Funktion der Temperatur u betrachtet. Verf. weist nach, dass das für den speziellen Fall eines linearen Leiters geltende Integral auch die Differentialgleichung eines beliebig gestalteten Körpers erfüllt. Da es physikalisch

wahrscheinlich ist, dass bei denselben Bedingungen nur ein Zustand existirt, stellt dies Integral auch die allgemeine Lösung dar. Das Integral lautet $\int \frac{\lambda}{\varkappa}\, du = -\frac{1}{2} v^2 + Cv + C'$, wo v das Potential bezeichnet und C, C' Konstanten sind, welche durch die Grenzbedingungen bestimmt werden. Da die Temperatur nur eine Funktion des Potentials ist, so fallen die Isopotentialflächen mit den Isothermenflächen zusammen. Für die speziellen Fälle, dass $\lambda/\varkappa$ von der Temperatur unabhängig ist, oder aber proportional der absoluten Temperatur (Lorenz), werden die Gleichungen aufgestellt. Unter der letzteren Voraussetzung berechnet sich nach den neusten Messungen (s. das folgende Referat) für reine Metalle das Temperaturmaximum zu 3140° C. bei 1 Volt Spannung, wenn die Endflächen auf 0° gehalten werden, zu 163° bei 0,1 Volt und zu 2° bei 0,01 Volt. Für die Bestimmung der Wärmeleitung nach dieser Methode ist es von erheblichem Vortheil, dass die Gestalt des Körpers gleichgültig ist, also auch Bohrlöcher und Poren ohne Einfluss sind, solange sie für Wärme und Elektrizität gleichzeitig isoliren, was allerdings nur genähert der Fall ist. Die im folgenden Referat beschriebenen Messungen sind nach dieser Methode ausgeführt. *W. J.*

Wärmeleitung, Elektrizitätsleitung, Wärmekapazität und Thermokraft einiger Metalle.

Von W. Jäger und H. Diesselhorst. *Sitzungsber. d. Berl. Akad.* ***38.*** *S. 719. 1899.*

Eine von F. Kohlrausch angegebene Methode (vgl. das vorige Referat) gestattet die direkte Bestimmung des Verhältnisses der Leitfähigkeit für Wärme λ und der für Elektrizität $\varkappa$. Dieses Verhältniss sollte nach dem Wiedemann-Franz'schen Gesetz eine Konstante für alle Metalle sein, während es nach den Untersuchungen von Lorenz in Kopenhagen für verschiedene Körper verschieden, aber der absoluten Temperatur proportional sein soll. Auch von Kirchhoff und Hansemann, sowie von Weber und Anderen ist dieses Verhältniss für eine Anzahl von Metallen bestimmt worden, doch stets in der Weise, dass die beiden Leitfähigkeiten gesondert gemessen wurden. Die direkte Methode von Kohlrausch, welche bei den hier beschriebenen, in der Reichsanstalt ausgeführten Versuchen in Anwendung kam, benutzt ein Temperaturgleichgewicht. Man schickt durch einen homogenen Leiter einen elektrischen Strom, während die Enden desselben auf konstanter Temperatur gehalten werden, und misst nach Erreichung des Gleichgewichtszustandes an drei Stellen die Temperaturen U_1, U_2, U_3 und an denselben Stellen die Potentiale v_1, v_2, v_3; es ist dann, wenn von dem Einfluss der äusseren Wärmeleitung abgesehen wird und $\lambda/\varkappa$ von der Temperatur unabhängig ist,

$$\frac{\lambda}{\varkappa} = \frac{1}{2}\,\frac{(v_1-v_2)(v_2-v_3)(v_3-v_1)}{U_1(v_2-v_3)+U_2(v_3-v_1)+U_3(v_1-v_2)}\,.$$

Wählt man $v_1-v_2=v_2-v_3=v$ und setzt $U_2-\frac{1}{2}(U_1+U_3)=U$, so wird einfach $\lambda/\varkappa=\frac{1}{2}v^2/U$. Die *äussere Wärmeleitung* kann, wie eine theoretische Betrachtung zeigt, bestimmt und in Rechnung gezogen werden durch Veränderung der äusseren Temperatur sowie durch Versuche ohne Strom. Es giebt eine bestimmte äussere Temperatur, bei der die Temperaturen U_1, U_2, U_3 dieselben sind, wie wenn keine äussere Wärmeleitung vorhanden wäre. Näheres siehe in der Abhandlung. Da meist mit sehr kleinen Temperaturdifferenzen (3°) gearbeitet wurde, konnte $\lambda/\varkappa$ als lineare Funktion der Temperatur angesehen werden; es gilt dann der nach der obigen Formel bestimmte Werth von $\lambda/\varkappa$ für die Mitteltemperatur.

Zu den Versuchen wurden zylindrische Metallstäbe von 27 *cm* Länge benutzt, die je nach ihrer Leitfähigkeit einen Durchmesser von 1 bis 2 *cm* hatten. Für die Temperaturmessung waren sie in der Mitte und an zwei symmetrisch dazu im Abstand von je 9 *cm* gelegenen Stellen mit Löchern von etwa 0,5 *mm* Durchmesser versehen, in welche Thermoelemente aus Konstantan-Eisen von 0,1 *mm* Durchmesser eingezogen wurden. Die Enden der Stäbe wurden an grösseren Kupferbacken befestigt und diese an Wasserbäder von 5 Liter Inhalt angeschraubt, die durch gleichmässig wirkende Rührer innerhalb weniger hundertel Grade konstant gehalten wurden. Die Temperaturen U_1 und U_3 wurden gleich gemacht, sodass in der

Mitte das Temperaturmaximum eintrat. Im Allgemeinen betrug die Temperaturdifferenz zwischen Mitte und Enden des Stabes nur wenige Grade, die entsprechende Potentialdifferenz ungefähr 0,01 Volt. Die zur Erzeugung dieser Differenz nöthige Stromstärke bewegte sich je nach der Dicke und Leitfähigkeit der Stäbe zwischen 25 und 350 Ampere; sie wurde gemessen durch die Spannung an den Enden eines Widerstandes von 0,001 Ohm. Zur Messung des Potentials waren meist besondere Kupferdrähte in die Bohrlöcher eingeführt, während die doppelt mit Seide umsponnenen Thermoelemente isolirt waren. Sämmtliche Spannungen (Temperatur, Potential und Stromstärke) wurden an einem Kompensationsapparat gemessen. Der zu untersuchende Stab war von einem doppelten Kupfermantel umgeben, der mittels durchströmenden Wassers oder Dampfes auf einer bestimmten Temperatur gehalten wurde; in diesem Mantel befanden sich auch die zweiten Löthstellen der oben erwähnten Thermoelemente zur Vermeidung der durch die Inhomogenität der Drähte auftretenden Thermokräfte. Die Versuche wurden bei Zimmertemperatur und in der Nähe von 100° ausgeführt. Aus dem Verhältniss der Leitfähigkeiten $\lambda/\varkappa$ und der gleichzeitig durch Strom- und Potentialmessung bestimmten elektrischen Leitfähigkeit $\varkappa$ ergiebt sich die Wärmeleitfähigkeit λ.

In Rücksicht auf die Theorien, welche die *Thermokraft* in direkten Zusammenhang mit $\lambda/\varkappa$ bringen, wurden auch die Thermokräfte der untersuchten Metalle bei beiden Temperaturen gegen die zur Potentialmessung dienenden Kupferdrähte bestimmt, indem die Temperaturen der Bäder um etwa 10° verschieden gemacht wurden. Die beobachteten Werthe sind mit den aus der Theorie von Liebenow sich ergebenden Zahlen verglichen; theilweise ist die Uebereinstimmung auffallend gut, theils finden sich auch direkte Widersprüche.

Zur Messung der *Wärmekapazität*, welche ebenfalls bei 18° und 100° bestimmt wurde, stellte man einen Gleichgewichtszustand ohne Strom oder einen solchen mit Strom her, schloss bezw. öffnete dann den Strom plötzlich und bestimmte den Wärmeanstieg bezw. Abfall für den Anfang der Zustandsänderung. Im ersten Moment ist dann das Produkt aus Dichte s, Wärmekapazität c und Temperaturänderung $\partial u/\partial t$ gleich der Stromleistung L im Kubikzentimeter des Stabes ($cs.\ \partial u/\partial t = L$). Es kommt dabei darauf an, den Temperaturverlauf sofort nach der Aenderung des Gleichgewichts scharf zu bestimmen. Dies geschah, indem ein Galvanometer direkt in den Stromkreis des betreffenden Thermoelementes geschaltet und mit einem Chronographen die Durchgänge des Fernrohr-Fadenkreuzes durch ganze Theilstriche der Skale markirt wurden. Durch Zugrundelegung der elektrischen Einheiten sind die Wärmegrössen auf Wattsekunden statt auf Kalorien zurückgeführt. Die Resultate sind z. Th. im Thätigkeitsbericht der Reichsanstalt (*diese Zeitschr.* **19.** *S. 209. 1899*) mitgetheilt, doch sind eine grössere Anzahl von Metallen sowie die Bestimmungen der Thermokraft hinzugekommen. Von dem Abdruck der Tabelle soll jetzt Abstand genommen werden, da nach der ausführlichen Veröffentlichung dieser Arbeit sich hierzu Gelegenheit bieten wird. Es besteht die Absicht, die Versuche auch auf ganz hohe und tiefe Temperaturen auszudehnen. *W. J.*

Neuer Projektionsapparat für wissenschaftliche Zwecke.

Von W. Behrens. *Zeitschr. f. wissenschaftl. Mikroskopie* **15.** *S. 7. 1898.*

Der Apparat ist für die Projektion von Glasbildern bis zur Grösse 9×12 *cm*, von mikroskopischen Präparaten und von wissenschaftlichen Experimenten bestimmt. Besondere Rücksicht ist darauf genommen, dass der Apparat leicht aufgestellt und entfernt werden kann und dass bei bequemer Handhabung doch genaue Zentrirung und Regulirung möglich ist.

Abgesehen von dem Grundbrett und dem Objektivbrett ist die Verwendung von Holztheilen bei dem Apparat ausgeschlossen worden; als Ersatz wurde gewalztes Aluminium genommen. Was die Lichtquelle betrifft, so hat sich der Verf. für Kalklicht entschieden; er hat einen neuen Brenner konstruirt, mit dem er nicht nur das Licht auf grösste Helligkeit fein reguliren, sondern auch das Flammenbild scharf und zentrisch in die hintere Hauptebene (richtiger in die Eintrittspupille) des Objektivs projiziren kann. Alle hierzu nöthigen

Bewegungen werden ohne Oeffnen des die Lichtquelle umgebenden Kastens von aussen bewirkt. Als Kondensor dient der bekannte Triplet-Typus.

Der Wechselrahmen des Diapositivträgers (Fig. 1) ist so eingerichtet, dass Hoch- und Querformat nach Belieben Verwendung finden kann, indem der Rahmen mit Hülfe des Knopfs *d* gedreht wird; die beiden Stellungen werden durch Einschnappen einer Feder an den Klötzen *f* und *f'* markirt. Für kleinere Formate

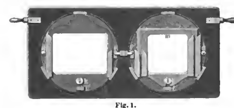


Fig. 1.

sind Einsatzrahmen *m* beigegeben, die durch die Schraube *k* befestigt werden.



Fig. 2.

Objektiv und Anschlussbalg lassen sich leicht abnehmen, sobald man zur Projektion von mikroskopischen Präparaten übergehen will. An ihre Stelle tritt dann ein umlegbares Mikroskopstativ, oder besser ein eigens dafür konstruirter Projektionsvorsatz (Fig. 2) mit Verstellung durch Zahn und Trieb in drei zu einander senkrechten Richtungen, kurzem weiten Tubus und drehbarem Tisch mit Irisblende. Anstatt des Tisches können auch besondere Halter aufgesetzt werden, welche zur Aufnahme grösserer Gegenstände, z. B. Petri'scher Schalen, geeignet sind.

Der Projektionsapparat wird von E. Rudolph, der Projektionsvorsatz von R. Winkel in Göttingen hergestellt. *A. K.*

Verbesserung des Polaristrobometers.

Von H. Wild. *Vierteljahrsschrift d. Naturf. Gesellsch. in Zürich.* **43.** *S. 57. 1898.*

An seinem im Jahre 1865 ersonnenen Polaristrobometer (siehe Landolt, Optisches Drehungsvermögen. 2. Aufl. 1898. *S. 297*), das von den neueren Halbschattenapparaten fast verdrängt worden ist, hat Wild einige Verbesserungen angebracht, die eine grössere Empfindlichkeit und Handlichkeit des Instrumentes ermöglichen. Danach ist die Anordnung der einzelnen optischen Theile die gleiche wie beim Lippich'schen Halbschattenpolarimeter, indem nur an die Stelle des Lippich'schen Halbprisma die Savart'sche Doppelplatte gesetzt ist. Das Licht durchläuft demnach der Reihe nach folgende optische Theile: die Beleuchtungslinse, in deren Brennebene die Lichtquelle zu setzen ist (die Bemerkung Wild's, dass dann alle die aktive Flüssigkeit durchlaufenden Strahlen wirklich parallel verlaufen, ist offenbar unrichtig); den nur um etwa 55° drehbaren Polarisator; die Savart'sche Doppelplatte, deren sich rechtwinklig kreuzende Hauptschnitte mit der Horizontalen Winkel von 45° bilden; die Polarisationsröhre; den zugleich mit dem Theilkreis drehbaren Analysator und das auf unendlich gestellte Fernrohr mit einem in der Fokalebene des Objektivs befindlichen Fadenkreuz. Ersetzt man daher die Doppelplatte durch ein Halbprisma, entfernt das Fadenkreuz und stellt das Fernrohr scharf auf die Kante des Halbprisma ein, so erhält man das Lippich'sche Halbschattenpolarimeter. Soll in diesem Falle der Strahlengang aber auch ein korrekter sein, so muss man noch der Lichtquelle eine andere Lage geben oder eine Beleuchtungslinse von solcher Brennweite wählen, dass durch die Beleuchtungslinse ein scharfes Bild der Lichtquelle auf dem Analysatordiaphragma entworfen wird; diese Forderung eines korrekten Strahlenganges hat Wild leider bei seinen vergleichenden Untersuchungen nach der Halbschatten- und Interferenzmethode nicht gehörig berücksichtigt.

Bei seinen älteren Apparaten hatte **Wild** (ausser einer anderen Anordnung der optischen Theile) den Polarisator stets so justirt, dass sein Hauptschnitt mit dem der **Savart**'schen Doppelplatte einen Winkel von 45° bildet. Man beobachtet dann bekanntlich gleichmässig in allen vier Quadranten des Kreises das Verschwinden der Interferenzstreifen, sobald der Hauptschnitt des Analysators mit einem der beiden sich kreuzenden Hauptschnitte der Doppelplatte zusammenfällt. Nun haben bereits vor zwei Jahrzehnten **Tollens** und **Lippich** darauf hingewiesen, dass die Einstellungen an Sicherheit gewinnen, wenn man den Polarisator mit seinem Hauptschnitt statt um 45° um einen kleineren Winkel zum Hauptschnitt der Doppelplatte neigt und dann von den zwei hellen und dunklen Quadranten, die sich bei der Drehung des Analysators ergeben, die letzteren beiden zu den Einstellungen auf das Verschwinden der Interferenzfransen benutzt. Eine einfache theoretische Betrachtung **Wild**'s lehrt gleichfalls, dass die Empfindlichkeit des Apparats mit Verkleinerung des Winkels zwischen den Hauptschnitten des Polarisators und der Doppelplatte (kurz Schattenwinkel genannt) wächst. Es ist daher nunmehr der Polarisator um etwa 55° drehbar eingesetzt, sodass man den Schattenwinkel beliebig zu variiren vermag. Man wählt demnach den Umständen entsprechend stets den Schattenwinkel möglichst gering, doch mindestens so gross, dass das Auge ohne grosse Anstrengung die Einstellungen ausführen kann.

Am Schluss seiner Arbeit giebt **Wild** die Resultate einiger Versuche an, die er zum Vergleich der Empfindlichkeit seines Polaristrobometers und des **Lippich**'schen Halbschattenpolarimeters angestellt hat, und aus denen er den Schluss ziehen zu dürfen glaubt, dass seine Interferenzmethode der Halbschattenmethode überlegen ist. Der Referent ist dagegen der Ansicht, dass in dieser Hinsicht den **Wild**'schen Zahlen eine entscheidende Bedeutung nicht beigemessen werden darf, und zwar aus mehreren Gründen. Der Theilkreis des Apparates, mit dem **Wild** seine Untersuchungen ausgeführt hat, ist in $^1/_3$° getheilt, sodass mit den Nonien (mit 20 Theilen gleich 19 Theilen der Kreisscheibe) nur noch ganze Minuten abzulesen sind; die von **Wild** angegebenen mittleren Fehler einer Einstellung bleiben aber zumeist unterhalb einer Minute (sogar $\pm$ 0,26' werden berechnet), sodass demnach die Genauigkeit der Ablesung geringer ist als die der Einstellung, während hier das Umgekehrte unbedingt gefordert werden muss. Ueber die Methode der Einstellung wird nichts Näheres angegeben, und doch ist von ihr die Einstellungsgenauigkeit abhängig, wie **Lippich** gezeigt hat; wenn **Wild** schreibt: „Nur der Versuch kann daher entscheiden, welches von beiden Einstellungsmomenten die grössere Sicherheit darbietet, das Verschwinden der scharfen Kante beim Halbschattenapparat oder das Einstellen des hellen Querstreifens durch die Interferenzfransen auf das Fadenkreuz bei meinem Instrument," so ist dazu zu bemerken, dass bei der Halbschattenmethode nicht das Verschwinden der Trennungslinie, sondern die gleiche Helligkeit der Felder als Kriterium für die Einstellungen gelten soll. Wie mangelhaft aber der verwendete Apparat konstruirt und justirt war, ergiebt sich aus den Drehungsmessungen von Zuckerlösungen für Natriumlicht; obwohl stets beide Nonien beobachtet wurden, die Exzentrizität des Theilkreises also eliminirt war, fallen durchweg die Drehungen im zweiten Quadranten kleiner aus als im ersten, gleichviel ob der Apparat mit dem Halbschatten-Nicol oder der **Savart**'schen Platte versehen war. Die Differenzen der Drehungsbestimmungen in den beiden Quadranten steigen für Drehungswinkel von 36° und darunter bei dem Halbschatten-Nicol bis zu 3,5', bei der **Savart**'schen Platte bis zu 4,9'; ein Halbschattenapparat lässt sich jedoch mit Leichtigkeit so justiren, dass eine Differenz selbst bei noch grösseren Drehungswinkeln nicht mehr nachweisbar ist, also höchstens einige Sekunden betragen kann; ob auch in entsprechendem Maasse die **Savart**'sche Platte so exakt konstruirt werden kann, muss allerdings dahingestellt bleiben. Auch für die grossen, bis zu 7,1' (bei einem Drehungswinkel von etwa 17°) ansteigenden Abweichungen zwischen den mit Halbschatten-Nicol und mit **Savart**'scher Platte gemessenen Drehungen finden sich keine Gründe angegeben. Aus alledem folgt, dass die **Wild**'schen Resultate noch sehr der Aufklärung bedürfen, zumal sie mit den älteren, ausgezeichneten Beobachtungen **Lippich**'s in Widerspruch stehen.

Schliesslich sei noch auf ein Versehen **Wild**'s hingewiesen. Dem oben zitirten Werk

von Landolt entnimmt er den Einstellungsfehler $\pm$ 0,06° Ventzke für Halbschattensaccharimeter und meint, dass derselbe genau mit dem von ihm für den Lippich'schen Halbschatten-Polarisationsapparat gefundenen Einstellungsfehler übereinstimmt, was aber ein Irrthum ist, weil erstens das Halbschattensaccharimeter nicht mit Natriumlicht, wie Wild angiebt, sondern mit weissem Licht benutzt wird, zweitens bei diesem Instrument auch nur die Zehntelgrad Ventzke abgelesen werden können, und weil drittens für das Saccharimeter wegen der grossen Menge Quarz, die sich in Gestalt der Keilkompensation zwischen Polarisator und Analysator befindet, die Verhältnisse ganz andere sind, wie für einen einfachen Polarisationsapparat. *Schck.*

Interferenzmethode zur Messung grosser Dicken sowie Vergleichung von Wellenlängen des Lichtes.

Von A. Pérot und Ch. Fabry. *Ann. de chim. et de phys.* (7) **16.** *S. 289. 1899.*

In mehreren früheren Aufsätzen, über welche auch in dieser Zeitschrift berichtet worden ist (vgl. *diese Zeitschr.* **17.** *S. 124. 1897*), haben die Verfasser ein Verfahren zur Messung der Dicke dünner Luftplättchen mit Hülfe von Lichtinterferenzen sowie ein neues, ungemein leistungsfähiges Interferenz-Spektroskop (vgl. *diese Zeitschr.* **19.** *S. 123. 1899*) zur Bestimmung der Zusammensetzung scheinbar monochromatischen Lichtes beschrieben. In der vorliegenden Arbeit, die sich eng an die früheren Veröffentlichungen anschliesst, sind die Verf. nach beiden Richtungen hin noch ein gutes Stück weiter gekommen. Zunächst beschäftigten sie sich mit der Aufgabe, die Dicke von Luftplatten, deren planparallele Seitenwände einen Abstand von 4 bis 5 *cm* haben, noch auf kleine Bruchtheile einer Wellenlänge genau zu messen. Wie die Verf. derartige Luftplatten herstellen und reguliren, wurde früher bereits in dem Referat über das Interferenz-Spektroskop beschrieben. Zum Zweck der Dickenmessung bedienen sie sich ebenfalls der Haidinger'schen Interferenzringe für konvergentes Licht. Die Lichtquelle, etwa eine Geissler'sche Röhre mit Kadmiumfüllung, befindet sich im Brennpunkt einer Linse; die Lichtstrahlen treten also parallel aus und werden durch eine zweite Linse auf die Luftplatte konzentrirt, durchsetzen dieselbe und gelangen in das auf Unendlich gerichtete Beobachtungsfernrohr. Bei Anwendung streng monochromatischen Lichtes erblickt das Auge dann konzentrische Interferenzringe, die besonders scharf erscheinen, wenn beide die Luftplatte begrenzenden Glasflächen schwach versilbert sind. Enthält die Lichtquelle mehrere helle Linien, so treten dementsprechend auch mehrere Interferenzsysteme auf, die sich über einander lagern. Da die Verf. bei ihren Messungen immer nur zwei derartige Systeme gleichzeitig verwendeten, die übrigen aber störend wirken mussten, so reinigten sie das Licht durch vorgesetzte Absorptionsflüssigkeiten, und zwar beseitigt eine dünne Schicht von neutralem Kaliumchromat die blauen und violetten, von Nickelchlorür die rothen Strahlen, ohne die anderen wesentlich zu schwächen; Kaliumbichromat oder Chromsäure lässt nur gelbe und rothe Strahlen durch u. s. w. Um nun auch Kadmium- und Quecksilberlicht gleichzeitig benutzen zu können, wurde in dem oben beschriebenen Strahlengang zwischen die beiden Konvexlinsen noch ein schwach versilberter, unter 45° geneigter Planspiegel eingeschoben, der nicht nur die Strahlen der dahinter stehenden Lichtquelle zum Theil durchgehen lässt, sondern auch die einer zweiten, seitlich angebrachten Lichtquelle genau in Richtung des ersten Strahlenganges ablenkt. Man verfügt somit über je eine rothe, grüne und blaue Kadmiumlinie, sowie über zwei gelbe und eine grüne Quecksilberlinie die sich sämmtlich zur Beobachtung eignen und in jeder gewünschten Kombination angewendet werden können.

Denkt man sich nun die Luftplatte zunächst sehr dünn, wählt zur Beleuchtung nur die zwei sehr nahe bei einander liegenden gelben Quecksilberlinien und entfernt die beiden die Luftplatte begrenzenden Glasplatten immer weiter von einander, so sieht man die von den zwei Linien herrührenden Ringsysteme, die sich ursprünglich überdeckt hatten, immer weiter auseinandertreten, bis bei einer bestimmten Dicke der Luftplatte der eine Streifen des einen Systems sich genau in der Mitte zwischen zwei Streifen des anderen Systems befindet (Dis-

kordanz); bei immer mehr zunehmender Dicke der Platte rücken die beiden Ringsysteme immer näher auf einander zu, um sich bei einer bestimmten Plattendicke wieder vollständig zu überdecken (Konkordanz). Bezeichnet d die Plattendicke, n die Ordnungszahl der Wellenlänge λ, so gilt in diesem Falle die Gleichung $2d = (n+1)\lambda_2 = n\lambda_1$, folglich $n = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$. Kennt man also die beiden Wellenlängen hinlänglich genau, so kann man schon von vornherein bestimmen, bei wie viel Wellenlängen eine derartige Konkordanz stattfinden muss; umgekehrt lässt sich auch, wenn man den Plattenabstand angenähert kennt, berechnen, zum wievielten Male ein Zusammenfallen stattfindet. Wäre man auf die beiden gelben Quecksilberlinien allein angewiesen, bei welchen eine Konkordanz immer erst nach etwa 274 Wellenlängen stattfindet, so würde in Folge der unvermeidlichen Einstellungsfehler noch eine Unsicherheit von etwa ± 20 Wellenlängen übrig bleiben. Diese Unsicherheit verschwindet aber sofort, wenn man ausserdem auch noch die Konkordanz bezw. Diskordanz der von den übrigen Spektrallinien herrührenden Ringsysteme in Betracht zieht, denn für die grüne Quecksilber- und Kadmiumlinie beträgt die Periode nur etwa 14,57, für die rothe und die grüne Kadmiumlinie sogar nur etwa 4,76 u. s. w. Hierbei versteht man, da bei weit auseinanderliegenden Linien die Ringe ziemlich verschiedene Durchmesser haben, unter Konkordanz die Erscheinung, bei welcher zwei aufeinanderfolgende Ringe der einen Farbe zwischen zwei solchen der anderen Farbe symmetrisch angeordnet erscheinen. Da die von den Verf. angewandten Luftplatten eine sehr langsame Vergrösserung des Plattenabstandes gestatten (vgl. das frühere Referat), während dessen man die Anzahl der vorübergegangenen Interferenzstreifen irgend einer Farbe und somit auch die Grösse der Plattenverschiebung ganz genau messen kann, so ist leicht zu übersehen, dass sich mit Hülfe der eben beschriebenen verschiedenen Konkordanzen und Diskordanzen der Plattenabstand leicht auf einen kleinen Bruchtheil einer Wellenlänge bestimmen bezw. mit derselben Genauigkeit irgend ein gewünschter Plattenabstand direkt herstellen lässt.

Bei diesen direkten Messungen ist man allerdings auf Plattendicken von höchstens 4 bis 5 *cm* beschränkt, da sonst die Interferenzerscheinungen zu undeutlich werden; die Verf. wissen aber auch diesen Mangel ihrer Methode zu beseitigen, und zwar auf demselben Wege, den sie schon zur Herstellung sehr dünner Normalplatten eingeschlagen hatten. Stellt man nämlich zwei versilberte Luftplatten, von denen die eine doppelt so dick ist, wie die andere, hintereinander so auf, dass sie nur einen sehr kleinen Winkel mit einander bilden, und beleuchtet nun mit sehr intensivem *weissen* Licht, so erscheinen glänzende Interferenzstreifen, deren Lage und Breite von dem Winkel abhängt, welchen die Ebenen beider Platten mit einander bilden. Diese Streifen kommen dadurch zu Stande, dass die innerhalb der dickeren Platte zweimal reflektirten Strahlen mit den innerhalb der dünneren Platte viermal reflektirten zur Interferenz gelangen, denn die optische Weglänge für beide Komponenten ist ja die gleiche. Dasselbe gilt, wenigstens theoretisch, für alle Platten, für welche das Verhältniss der Dicken gleich einer ganzen Zahl ist; praktisch findet es jedoch bald eine Grenze, und zwar etwa beim Verhältniss 4. Hat man also eine gegebene Luftplatte von bekannter Dicke, so lässt sich mit Hülfe des eben beschriebenen Prinzips auch eine solche von genau 4-facher Dicke herstellen, von dieser ausgehend eine solche von 16-facher Dicke u. s. w. Die Verf. bezweifeln nicht, dass es auf dem angegebenen Wege unter Anwendung grösserer Mittel, als ihnen zu Gebote standen, gelingen würde, Luftplatten von 1 *m* Dicke herzustellen, deren Dicke ebenfalls bis auf Bruchtheile einer Wellenlänge bekannt wäre. Damit würde aber sofort die Möglichkeit gegeben sein, die Länge fester Körper, beispielsweise von Endmaassstäben, mit der gleichen Genauigkeit in Einheiten der Lichtwellen auszudrücken. Bringt man nämlich einen festen Körper mit planparallelen, reflektirenden Endflächen zwischen eine Luftplatte, deren Dicke genau bekannt ist und diejenige des zu messenden Körpers nur sehr wenig übersteigt, so lässt sich, am besten mit Hülfe der früher beschriebenen Normal-Luftkeile, die Dicke der Luftschicht zwischen den Endflächen des Körpers und den Grenzflächen der Luftplatte mit Hülfe reflektirten Lichtes wieder mit der-

selben Genauigkeit bestimmen. Man erhält also die Dicke des festen Körpers als Differenz zwischen der Dicke der Luftplatte und der Dicke der beiden dünnen Luftschichten an der Grenze.

Die Anwendung dieser Methode hat nun zur Voraussetzung, dass man die Wellenlänge der in Betracht kommenden Lichtarten wesentlich genauer kennt, als dies auch mit Hülfe der besten Gitter zu erreichen ist. Nun ist diese Voraussetzung wohl für die Kadmiumlinien auf Grund der bekannten Arbeiten von Michelson erfüllt, nicht aber für die Quecksilberlinien; die Verf. mussten deshalb diese Bestimmungen selbst ausführen, und zwar gelang dies auf folgendem Wege. Eine Luftplatte von etwa 0,5 *mm* Dicke wurde in den oben beschriebenen Strahlengang des Kadmium- und Quecksilberlichtes gebracht und die Konkordanzen der entstehenden Interferenzringe beobachtet. Für die verschiedenen Kadmiumlinien, deren Wellenlängen man kennt, ist die Periode der Konkordanzen dann ebenfalls bekannt. Für die Konkordanz der Ringe einer Quecksilberlinie mit derjenigen einer Kadmiumlinie geben die bisherigen Messungen der Wellenlänge einer Quecksilberlinie nur eine erste Annäherung; findet man nun zwischen der berechneten und der beobachteten Periode eine Abweichung, so lässt sich auf Grund derselben der Werth für die Wellenlängen der Quecksilberlinie verbessern. Sodann geht man zu einem grösseren Plattenabstand über, erhält wiederum eine Differenz zwischen der Rechnung mit den verbesserten Werthen der Wellenlänge und der Beobachtung, verbessert die angenommene Zahl aufs Neue u. s. f., bis man schliesslich bei der maximalen Dicke der Luftschicht die Wellenlänge der in Betracht kommenden Quecksilberlinie mit hinreichender Genauigkeit ermittelt hat. Auf diese Weise bestimmten die Verf. die Länge der grünen Quecksilberlinie zu 0,54607424 μ, die Längen der beiden gelben zu 0,57695984 bezw. 0,57906593 μ. Der wahrscheinliche Fehler der so gewonnenen Zahlen beträgt ungefähr ± 5 Einheiten der letzten Dezimale, eine Genauigkeit, die mit Hülfe der besten Gitter auch nicht annähernd zu erreichen wäre.

Diese Genauigkeit hat allerdings nur dann einen Sinn, wenn man annehmen darf, dass die betreffenden Wellenlängen nicht von der Art der Herstellung abhängen. Die Verf. haben ja selbst in einer früheren Arbeit nachgewiesen, dass alle fraglichen Linien, mit Ausnahme der rothen Kadmiumlinie, doppelt und dreifach sind, wenn auch die Komponenten relativ nahe bei einander liegen. Man wird also die oben gefundenen Werthe als Wellenlängen der Schwerpunkte dieser Linienkomplexe anzusehen haben, und es wäre daher zur Vollständigkeit der Arbeit der Nachweis nothwendig, dass sich thatsächlich dieser Schwerpunkt nicht unter Umständen verschiebt, wie dies beispielsweise bei den Natriumlinien der Fall ist, deren eine sich bekanntlich bei Erhöhung der Flammentemperatur asymmetrisch verbreitert. Da man Kadmium- und Quecksilberlicht in genügender Helligkeit auf verschiedenem Wege herstellen kann — abgesehen von den hier verwendeten Geissler'schen Röhren kommen z. B. die direkten Funken zwischen Metallelektroden in Betracht, sowie namentlich die von Arons und Gumlich konstruirten Lampen mit Quecksilber- bezw. Kadmiumamalgam-Füllung — so dürfte die Beantwortung dieser Frage keinen besonderen Schwierigkeiten begegnen. Würden sich beträchtliche Schwerpunktsverschiebungen herausstellen, so müssten auf Grund besonderer Versuche die Bedingungen für die Herstellung des Lichtes dargethan werden, unter welchen eine derartige Verschiebung nicht mehr zu befürchten ist; denn man hätte es sonst bei den oben beschriebenen Dickenmessungen mit einem veränderlichen Maassstabe zu thun, dessen Anwendung unter verschiedenen Verhältnissen nicht zu identischen Ergebnissen führen würde. *Glch.*

Eine experimentelle Bestimmung der Periode elektrischer Schwingungen.

Von A. G. Webster. *Phys. Rev.* **6.** *S. 297. 1898.*

Die von Webster angewandte Methode ist im Wesentlichen dieselbe, wie sie zuerst auf Veranlassung von Helmholtz durch Schiller 1874 durchgeführt wurde. Ein Kondensator wird unter Zwischenschaltung einer Selbstinduktion durch eine Batterie eine gemessene kurze Zeit lang geladen und die Potentialdifferenz an den Polen des Kondensators am Ende

dieser Zeit mit einem Elektrometer gemessen. Die kurz dauernde Ladezeit wird experimentell bei Schiller durch den bekannten Pendelunterbrecher bewirkt. Webster beschreibt einen anderen Apparat, der auf demselben Prinzip beruht. Eine starke Metallstange *B* (Fig. 1) trägt am oberen Ende einen Schlitten, auf dem der Elektromagnet *M* befestigt ist. Am Kern des Elektromagneten hängt ein Fallgewicht von etwa 500 *g* Masse, das oben konisch zugespitzt ist und in eine in den Kern eingedrehte Höhlung passt. Das aus Stahl gefertigte Fallgewicht ist flaschenförmig; der untere Theil ist hohl und mit Quecksilber gefüllt; der Boden besteht aus einer ebenen Achatplatte. Am unteren Ende der Tragstange *B* sind zwei Kontakthebel *1* und *2* befestigt, von denen der eine von dem Schlitten *C* getragen wird, der andere von dem Schlitten *G*; letzterer kann durch die Mikrometerschraube *S* auf- und abwärts bewegt werden. Die aus gehärtetem Stahl gefertigten Kontakthebel sind in den Steinlagern *a* drehbar; der Kontakt wird durch eine Platinspitze an der Schraube *c* hergestellt; anstatt durch eine Feder wird der Hebel durch den permanenten Magneten *m* in seiner Lage gehalten. Sind die Hebel durch Auftreffen des Fallgewichtes umgeschlagen, so werden sie durch die Sperrfedern *s* festgehalten. Der Abstand der Achatplatte des Fallgewichtes in seiner oberen Lage von dem ersten Kontakthebel wurde mit einem Genfer Kathetometer gemessen; weiter wurde die Mikrometerschraube für den zweiten Hebel kalibrirt; daraus findet man, dass ein Trommeltheil der Mikrometerschraube einer Zeitdifferenz von 0,000 000 585 77 Sek. entspricht.

Fig. 1.

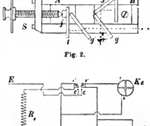


Fig. 2.

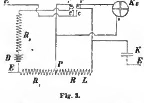


Fig. 3.

B = Batterie, RR_1R_2 = Widerstände, *L* = Selbstinduktion, *K* = Kondensator, *Ke* = Elektrometer, *E* = Erdleitungen.

Der zu den Messungen verwandte Kondensator war ähnlich dem von Himstedt (*Wied. Ann.* **29.** *S. 560. 1886*) angegebenen. Er bestand aus zwei Stahlplatten von 50 *cm* Durchmesser und 17 *mm* Dicke; die Platten werden durch drei zylindrische, planparallele Glasklötze getrennt. Die Kapazität des Kondensators wurde aus seinen Dimensionen berechnet, ist also im elektrostatischen Maasssystem angegeben. Die zu diesem Zweck nothwendige Bestimmung der Dicke der Glasklötze wurde mit Hülfe des Interferenzial-Refraktometers von Michelson ausgeführt (vgl. *diese Zeitschr.* **17.** *S. 286. 1897*). Zwei Schlitten *A* und *B* (Fig. 2), die zwischen zwei Schienen auf eiserner Grundplatte gleiten, tragen die planparallelen Glasplatten *g'* und *g*, sowie die drei Spiegel *1*, *2* und *3*. Der Schlitten *A* ist mittels der Mikrometerschraube *S* verstellbar, der Schlitten *B* dagegen ist festgeklemmt. Lässt man von *l* her weisses Licht einfallen, so kann man durch geeignete Justirung erreichen, dass man an einer durch eine Marke bezeichneten Stelle einen scharf begrenzten weissen Streifen auf farbigem Grunde erblickt. Jetzt bringt man die zu messende Platte zwischen Mikrometerschraube *S* und Puffer *j* und stellt wiederum auf den weissen Streifen ein; aus der Differenz der Ablesungen am Schraubenkopf, welcher tausendtel Millimeter abzulesen gestattet, erhält man die gesuchte Dicke des betreffenden Glasklotzes. Es wurden bei den Versuchen drei verschiedene Kapazitäten benutzt, die den Glasdicken 6,1120 *mm*, 3,8543 *mm* und 1,9492 *mm* entsprachen.

Die zu den Versuchen benutzte Selbstinduktionsspule war auf Holz gewickelt; ihre Grösse wurde nach der von Rayleigh verbesserten Maxwell'schen Formel berechnet.

Es werden im Ganzen vier verschiedene Versuchsanordnungen beschrieben; die für die definitiven Versuche benutzte ist in obenstehender Skizze (Fig. 3) wiedergegeben. Anfangs besitzt der Punkt *P* und mit ihm sämmtliche Elektrometertheile und die eine Kon-

densatorbelegung das Potential $P = \frac{R_1}{R_1 + R_0} V_0$, wenn V_0 die elektromotorische Kraft der Batterie bedeutet. Wird jetzt durch das Fallgewicht der Hebel *1* geöffnet, so wird der Elektrometerquadrant *2* augenblicklich durch den induktionslosen Widerstand R_1 entladen, während sich im Entladungskreis des Kondensators durch die Widerstände RR_1 und die Selbstinduktion L Schwingungen ausbilden. Die Mikrometerschraube am Fallapparat wird nun so justirt, dass das Elektrometer beim Umschlagen der Hebel *1* und *2* in Ruhe bleibt; dann gehen die Entladungswellen in diesem Augenblick gerade durch die Nulllage. Sucht man mehrere derartige aufeinander folgende Punkte, so erhält man aus der Differenz die Schwingungsdauer. Für diese Schwingungsdauer T ergiebt die Theorie die Formel $T = \pi/v \sqrt{KL}$, wo L die Selbstinduktion im elektromagnetischen Maasse, K die Kapazität in elektrostatischem Maasse und v die kritische Geschwindigkeit bedeutet. Durch die vorliegende Arbeit sind also alle Grössen, die zu einer Bestimmung von v führen, bekannt. Webster findet

$$v = 3{,}0259 \,.\, 10^{10} \; cm/sec.$$

In Anbetracht der experimentellen Schwierigkeiten stimmt dieser Werth mit den besten Bestimmungen dieser Grösse (vgl. z. B. *diese Zeitschr.* **17.** *S. 348. 1897*) gut überein.

E. O.

Ueber eine neue Form von Strom- und Spannungsmessern mit langer Skale.

Von B. Davies. *Phil. Mag. (5)* **48.** *S. 204. 1899.*

Davies hat Galvanometer nach dem d'Arsonval'schen Typus konstruirt, bei denen der Zeiger einen Maximalausschlag von 210° bis 230° ausführen kann. Fig. 1 und 2 zeigen die Formen der feststehenden Magnete; an dem permanenten Magnete *M* (in Fig. 2 ein Doppelmagnet) sind die Polschuhe *A* und *D* angesetzt. Am Polstück *D* ist ein zylindrisches Eisenstück *B* mit zentraler Bohrung angeschraubt. Die eine Längsseite der auf einen Aluminiumrahmen gewickelten Spule liegt in der Achse dieser Bohrung und ist gleichzeitig die Drehungsachse des beweglichen Systems; die andere Längsseite bewegt sich in dem engen Luftraum zwischen *A* und *B*. Durch diese Art der Spulenlagerung wird es möglich, den Ausschlagwinkel grösser als 180° zu machen. Die Instrumente sind als Spannungs- und Strommesser in der bekannten Weise ausgeführt. Leider sind über Messbereich und Empfindlichkeit keine Angaben gemacht. Zum Schluss weist der Verfasser darauf hin, dass sich dieses Konstruktionsprinzip auch vortheilhaft zum Bau ballistischer Galvanometer eignet.

E. O.

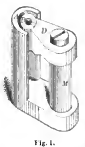


Fig. 1.

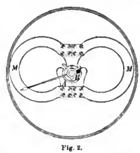


Fig. 2.

Neu erschienene Bücher.

Berthaut, *La Carte de France. 1750—1898. Étude historique. Service géographique de l'Armée.* 2 Bde. gr. 4°. Paris 1899.

Dieses für Topographen und Geographen höchst wichtige amtliche Werk über die Karte von Frankreich im Maassstab 1 : 80 000 verdient auch in dieser Zeitschrift eine kurze Anzeige, weil es zugleich die Geschichte der geodätischen und topographischen Instrumente giebt, die bei den Aufnahmen für diese Karte gebraucht worden sind.

Die geschichtliche Darstellung beschränkt sich dabei nicht auf die 1818 angefangene genannte *Carte de France*, sondern beginnt mit der Karte der Cassini, deren Instrumente und Methoden ziemlich ausführlich beschrieben werden (man beachte das schöne Graphometer mit eingesetzter Bussole und mit Transversalentheilung auf 0,1°; *Bd. 1. S. 8*); selbst die frühern Messungen und Instrumente von Picard (nach seinem *Traité de la mesure de la Terre*) sind mit aufgenommen. Die astronomischen Sektoren von Cassini de Thury sind (nach seiner *Méridienne vérifiée*) abgebildet und beschrieben (zwoifüssiger Quadrant und sechsfüssiger Sextant). Von spätern Instrumenten finden sich die Ramsden'schen Theodolite (allerdings nur nach Vince, während bessere Originale für die Abbildungen zur Verfügung gestanden hätten), sodann besonders die Borda'schen Repetitionskreise (erstes Modell 1790 bei der trigonometrischen Verbindung Paris-Greenwich angewandt), das interessante Gambey'sche Instrument dieser Art, Theodolite von Lenoir, Bellet, Jecker, Saineuve, Gambey (mit nur *einem* Kreis, der sowohl für Horizontal- als Höhenwinkelmessung zu dienen hatte und demgemäss am Kopf der zentralen Säule des Instruments bald in horizontale Lage zu bringen, bald senkrecht zu stellen war). Alle diese Instrumente stammen aus den letzten Jahren des vorigen und den ersten dieses Jahrhunderts; aus etwas späterer Zeit finden sich Theodolite von Gambey, Francoeur-Gambey u. s. f. Von ältern Basisapparaten wird der Borda'sche beschrieben.

Die topographischen Instrumente der französischen Aufnahmen aus den ersten Jahren dieses Jahrhunderts sind in *Bd. 1. S. 147* aufgezählt, und die für die Höhenmessungen um 1820 dienenden sind *S. 149 bis 154* beschrieben und abgebildet: „*Boussoles nivelantes*“ von Bellet, Rochette, Blehot u. s. f., ein Instrumententypus, der heute noch in Frankreich eine grosse Rolle spielt, in Deutschland aber wohl nie und nirgends in umfangreicherem Gebrauch stand. Von Interesse auch für die Instrumentenkunde sind die *Instruktionen* für die Aufnahme zur *Carte de France* mit ihren nicht unbedeutenden Wandlungen; freilich ist in ihnen direkt von den Instrumenten wenig die Rede. Aus der neuern Zeit (gegen Mitte dieses Jahrhunderts) ist von topographischen Instrumenten hervorzuheben der Höhenwinkelmesser von Kruynes (*Bd. 2. S. 82*) mit zwei Horizontsektoren, die Bussolen mit Höhenbogen von Rochette (neueres Modell) und von Oberhäuser.

In dem Abschnitt *Nouvelle Carte de France* endlich, der die *künftige* topographische Karte von Frankreich behandelt, werden aus den letzten Jahrzehnten von Instrumenten der höhern Geodäsie die bekannten Theodolite von Brunner vorgeführt (Azimutalkreis, Universal-Instrument mit Nonien und mit Mikroskopen — der *Théodolite réitérateur* des *Service géographique* nähert sich deutschen Modellen —), der Basisapparat von Brunner, der tragbare Meridiankreis von Brunner mit zwei und mit vier Mikroskopen; von kleinern Instrumenten für Topographie u. s. f. der *Théodolite de campagne et de reconnaissance du service géographique*, ebenfalls deutschen Modellen sich nähernd, ein Messtisch mit *calotte sphérique*, die Bussolen mit Höhenbogen von Rosler, Parent, Messiat und Brosset, endlich die Theodolitbussole von Defforges, in Algier seit 1892 versucht, aber wenig verbreitet, weil die gleichzeitigen Instrumente von Goulier weit mehr Vortheile boten. Diese Goulier'schen Instrumente zur Messtisch-Tachymetrie sowohl als zur Theodolittachymetrie (mit Lehagre'scher Bussole) aus dem Werk von Goulier über die *Levers topométriques* bekannt, werden eingehend beschrieben und abgebildet.

Ich kann und darf hier auf den reichen sonstigen Inhalt des gewichtigen Werkes nicht eingehen; aber auch schon die vorstehende flüchtige Inhaltsangabe der für diese Zeitschrift in Betracht kommenden Abschnitte mag andeuten, wie viel der für die Geschichte der geodätischen Instrumente sich Interessirende in dem schönen Buch findet. *Hammer.*

C. Haussmann, Untersuchung einiger Methoden der Grubenmessung. Stuttgart, Netzle'sche Buchdruckerei 1897.

Der Titel ist wohl etwas zu anspruchsvoll; denn die „Untersuchungen“, meist nur flüchtige Genauigkeitsspekulationen, enthalten kaum etwas, was nicht allgemein bekannt wäre. Worin die „unbewusste Beeinflussung bei nur zweimaliger Repetition“ der Polygon-

winkel liegen soll, auch wenn, wie gewöhnlich am Beginn der Messung, der Nonius I scharf auf 0 gestellt und nach der ersten Messung an *einem* Nonius *scharf* abgelesen wird (wozu?), wird nicht gesagt. Auch sonst scheint der Verf. für manche Ansicht ohne Angabe von Gründen allgemeines Interesse zu verlangen; wenn er z. B. in den 27 Zeilen, die er der „geometrischen Höhenmessung" widmet, besonders anzugeben für gut hält: „Statt der Bezeichnungen ‚Rückblick' und ‚Vorblick' würde ich (?) die Zeichen ‚*w* +' und ‚*w* —' nehmen", so möchte man doch einen Grund für diesen im übrigen ja harmlosen Versuch sehen. Für die Instrumentenkunde fällt in dem Heft nichts ab. *Hammer.*

J. Cauro, *La Liquéfaction des Gaz.* 83 S. mit 40 Fig. Paris, Ganthier-Villars 1899.

Das kleine Werkchen giebt eine vollständige Uebersicht über die verschiedenen Methoden der Kälteerzeugung und der Verflüssigung von Gasen von den Kältemischungen an bis zum Linde'schen Gegenstromapparat mit einer kurzen Darstellung der Theorie, soweit dieselbe zum Verständniss erforderlich ist. Verf. geht ferner auf die Verflüssigung von Gasen in der Industrie ein, führt die verschiedenen im Gebrauch befindlichen Maschinen im Bilde vor und giebt dann eine Uebersicht über die z. Z. noch geringe Anwendung der verflüssigten Gase. Kurze Referate über die klassischen Versuche von Cagniard-Latour und Andrews, sowie die Versuche von Amagat zur Bestimmung der Kompressibilität von Flüssigkeiten und der Dichte verflüssigter Gase und ihrer gesättigten Dämpfe, sowie eine Tabelle der kritischen Temperaturen, kritischen Drücke und Siedetemperaturen einer Reihe von Substanzen vervollständigen den Inhalt. Da nichts Wesentliches in dem Buche übergangen ist, können wir seine Benutzung aufs Wärmste empfehlen. *Schl.*

O. Heaviside, *Electromagnetic Theory.* Bd. 2. 8°. 560 S. m. Illustr. London 1899. Geb. in Leinw. 13,00 M.

Bd. 1. 480 S. m. illustr. 1894. Geb. in Leinw. 13,00 M.

F. Auerbach, Kanon d. Physik. Die Begriffe, Prinzipien, Sätze, Formeln, Dimensionsformeln u. Konstanten d. Physik, nach dem neuesten Stande d. Wissenschaft systematisch dargestellt. gr. 8°. XII, 522 S. Leipzig, Veit & Co. 11,00 M.; geb. in Leinw. 12,00 M.

Ostwald's Klassiker d. exakten Wissenschaften. Nr. 104 bis 108. 8°. Leipzig, W. Engelmann.

106. D'Alembert, Abhandlung üb. Dynamik, in welche die Gesetze d. Gleichgewichts u. d. Bewegung der Körper auf die kleinmöglichste Zahl zurückgeführt u. in neuer Weise abgeleitet werden, u. in der e. allgemeines Prinzip zur Auffindg. der Bewegg. mehrerer Körper, die in beliebiger Weise auf einander wirken, gegeben wird (1743). Uebers. u. hrsg. v. A. Korn. 210 S. m. 4 Taf. Kart. 3,60 M.

107. J. Bernoulli, Wahrscheinlichkeitsrechnung (Ars conjectandi) (1713). 1. u. 2. Tbl. Uebers. u. hrsg. v. R. Haussner. 162 S. m. 1 Fig. Kart. 2,50 M.

H. Poincaré, *Cinématique et Mécanismes, Potentiel et Mécanisme des fluides. Cours professé à la Sorbonne, rédigé par A. Guillet.* gr. 8°. 392 S. m. 279 Fig. Paris 1899 12,50 M.

Jahrbuch d. Elektrochemie. Berichte üb. d. Fortschritte d. Jahres 1898. Unter Mitwirkung v. K. Elbs, F. W. Küster u. H. Danneel bearb. v. W. Nernst u. W. Borchers. 5. Jahrg. gr. 8°. VII, 496 S. m. Abbildgn. Halle, W. Knapp. 20,00 M.

W. Jordan, Hülfstafeln f. Tachymetrie. 2. Aufl. gr. 8°. XV, 216 S. m. 5 Fig. Stuttgart, J. B. Metzler's Verl. 8,00 M.; geb. in Halbfrz. 8,50 M.

L. Ambronn, Handb. d. astronom. Instrumentenkunde. Beschreibg. der bei astronom. Beobachtgn. benutzten Instrumente sowie Erläuterg. der ihrem Bau, ihrer Anwendg. u. Aufstellg. zu Grunde lieg. Prinzipien. 2 Bde. Lex. 8°. IX, VII, 1276 S. m. 1185 in den Text gedr. Fig. Berlin, J. Springer. Geb. in Leinw. 60,00 M.

H. Behrens, Anleitg. z. mikrochemischen Analyse. 2. Aufl. gr. 8°. XI, 242 S. m. 96 Fig. Hamburg, L. Voss. 6,00 M.

Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Redaktionskuratorium:

Geh. Reg.-Rath Prof. Dr. **H. Landolt**, Vorsitzender, Prof. Dr. **A. Westphal**, geschäftsführendes Mitglied, Prof. Dr. **E. Abbe**, Dr. **H. Krüss**.

Redaktion: Prof. Dr. **St. Lindeck** in Charlottenburg-Berlin.

XIX. Jahrgang. **Dezember 1899.** Zwölftes Heft.

Halbring-Elektromagnet.

Von

Prof. Dr. **H. du Bois** in Berlin.

1. Der von mir beschriebene Ringelektromagnet gestattet bei hoher Sättigung ein Feld von rund 40 000 *C.G.S.* in einer Ausdehnung von mehreren *mm* zu erzeugen. Bei Benutzung „mikromagnetischer" Vorrichtungen, deren Dimensionen sich nach Zehntel Millimeter bemessen, wurden mittels Zugkraftsbestimmungen die Werthe $\mathfrak{H} = 51\,600$ und $\mathfrak{B} = 74\,200$ *C.G.S.* gewonnen[1]; freilich wiegt der vollständige Apparat 270 *kg* und verbraucht etwa 5 Kilowatt. In Folge der von mehreren Fachgenossen an mich gerichteten Anfragen wegen eines leichteren Apparats mit geringeren elektrischen Ansprüchen entschloss ich mich zur Konstruktion eines solchen, und zwar in zwei verschiedenen Grössen. Die heutzutage vorliegende, wohlbegründete Theorie des magnetischen Kreises, die fünfjährigen Erfahrungen mit dem Ringelektromagnet, sowie die Möglichkeit, Stahlguss — statt des früher allein brauchbaren schwedischen Schmiedeeisens — zu verwenden, trugen zur Erleichterung dieser Aufgabe wesentlich bei.

2. Das grössere Modell des neuen „Halbring-Elektromagnets" stellt eine auf 80 % linear (etwa 50 % kubisch) reduzirte Reproduktion des früheren Apparats dar, wobei ausserdem das untere Drittheil abgeschnitten und durch eine Grundplatte *GG* (Fig. 1, 1/8 nat. Gr.) ersetzt ist.

Auf letzterer können die beiden bogenförmigen Schenkel S_1 und S_2 verschoben werden; eine einseitige Führungsschiene richtet die Längsverschiebung der Schenkelsohlen parallel der Achse $A_1\,A_2$, gestattet aber — nach Entfernung zweier Sicherheitsschrauben — auch eine Drehung um die vertikalen Klemmschrauben K_1 bezw. K_2; hierdurch kann die Achse $A_1\,A_2$ um einen mehr oder weniger grossen Winkel — bis zu 90° — geknickt werden, wie es für manche Versuche erwünscht ist[2]). Die Grundplatte ist unten konvex verstärkt, wodurch sowohl einer Durchbiegung wie einem zu hohen magnetischen Widerstand vorgebeugt wird; sie trägt einen angegossenen Fuss und zwei Stellschrauben f_1 und f_2, die auf breite Teller aufgesetzt werden.

[1]) H. du Bois, *Wied. Ann.* **51.** *S. 537. 1894*; E. Taylor Jones, *Wied. Ann.* **57.** *S. 273. 1896.* Ringelektromagnete sind seitdem öfter benutzt worden. Vgl. J. C. Beattie, *Sitzungsber. d. Akad. d. Wiss., Wien.* **104.** *S. 656. 1895*; R. Apt, *Schrift. naturw. Verein Schlesw.-Holst.* **11.** *S. 104. 1898.* Die älteren empirischen Konstruktionen haben fast immer zu wenig Ampere-Windungen sowie unrichtig geformte Polschuhe, von geringeren Fehlern abgesehen. Sir D. Salomons beschreibt (*Phil. Mag.* (5) **42.** *S. 248. 1896*) einen 650 *kg* wiegenden Apparat *„with a field probably far more powerful than any which had been made before"*. Diese Angabe scheint mir indessen, nach der Abbildung zu urtheilen, mindestens des Erhärtens durch Messungen bedürftig.

[2]) Vgl. z. B. P. Curie, *Propriétés magnétiques . . . ., Thèse, S. 13.* Paris 1895.

Die Benutzung auf Laboratorinmstischen ist vorgesehen; die Achse $A_1 A_2$ liegt etwa 42 *cm* über der Tischebene *T T*, sodass der Apparat leicht in Verbindung mit optischen Instrumenten jeglicher Art benutzt werden kann. Die Grundplatte enthält ferner drei Hohlfutter in der Aequatorealebene, in welche sich Träger verschiedener Art nach Bedarf einsetzen lassen. In den Fig. 1 und 2 ist z. B. eine horizontale Querschiene *Q* abgebildet, auf welche ein vielfach brauchbarer Universalschlitten montirt werden kann. Ferner ist ein hoher Galgen vorgesehen, an welchem magnetooptische und magnetochemische Hülfsapparate sowie Gehänge für Versuche über Dia- und Paramagnetismus und dgl. befestigt werden können. Jeder Schenkel wiegt mit den zugehörigen 4 Spulen etwa 60 *kg*, die Grundplatte etwa 40 *kg*; jeder dieser 3 Theile ist daher einzeln noch tragbar.

3. Die Bewickelung des Elektromagnets lässt sich der zu benutzenden Stromquelle anpassen. Im Allgemeinen ist eine niedrige Gleichstromspannung von höchstens

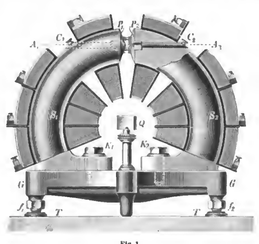


Fig. 1.

72 Volt vorgesehen, wie sie z. B. eine Batterie von 36 Akkumulatoren und viele ältere, in Laboratorien aufgestellte Dynamos erzeugen. Demgemäss wurde jede, einen Ringsektor von 22,5° umfassende Spule mit 2,5 *mm* dickem Draht bis zu einem Widerstande von 0,45 Ohm bewickelt. Die 8 Spulen bedecken $8 \times 22{,}5 = 180^{\circ}$, und haben hintereinander 3,6 Ohm Widerstand, durch welchen bei obiger Spannung 20 Amp. fliessen. Die gesammte Windungszahl beträgt 2500, sodass jener Stromstärke eine magnetomotorische Kraft von 50 000 Ampere-Windungen oder 62 800 *C.G.S.*-Einheiten entspricht. Die Division letzterer Zahl durch die Länge des magnetischen Kreises, $L = 125{,}6$ *cm*, ergiebt — wofern dieser bei Einsetzung der Flachpole völlig geschlossen ist — eine Intensität des Spulenfeldes von 500 *C.G.S.* Sobald die Polschuhe einen Luftzwischenraum aufweisen, wird freilich je nach dessen Umfang bis zu 90 % der gesammten magnetomotorischen Kraft zu seiner Ueberbrückung aufgewendet.

4. Der maximalen Stromstärke entspricht ferner eine verbrauchte Leistung von

$$\frac{1}{1000}(20 \times 72) = 1{,}44 \text{ Kilowatt} = \text{etwa 2 Pferdestärken},$$

welche die Spulen genügend lange ohne allzu grosse Temperaturerhöhung absorbiren. Die elektrische Leistung für eine vorgeschriebene magnetische Wirkung bei gegebenem Wickelungsraum ist bekanntlich unabhängig von der beliebig zu bewerkstelligenden Schaltung der Spulen sowie überhaupt von der Wickelart; letztere für etwaige andere Gebrauchsspannungen zu berechnen, dürfte nach obigen Angaben ein Leichtes sein.

Bei geschlossenem magnetischem Kreise wird der Selbstinduktionskoëffizient Λ gegeben durch die Gleichung

$$\Lambda = \frac{4\pi n^2 S}{L} \cdot \frac{d\mathfrak{B}}{d\mathfrak{H}};$$

hier bedeutet n die gesammte Windungszahl (2500), S den Schenkelquerschnitt (58 *qcm*), L die mittlere Länge des magnetischen Kreises (125,6 *cm*), $\mathfrak{B}$ die Induktion und $\mathfrak{H}$

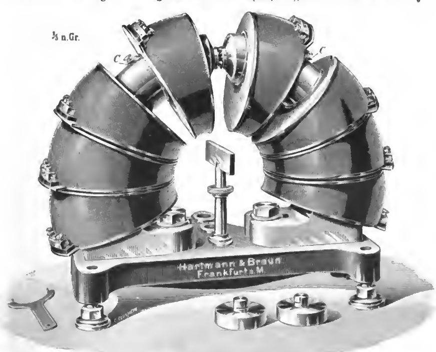


Fig. 2.

die Intensität des Spulenfeldes. Einem Werthe 5000 für $d\mathfrak{B}/d\mathfrak{H}$, der übrigens bei dem benutzten Stahlguss an der „steilsten" Stelle der Induktionskurve noch übertroffen wird, entspricht

$$\Lambda = 180 \text{ Henry } (10^9\ cm)$$

und eine „Relaxationsdauer" von 50″; die Mittelwerthe der beiden sehr veränderlichen Grössen sind freilich geringere, immerhin kann die Erreichung des magnetischen Endzustandes nach Stromschluss unter Umständen Minuten erfordern. Wegen der Gefährdung der Isolation durch den Oeffnungsextrastrom sollte die Unterbrechung oder Kommutirung nur mittels Kohlenausschalters oder Kurzschlussunterbrechers erfolgen.

5. Die oberen Stirnflächen der beiden Schenkel sind mit einer Einsenkung versehen, in die mittels Bayonnetverschluss Polschuhe verschiedener Form eingesetzt werden können; ihr äusserer Durchmesser misst an dieser Stelle 80 *mm* und geht allmählich über in denjenigen der Schenkel, welcher durchweg 86 *mm* beträgt, daher einem 15% grösseren Querschnitt entspricht. In Folge dessen erscheint die Induktion im Schenkel um ebenso viel gegen diejenige im Polschuh verringert; letztere beträgt im gesättigten Zustande rund 20 000 *C.G.S.*, während ihr Werth in den Schenkeln demnach nur etwa 17 000 *C.G.S.* ist, also gerade über dem Knie der Induktionskurve liegt. Wie leicht zu ersehen, ergiebt sich hieraus eine erhebliche Ersparniss an magnetomotorischer Kraft — etwa 10 000 Ampere-Windungen, während das Gesammtgewicht dadurch nur um etwa 7 *kg* vergrössert wird[1]). Der Querschnitt der Grundplatte ist so bemessen, dass zu ihrer Magnetisirung etwa 500 Ampere-Windungen genügen.

Als Polschuhe sind die üblichen Flachpole (in Fig. 2 besonders abgebildet) und Tellerpole vorgesehen; auch können mit Bayonnetzapfen versehene rohe Stahlgussstücke beigegeben und zur Herstellung von Polschuhen für besondere Zwecke verwendet werden. Alle Polschuhe können, falls erwünscht, zentrale Bohrungen beliebigen Durchmessers bezw. Profils erhalten; beispielsweise sind für manche magnetooptische Versuche vertikale Schlitze den runden Oeffnungen vorzuziehen. Bei Nichtbenutzung sind sie mit passenden Eisenkernen zu schliessen; solche sind z. B. C_1 und C_2, die zum Verschluss der Schenkelbohrungen dienen. Bei Benutzung von Flachpolen ist eine Zwischenlage erforderlich; hierzu ist ein Satz verschieden dicker Messingplättchen beigegeben, nach Art eines Gewichtsatzes.

6. Am meisten kommen die konischen Polschuhe in Betracht; es sind deren zunächst zwei, P_1 und P_2, vorgesehen, welche den Eisenquerschnitt auf ein Viertel zusammenschnüren (Durchmesser der Stutzflächen 40 *mm*); der halbe Oeffnungswinkel beträgt hier 63,5°. In dem von den derart verjüngten Polstirnflächen begrenzten „Intrapolarraum" lassen sich nun verschieden angeordnete Zwischenpolstücke anbringen, die sich dem jeweilig ins Auge gefassten Zwecke anpassen. Derartige Vorrichtungen lassen sich wohl in jedem Laboratorium aus 40 *mm* starkem guten weichen Rundeisen zweckentsprechend herstellen; übrigens kann hierzu ein Stahlgussstab beigegeben werden, obwohl es im Sättigungsbereiche auf die Wahl der Eisensorte weit weniger ankommt als bei niedrigen Induktionswerthen.

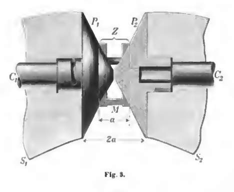


Fig. 3.

Beispielsweise ist in Fig. 3 (½ nat. Gr.) ein Zwischenstück Z dargestellt, welches sich für Versuche mit Wismuthspiralen eignet. Es empfiehlt sich nicht, den Durchmesser der

[1]) Dieser Kunstgriff einer geringen Schenkelverstärkung rührt von Hrn. Pierre Weiss her (*L'Éclairage électrique* **15.** *S. 481. 18. Juni 1898*). Fast gleichzeitig mit meiner vorläufigen Veröffentlichung über den Halbring (*Verhandl. Berl. physik. Ges.* **17.** *S. 99. 8. Juli 1898*) beschrieb er einen anders geformten Apparat, wobei er sich übrigens durchaus auf meine Untersuchung des Ring-Elektromagnets stützt.

letzteren auf weniger als 5 *mm* zu bemessen, wobei sich dann ein passender Widerstand von der Ordnung 10 Ohm erzielen lässt. Dementsprechend ist als Durchmesser der kleinen Kegelstutzflächen 6 *mm*, als Entfernung 1 *mm* gewählt; eine Kegelfläche, deren halber Oeffnungswinkel 60,5° beträgt, vermittelt den Uebergang zu den Basisflächen von 40 *mm* Durchmesser, die sich dann ohne Weiteres an die verjüngten Stirnflächen von P_1 und P_2 anschmiegen. Die Kegelwinkel sind beide mit Rücksicht auf Theorie und Erfahrung normirt, die gesammte Kegelfläche erscheint demnach schwach konkav gebrochen. Die kleinen Kegel sind in Rothgussringe gefasst, deren Entfernung durch mindestens zwei Verbindungsstücke M an passender Stelle festgehalten wird.

7. Es würde zu weit führen, die Vorberechnung der Konstruktion, d. h. des Stahlgussgerüstes und der Bewickelung, hier wiederzugeben. Immerhin bietet diese ein hübsches Beispiel für die Anwendung der Hopkinson'schen Theorie auf nahezu gesättigte magnetische Kreise und deren Bestätigung durch die thatsächlich gewonnenen Ergebnisse. Jene Theorie liefert bekanntlich die Beziehung zwischen dem erstrebten Werth des Induktionsflusses und der dazu aufzuwendenden gesammten magnetomotorischen Kraft. Für letztere ergeben sich nun folgende Theilbeträge, berechnet für Kegelpolschuhe vom halben Winkel 63,5° und magnetisirt bis zur Induktion 20 000 *C.G.S.*

Theil des magnetischen Kreises	Querschnitt	Induktion	Magnetomotorische Kraft	
	qcm	C.G.S	C.G.S	Amp.-Wind.
1 Interferrikum	—	—	40 000	31 900
2 Kegelpolschuhe und verjüngte Schenkeltheile	50	20 000	2 500	2 000
2 Schenkel	57,5	17 000	4 000	3 200
1 Grundplatte	—	etwa 15 000	500	400
Insgesammt Ampere-Windungen				= 37 500
Daher bei 2500 Windungen				15 Amp.

Wie ersichtlich, beansprucht in erster Linie das Interferrikum 85 % der magnetomotorischen Kraft; in diesen Werth geht der magnetische Widerstand des eigenthümlich gestalteten Zwischenraums ein; seine genaue Berechnung ist undurchführbar, aber durch besondere Kunstgriffe gelingt es, einen oberen und unteren Grenzwerth zu ermitteln. Der Vorsicht halber ist ersterer in Rechnung gesetzt; er ist gleich dem Widerstande der Luftscheibe zwischen Flachpolen, wofern deren Abstand a die Hälfte[1]) der grössten Entfernung $2a$ zwischen den Kegelpolschuhen beträgt (siehe Fig. 3), d. h. gleich dem Abstande der kleinen Stirnflächen ist. Die Berechnung der weiteren Theilbeträge setzt die Kenntniss der Induktionskurve des benutzten Stahlgusses voraus, welche mittels einer magnetischen Waage bestimmt wurde; im Sättigungsbereiche ergaben sich u. A. folgende Werthe der Induktion für die untersuchte Probe:

$\mathfrak{B}$ =	17 000	17 500	18 000	18 500	19 000	19 500	20 000	20 500	21 000	21 500	C.G.S.
für $\mathfrak{H}$ =	61	85	109	138	171	210	255	307	367	456	

Die remanente Induktion betrug 8000 *C.G.S.*, die Koërzitivkraft 1,7 *C.G.S*; daraus folgt, dass der Elektromagnet bei kurzem Interferrikum einen sehr erheblichen Bruchtheil seiner Magnetisirung beibehält, der sich bei der geringen Koërzitivkraft indessen zum grossen Theil verliert, sobald die einzelnen Theile auseinandergenommen werden.

[1]) Dem unteren Grenzwerth entspricht ein Abstand 0,43 × 2 a, wie ich an anderer Stelle (*Wied. Ann.* **70.** *1900*) näher auszuführen gedenke.

8. Bei Benutzung des in Fig. 3 abgebildeten Zwischenpolstücks ergiebt sich theoretisch für den Werth der Feldintensität $\mathfrak{H}$ in der Mitte nahezu[1])

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{B} \sin^2 \alpha \cos \alpha \log \text{nat} \frac{R}{r} + \mathfrak{B} \left\{ 1 + \frac{r}{d} - \sqrt{1 + \frac{r^2}{d^2}} \right\}.$$

Das erste Glied bezieht sich auf die beiden Kegelflächen, das zweite auf die Stutzflächen. Es bedeutet $\mathfrak{B}$ die Induktion, α den halben Kegelwinkel, R den Radius der grossen Kegelbasisflächen, r denjenigen der kleinen Stutzflächen, d deren Abstand. Setzt man hierfür die thatsächlich an dem untersuchten Halbring-Elektromagnet vorhandenen Werthe ein, d. h. $\mathfrak{B} = 20\,000$ *C.G.S.*, $\alpha = 60{,}5^0$, $R = 40$ *mm*, $r = 3$ *mm*, $d = 1$ *mm*, so erhält man

$$\mathfrak{H} = 19\,200 + 16\,800 = \mathbf{36\,000}\ C.G.S.$$

Dass die Polschuhe P_1 und P_2 einen etwas grösseren Halbwinkel aufweisen (63,5°), fällt nicht merklich ins Gewicht, da die betreffenden Kegelflächen weiter vom Zentrum entfernt liegen; die Knickung ist nur angeordnet, um das Interferrikum möglichst einzuengen, also die Entfernung $2a$ zu verringern.

9. Die Prüfung des Halbring-Elektromagnets erfolgte mittels einer kleinen Wismuthspirale, deren Temperatur sorgfältig zwischen 17,5° und 18,5° gehalten wurde. Die mit der Brücke bestimmten relativen Widerstände R/R_0 gestatten sofort die entsprechende Feldintensität aus der bis 39 000 *C.G.S.* reichenden Henderson'schen Normalkurve für 18° zu entnehmen[2]), mit einer für den vorliegenden Zweck mehr als genügenden Genauigkeit. In nachstehender Tabelle sind die Versuchsergebnisse übersichtlich zusammengestellt, und zwar für Hinter- (H; 3,6 Ohm) bezw. Nebeneinanderschaltung (N; 0,9 Ohm) der beiden Schenkelwickelungen.

Verbrauchte Leistung	Schenkel H		Schenkel N		$\frac{R}{R_0}$ (18°)	$\mathfrak{H}$
Watt	E.M.K. Volt	Strom Amp.	E.M.K. Volt	Strom Amp.		C.G.S.
0	0	0	0	0	1,00	0
3,6	3,6	1	1,8	2	2,09	etwa 20 000
14,4	7,2	2	3,6	4	2,45	etwa 26 000
90	18	5	9	10	2,82	31 800
360	36	10	18	20	3,00	34 300
810	**54**	**15**	27	30	**3,09**	**35 800**
1440	72	20	36	40	3,15	36 700

Der mit einem Erregerstrom von 15 Amp., also 37 500 Ampere-Windungen erzeugte Feldwerth stimmt zufällig überraschend gut mit dem oben berechneten überein; jedenfalls ist die Vorherberechnung der Wirkung verschieden gestalteter Zwischenpolstücke mittels der angeführten Gleichung eine zuverlässige. Zur Erzeugung eines Feldes von rund 36 000 *C.G.S.* genügt demnach eine elektromotorische Kraft von 54 Volt, wie etwa für eine Bogenlampe, und die Leistung beträgt dann nur 810 Watt, also kaum mehr als eine elektrische Pferdestärke.

10. Mit einem Strome von 20 Ampere kommt man noch etwas weiter, wenn auch die Spulen dabei auf die Dauer warm werden; übrigens kann man selbstverständlich

[1]) Siehe z. B. H. du Bois, Magnetische Kreise. Berlin, J. Springer 1894. *S. 287.* Wie Stefan gezeigt hat, ist der theoretisch günstigste Winkel $\alpha = 54^0\,44'$, indessen gilt dies nach P. Weiss (*a. a. O. S. 482*) nur bei Abwesenheit von abgestutzten Flächen (Isthmus, Bohrung oder scharfe Spitze); im vorliegenden Fall ist der günstigste Winkel eine Funktion von r/R, die zugleich mit diesem Bruche wächst.

[2]) J. B. Henderson, *Wied. Ann.* **53.** *S. 912. 1894.*

einem vorsichtig gehandhabten Laboratoriumsapparat in dieser Beziehung mehr zumuthen als einer Betriebsmaschine. Namentlich ist aber die Möglichkeit, „Reserve-Ampere-Windungen“ über das gerade Nothwendige hinaus erzeugen zu können, werthvoll; denn der Fall kann eintreten, dass man das Interferrikum zu verlängern genöthigt ist. Will man z. B. den Versuchsraum für thermomagnetische Zwecke isoliren, so sind zunächst die vier Trennungsflächen (siehe Fig. 3) möglichst wärmeundurchlässig zu machen, was am besten durch etwa millimeterdicke Hornscheiben geschieht. In dieser Weise gelingt es unter anderem, kryomagnetische Versuche in siedender Luft auszuführen; eine Wismuthspirale erfährt dabei z. B. in einem Felde von 37 500 *C.G.S.* eine 230-fache Widerstandsvermehrung[1]).

Bei Benutzung einfacher Flachpole in geringer Entfernung giebt jeder Elektromagnet aus Kontinuitätsgründen ein Feld, welches dem Induktionswerthe — im vorliegenden Falle also 20 000 *C.G.S.* — nahe gleich ist.

Für die Benutzung der Elektromagnete in grösseren Instituten ist behufs Vermeidung gegenseitiger Störung ein geringes Streuungsmaass sehr erwünscht. Am günstigsten verhält sich in dieser Hinsicht der Vollring, ihm am nächsten steht der Halbring; eckige Gestaltung vergrössert die Streuung sehr erheblich. Ueber erstere Form habe ich seinerzeit eingehendere Streuungsbestimmungen bei verschiedenem Interferrikum und Erregerstrom durchgeführt (*a. a. O. S. 544*); betreffs des Halbrings sei nur erwähnt, dass bei *weitestem* Interferrikum und mittlerer Stromstärke in 1,5 bis 2 Meter Entfernung — je nach dem Azimut — das Streufeld dem Erdfelde gleich ist; auf grössere Entfernungen nimmt es ab wie deren reziproke dritte Potenz.

11. Ausser dem im Vorigen beschriebenen Modell wird noch ein kleiner, sehr leichter Halbring-Elektromagnet gebaut, dessen Lineardimensionen die Hälfte betragen, d. h. das 4-fache der Fig. 1. Da seine Leistungen mit denjenigen der alten, schweren Elektromagnete vergleichbar sein sollen, dürfte er sich für manche Zwecke sehr eignen, indem seine Handhabung eine viel bequemere ist. So lässt er sich in fast jeder beliebigen Lage mittels passender Bolzen befestigen; insbesondere sind Stellschrauben vorgesehen, mittels deren die Achse $A_1 A_2$ vertikal gestellt werden kann, was manchmal recht erwünscht ist[2]). Für die wesentlichen Bestimmungsstücke sind folgende ungefähre Werthe normirt:

Gesammtgewicht	25	*kg*
Achsenhöhe über Tischebene	250	*mm*
Schenkeldurchmesser	43	*mm*
Basisdurchmesser der Polschuhe	40	*mm*
Maximale Induktion	20 000	*C.G.S.*
Drahtstärke der Bewickelung	1,5	*mm*
Gesammtwindungszahl	2 000	
Gesammtwiderstand	4	Ohm
Selbstinduktions-Koëffizient } $\frac{d\mathfrak{B}}{d\mathfrak{H}} = 5000$	60	Henry
Relaxationsdauer }	15	Sekunden
Maximalstromstärke	8	Ampere
Maximale magnetomotorische Kraft	16 000	Amp.-Wind.
Maximale elektromotorische Kraft	32	Volt
Maximale verbrauchte Leistung	256	Watt
oder	1/3	Pferdestärke

[1]) H. du Bois und A. P. Wills, *Verh. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 1. S. 169. 1899.*

[2]) Bei dem ursprünglichen Ringmagnet ist diese Möglichkeit bereits vorhanden (*a. a. O. S. 539*) und auch der schwerere Halbring kann daraufhin eingerichtet werden; indessen ist bei den schweren Eisenmassen und Spulen einige Vorsicht wegen möglicher Gefährdung der Zentrirung geboten.

Hierbei ist vorausgesetzt, dass die beiden gleichmässig bewickelten Schenkel hintereinander geschaltet sind; durch Parallelschaltung kann man die Voltzahl unter Verdoppelung des Stromes halbiren; andererseits kann für höhere Voltzahlen die Bewickelung mit dünnerem Draht erfolgen.

12. Für die Beurtheilung des Einflusses einer solchen Linearhalbirung ist folgender Satz Lord Kelvin's maassgebend: „Geometrisch ähnliche Elektromagnete mit Strömen — und daher auch magnetomotorischen Kräften — proportional den Lineardimensionen weisen in entsprechenden Punkten gleiche und gleichgerichtete Magnetisirungs- bezw. Induktionswerthe auf"[1]). Der kleine Halbring mit seinen 16 000 Ampere-Windungen wird sich daher dem grösseren in allen Punkten gleich verhalten, wofern letzterer von $2 \times 16\,000$ Ampere-Windungen erregt wird, was bei dessen 2500 Windungen einem Strome von 12,8 Ampere entspricht. Nach der Tabelle auf *S. 362* erzeugt ein solcher ein Feld von rund 35 000 *C.G.S.*; dasselbe leistet der kleine Apparat, wofern er in allen Stücken völlig *ähnlich* ist, insbesondere die kleinen Kegelstutzflächen ebenfalls linear halbirt sind, daher 3 *mm* Durchmesser und 0,5 *mm* Abstand aufweisen. Würde man dagegen das Zwischenstück Z der Fig. 3 unverändert in den kleinen Apparat einsetzen, wobei die auf halben Durchmesser verjüngenden Polschuhe P_1 und P_2 wegfallen, so könnte man die gleiche Wismuthspirale benutzen und ein Feld von rund 30 000 *C.G.S.* erhalten, d. h. etwa soviel, wie die älteren Apparate zu leisten pflegten.

Den Bau der Halbring-Elektromagnete hat die Firma Hartmann & Braun in Frankfurt a. M. übernommen; die Versuche wurden in ihrem Laboratorium ausgeführt, wobei mir Herr Dr. Th. Bruger in dankenswerther Weise zur Seite stand.

Berlin, den 4. Dezember 1899.

Beugungstheorie und geometrische Optik.

Von
Karl Strehl, K. Gymnasiallehrer zu Erlangen.

Die instrumentelle Optik galt bisher als eine Wissenschaft, welche ausgetretene Pfade wandelt, und doch — würde man einen Erbauer elektrischer Stationen oder einen Konstrukteur von Dampfmaschinen nach dem Nutzeffekt derselben fragen, so würde er diesen bis auf Prozente genau anzugeben vermögen — würde man aber an einen praktischen Optiker die gleiche Frage richten, er würde die Antwort überhaupt schuldig bleiben.

Verfasser hat seit Jahren daran gearbeitet, dass dies anders werde, und hält das Problem der Fernrohrtheorie wenigstens bis in die letzten Verzweigungen für gelöst; insbesondere sah ich mich durch die bei der Konstruktion der neuen Apochromatfernrohre aufs Neue auftauchende Frage nach der Gauss-Bedingung veranlasst, meine Tabellen über sphärische Aberration längs der optischen Achse für meinen Privatgebrauch zu erweitern. Als Endergebniss hat sich gezeigt, dass das erstrebte Ziel vom Standpunkt der geometrischen Optik aus überhaupt nicht zu erreichen ist.

Unter den Vertretern der praktischen Optik hat sich Hr. Dr. Rudolph Steinheil in München als erster entschlossen, den wissenschaftlichen Betrieb seiner Werkstätte nach den von mir aufgestellten beugungstheoretischen Grundsätzen zu leiten. Dem Steinheil'schen Institut ist es aber nicht bloss darum zu thun, seine Instrumente

[1]) Sir W. Thomson, *Repr. Pap. Electrostat. and Magn. §. 564.* Vgl. auch H. du Bois, Magnetische Kreise. *S. 103* und P. Weiss, *a. a. O. S. 486.*

den Ausschlag gebenden Momenten gemäss unter Berücksichtigung der letzten von der Theorie an die Hand gegebenen Feinheiten herzustellen, es hat sich noch zwei weitere Ziele gesteckt: einmal ist dasselbe in den Stand gesetzt, die theoretische Leistungsfähigkeit der optischen Erzeugnisse rechnerisch genau anzugeben, zum andern — falls sich das Bedürfniss geltend machen sollte — Instrumente von bestimmter theoretischer Güte anzufertigen bezw. den wissenschaftlichen Kreisen mit Rath darüber zu dienen, was überhaupt erreichbar ist und unter welchen Bedingungen (bezüglich Glassorten, Oeffnung, Brennweite u. s. w.), und zwar auf dem gesammten Gebiete aller optischen Verhältnisse (wahre Lichtstärke, Auflösungsvermögen, sphärische und chromatische Aberration, Astigmatismus u. s. w.). Dieser ausserordentliche Fortschritt konnte nur auf dem Boden der Beugungstheorie ermöglicht werden; es dürfte deshalb nicht unerspriesslich sein, in Nachstehendem an der Hand dieser sämmtlichen Verhältnisse in einen Vergleich der geometrischen Optik mit der Beugungstheorie einzugehen.

Die geometrische Optik baut sich auf der Strahlenhypothese auf; schade nur — je mehr man einen Lichtstrahl zu greifen sucht, desto mehr verflüchtigt er sich. Wollte man durch eine unendlich kleine Oeffnung einen Lichtstrahl isoliren, es würde diese zur Quelle einer gleichmässigen Lichtausbreitung, also homogenen Feldbeleuchtung werden, mithin alles andere, nur keinen Lichtstrahl, vielmehr gerade das Gegentheil liefern. Der Standpunkt der Beugungstheorie lässt sich durch den Grundsatz charakterisiren: *Das Licht breitet sich nicht sowohl geradlinig, als vielmehr allseitig aus.* Wenn demnach die Wellenfläche derjenige Begriff ist, an welchen sich physikalische Realität knüpft, dann ist der Strahl als Wellennormale nichts weiter als eine geometrische Abstraktion; mathematischen Fiktionen an und für sich kommt jedoch noch keine physikalische Bedeutung zu.

Die Strahlen als Normalen können lediglich als Mittel zum Zweck dienen, um aus den Abweichungen von dem idealen Strahlenkegel auf die Verhältnisse der Wellenfläche zu schliessen; aber selbst dies nur im Allgemeinen und nicht unbedingt. Setzen wir den Fall, 9 Strahlen schnitten sich genau in ein und demselben Punkt, so ist damit keineswegs verknüpft, dass die Lichtwege von der Wellenfläche bis zum Schnittpunkt längs dieser 9 Strahlen gleich lang sein müssen; das Gegentheil wird sogar im Allgemeinen statthaben: die zu den 9 Strahlen senkrechten Elemente der Wellenfläche werden konzentrischen Kugeln von verschiedenen Radien angehören, und im Schnittpunkt kann Dunkelheit statt Helligkeit herrschen. Damit also, dass man sagt, bei einer gewissen Konstruktion seien 9 Strahlen mehr oder minder genau vereinigt, ist so gut wie nichts bewiesen. Das Charakteristische meiner Theorie lässt sich mit folgenden Worten aussprechen: *Alle Verhältnisse müssen bereits an der Wellenfläche studirt werden.* Nun scheinen Wellenflächen eine ungemein langwierige und zeitraubende Berechnung zu bedingen; ich habe wenigstens die Wellenfläche von Mikroskopobjektiven vergeblich zu erlangen gesucht. In vielen Fällen lassen sich jedoch unter gewissen Einschränkungen, also mit der nöthigen Vorsicht aus den Strahlenabweichungen genügend sichere Schlüsse ziehen.

Die Fiktion der geometrischen Optik — der Strahlenkegel — bringt mit sich, dass durch die Spitze, also einen Punkt (den sog. Brennpunkt), eine endliche Lichtfülle vermittelt wird: ein physikalisches Nonsens. Die Beugungstheorie kennt nur endliche Lichtmengen auf endlichen (wenn auch sehr kleinen) Flächentheilen. Damit geht Hand in Hand, dass die geometrische Optik mit Unrecht lehrt, die Helligkeit von Fixsternen wachse scheinbar mit dem Quadrat der Oeffnung und sei von der Vergrösserung unabhängig.

Nach der geometrisch-optischen Hypothese würde eine theoretische Grenze des Auflösungsvermögens von Seiten des Instrumentes nicht existiren; die Beugungstheorie zeigt uns, dass eine solche auch abgesehen vom Bau der Netzhaut und den Fehlern des Instrumentes mit Naturnothwendigkeit bestehe, und lehrt uns dementsprechend für jedes optische Instrument eine Minimal- und eine Maximalvergrösserung finden.

Wenden wir uns nun zu dem viel schwierigeren Gebiet der Aberrationen, und zwar zunächst zu der chromatischen. Da die Strahlenkegel der verschiedenen Farben die Einstellungsebene in sog. Zerstreuungskreisen schneiden, mit Ausnahme eines einzigen (wir wollen annehmen der hellsten Farbe), dessen Spitze in der Einstellungsebene selbst liegt, so würde bei der Summation über alle Farben zum Zweck der Ermittlung der Lichtwirkung die hellste Farbe mit einem unendlich grossen, die anderen mit endlichen Koëffizienten behaftet erscheinen: unendlich grosse Koëffizienten kennt die praktische Physik und die Beugungstheorie nicht. Ganz abgesehen davon würde die Begrenzung der maassgebenden Fläche in den wichtigeren Theilen beim geometrisch-optischen Diagramm doppeltkonkav, beim beugungstheoretischen doppeltkonvex sein. Die geometrische Optik ist mithin völlig ausser Stande, den richtigen Ausdruck für den theoretischen Nutzeffekt zu liefern.

Mindestens verleitete die Beschäftigung mit der geometrischen Optik vielfach dazu, den Schwerpunkt der chromatischen Aberration an der unrichtigen Stelle zu suchen, nämlich in den farbigen Bildrändern. Sind farbige Ränder selbst bei vollkommener (oder, wie in den Apochromaten, annähernder) Aufhebung der chromatischen Aberration längs der optischen Achse möglich (bei den Mikroskopobjektiven sogar vorhanden), so sind dieselben jedenfalls zunächst ein Fehler zweiten Ranges, man könnte sagen ein Schönheitsfehler. Ist aber, wie bei astronomischen Messungen von Durchmessern, nicht das Detail der Bildmitte, sondern die Schärfe der Ränder in Frage, so sind alsdann — wie ich nachgewiesen habe — zunächst ganz andere Momente in Rechnung zu bringen, welche mit chromatischer Aberration überhaupt nichts zu thun haben. Die sekundäre Wirkung dieser, deren Berechnung wegen der ausserordentlichen Langwierigkeit praktisch unmöglich wäre, liesse sich dagegen leicht durch Einschaltung grüngelber Planparallelgläser unschädlich machen.

Es kann denn auch nicht Wunder nehmen, wenn die Anhänger der geometrischen Optik den wahren Einfluss des sog. sekundären Spektrums vielfach im chromatischen Charakter der Mischfarben an den Bildrändern suchten und so über das Wesen des Achromatismus ganz im Unklaren waren. Hielt man doch die Vereinigung von zwei Farben mit minutiöser Genauigkeit (nach den Lehren der Beugungstheorie eine reine Verschwendung von Zeit und Arbeit) für die Hauptsache, und es scheint sogar berühmte Optiker gegeben zu haben, welche dem zufällig (nach ihrer Meinung jedoch mit Absicht) zur Berechnung gewählten Farbenpaar einen gewissen physikalisch vorwiegenden Einfluss (etwa gar bezüglich der Einstellungsebene) vor den anderen dadurch bestimmten Farbenpaaren zuschrieben, während jenes doch nur mathematisch ausgezeichnet ist (also wieder diese Verwechslung von mathematischer und physikalischer Bedeutung), wie es denn merkwürdig ist, dass man vielfach Farben von den Enden des Spektrums paarweise vereinigte, z. B. B und F (wie mir scheint, lief dabei die irrthümliche Ansicht mit unter, dass hierdurch eine bessere chromatische Wirkung erzielt werde, als wenn man die Berechnung auf ein Paar benachbarter Farben stütze). Ueberhaupt hat man sich bisher über den Nutzeffekt der Achromate (und möglicherweise vielleicht auch der Apochromate) den grössten Illusionen hin-

λ	J :	a =	z	φ ×	i =	w	z	φ ×	i =	w	z	φ ×	i =	w	z	φ ×	i =	w	z	φ ×	i =	w
70	15	22	68	15	01	15	34	68	01	68	17	91	01	91								
69	10	22	45	49	01	49	23	84	01	84	11	97	01	97	90	01	01	01			01	
68	04	22	18	90	02	180	09	98	02	196	04	100	02	200	36	65	02	180	72	11	02	22
67	04	21	19	89	03	267	10	97	03	291	05	99	03	297	38	61	03	183	76	08	03	24
66	09	21	43	52	05	260	22	85	05	425	11	97	05	485	86	03	05	15			05	
65	12	21	56	31	07	217	28	77	07	539	14	94	07	658			07				07	
64	13	20	63	21	11	231	32	71	11	781	16	92	11	1 012			11				11	
63	13	20	65	19	17	323	33	70	17	1 190	16	92	17	1 564			17				17	
62	12	20	60	25	30	750	30	74	30	2 220	15	93	30	2 790			30				30	
61	11	19	63	21	42	882	32	71	42	2 982	16	92	42	3 864			42				42	
60	10	19	51	39	53	2 067	26	80	53	4 240	13	95	53	5 035			53				53	
59	08	19	43	52	63	3 276	22	85	63	5 355	11	97	63	6 111	86	03	63	189			63	
58	06	19	33	70	73	5 110	17	91	73	6 643	08	98	73	7 154	66	18	73	1 314			73	
57	04	18	24	83	83	6 889	12	96	83	7 968	06	99	83	8 217	48	44	83	3 652	96	00	83	
56	02	18	13	95	92	8 740	07	99	92	9 108	03	100	92	9 200	26	80	92	7 360	52	38	92	3 496
55	01	18	04	100	98	9 800	02	100	98	9 800	01	100	98	9 800	08	98	98	9 604	16	92	98	9 016
54	0	17	0	100	100	10 000	0	100	100	10 000	0	100	100	10 000	0	100	100	10 000	0	100	100	10 000
53	01	17	06	99	96	9 504	03	100	96	9 600	01	100	96	9 600	12	96	96	9 216	24	83	96	7 968
52	03	17	18	90	89	8 010	09	98	89	8 722	04	100	89	8 900	36	65	89	5 785	72	11	89	979
51	07	16	44	50	79	3 950	22	85	79	6 715	11	97	79	7 663	88	02	79	158			79	
50	12	16	73	11	62	682	37	63	62	3 906	18	90	62	5 580			62				62	
49	16	16	98	00	40		49	42	40	1 680	24	83	40	3 320			40				40	
48	16	15			26		54	34	26	881	27	79	26	2 054			26				26	
47	14	15	93	00	20		47	46	20	920	23	84	20	1 680			20				20	
46	08	15	55	33	16	528	28	77	16	1 232	14	94	16	1 504			16				16	
45	03	14	21	86	12	1 032	11	97	12	1 164	05	99	12	1 188	42	54	12	648	84	04	12	48
44	23	14			09		81	05	09	45	40	58	09	522								
43	57	14			06																	
42		13			04																	
41		13			03																	
40		13			02																	
						72 762				96 758				108 586				48 255				31 553
						114 500				114 500				114 500				114 500				114 500
						= 63,6 %				= 84,5 %				= 94,8 %				= 42,1 %				= 27,6 %

gegeben und in Ermangelung eines Besseren einfach Namen (z. B. „Semiapochromat“ u. s. w.) an Stelle von strengen Rechnungen gesetzt.

Hier konnte ich einsetzen. Ich habe die von Steinheil in seiner Abhandlung „Farbenkorrektion und sphärische Aberration bei Fernrohrobjektiven“ (*diese Zeitschr. 19. S. 177. 1899*) veröffentlichte Farbenkurve der sog. Apochromatfernrohre aus den neuesten Glassorten von Schott & Gen. in Jena einer Berechnung unterzogen, welche ich des überraschenden Ergebnisses wegen hier ausführlich mittheilen will. Dabei bedeuten λ die Wellenlänge, Δ die chromatische Längenabweichung, a das chromatische Längenintervall zwischen dem Maximum und dem 1. Minimum der Lichtstärke längs der optischen Achse, z den Quotienten aus beiden, φ den hierdurch bestimmten Nutzeffekt, i die Lichtstärke der Farbe nach der reduzirten Kurve, endlich w den Lichtwerth jeder Farbe und die Summe aller w im Verhältniss zu dem Werth 114 500 beim absolut achromatischen Objektiv den Nutzeffekt im Brennpunkt in chromatischer Beziehung; es sind dies die in meinen früheren Abhandlungen gebrauchten Bezeichnungen. Die 1. Spalte der w auf *S. 367* bezieht sich auf 50 *cm* Oeffnung und 10 *m* Brennweite, die 2. und 3. Spalte auf doppelte und vierfache Brennweite, die 4. und 5. auf halbe und viertel Brennweite bei unveränderter Oeffnung.

Aus vorstehenden Berechnungen gewinnen wir folgende Tabelle:

Sog. Apochromat aus Jenenser Glassorten.
Nutzeffekt in Prozenten.

Oeffnung in *cm*		12,5	25	50	100	200
Maassstab	1 : 40		95	85	64	42
	1 : 20	95	85	64	42	28
	1 : 10	85	64	42	28	

Die sog. Apochromate sind also weiter nichts als Objektive mit stark vermindertem sekundären Spektrum; erst wenn man zu kolossalen Brennweiten oder mässigen Oeffnungen greift, hat man Apochromate.

Und doch werden gemäss der von Steinheil berechneten Farbenkurve nicht weniger als je vier Farben streng vereinigt, sodass diese Objektive nach den alten Anschauungen der geometrischen Optik eine Achromasie von zweitnächst höherer Ordnung haben.

Ich kann deshalb der Meinung der Urheber des Wortes „Apochromat“ nur beipflichten, dass man es unterlassen möge, diese Bezeichnung für eine beliebige anderweitige Verminderung des sekundären Spektrums anzuwenden; ich glaube aber auch in aller Schärfe gezeigt zu haben, dass die Anzahl der Strahlen, welche zu genauer Vereinigung kommen, vom beugungstheoretischen Standpunkt aus so gut wie gar nichts aussagt.

Gehen wir nun zur sphärischen Aberration über. Hier hat es die geometrische Optik überhaupt nie versucht — wenn wir von den Erörterungen über die Grösse des fingirten minimalen Zerstreuungskreises absehen — über deren Einfluss an den verschiedenen Stellen der optischen Achse etwas zu ermitteln. Noch weniger hätte sie vermocht, zu dem Ergebniss der Beugungstheorie zu gelangen, dass längs gewisser Strecken der optischen Achse (und zwar grossentheils ausserhalb des Gebietes der Brennpunkte der Einzelzonen) die Lichtstärke *mit* Aberration sogar grösser ist als *ohne* diese. Die Verhältnisse seitlich der optischen Achse — ein beugungstheoretisch vollständig bewältigtes Problem — haben keine so ausserordentliche, ihnen vielfach zugeschriebene Bedeutung, um auch die der Natur der Sache nach äusserst langwierigen praktischen Berechnungen zu rechtfertigen.

Vielfach verleitete die Beschäftigung mit geometrischer Optik dazu, indem man nur auf die Längenabweichungen, nicht aber auf Oeffnung und absolute Grösse Rücksicht nahm, dem Okular und Auge in chromatischer und sphärischer Beziehung einen Einfluss zuzuschreiben, den sie in Wirklichkeit gar nicht haben. Umfangreiche Ueberlegungen verlieren im Lichte der Beugungstheorie vollständig ihren Werth. Eine im kleinen Maassstab ausgeführte unachromatische Kombination kann einen relativ grösseren Nutzeffekt haben als eine achromatische von grossen Dimensionen.

Ausnahmslos, wenn ich recht sehe, erachten die bisherigen Abhandlungen für die Wirkung der sechs Hauptaberrationen die *absolute* Grösse der Zerstreuungskreise (*in absolutem Winkelmaass*) für maassgebend, statt die *relative* Grösse im Verhältniss zur Grösse des dem theoretischen Auflösungsvermögen entsprechenden Korns; in Folge dessen wurde die Dimension des Fehlers stets um den Faktor r/λ zu klein gefunden.

Keinen Erfolg hatte die geometrische Optik auch in der Frage der Gauss-Bedingung[1]). Während man noch vielfach anzunehmen scheint, die Erfüllung der Gauss-Bedingung sei ein Ding von grösster Wichtigkeit, bin ich in der Lage, durch strenge Rechnung den Einfluss der Gauss-Bedingung insbesondere und der Freiheit von sphärischer Aberration überhaupt auf seinen wahren Werth zurückzuführen und somit die von mir längst gehegte und auch von Hrn. Dr. R. Steinheil in seiner oben erwähnten Abhandlung auf Grund anderer Ueberlegung aufgestellte Ansicht mathematisch zu begründen. Indem ich mich an der Hand der Farbenkurve des Lade'schen Refraktors in Monrepos von Reinfelder derselben Bezeichnungen wie oben bediene, habe ich zuerst den Fall eines aplanatischen Objektivs, sodann den Fall gewöhnlicher sphärischer Aberration (welche ihren Nullpunkt im Scheitel der Farbenkurve hat), endlich den Fall erfüllter Gauss-Bedingung nebeneinander behandelt, indem ich für die theoretische Grösse $\mathfrak{A}$ der sphärischen Aberration fingirte Werthe annahm, wie sie in der Praxis etwa vorkommen, wobei ich jedoch bemerke, dass jeder Fall mit anderen Werthen natürlich seine eigene Berechnung erfordert. Ich überlasse es dem Leser, sich zu dem mehr als überraschenden Ergebniss die entsprechenden Gedanken selbst zu machen.

	Aplanasie			Sphärische Aberration				Gauss-Bedingung			
λ	φ ×	i =	w	$\mathfrak{A}$	φ ×	i =	w	$\mathfrak{A}$	φ ×	i =	w
58	04	73	292	8	13	73	949	6	11	73	803
	12	78	936	6,1	16	78	1 248	4,1	14	78	1 092
57	25	83	2 075	4,5	26	83	2 158	2,5	25	83	2 075
	44	88	3 872	3,1	43	88	3 784	1,1	44	88	3 872
56	65	92	5 980	2	63	92	5 796	0	65	92	5 980
	85	96	8 160	1,1	85	96	8 160	0,9	85	96	8 160
55	97	98	9 506	0,5	97	98	9 506	1,5	96	98	9 408
	100	99	9 900	0,1	100	99	9 900	1,9	98	99	9 702
54	100	100	10 000	0	100	100	10 000	2	98	100	9 800
	100	99	9 900	0,1	100	99	9 900	1,9	98	99	9 702
53	91	96	8 736	0,5	91	96	8 736	1,5	90	96	8 640
	65	93	6 045	1,1	65	93	6 045	0,9	65	93	6 045
52	17	89	1 513	2	17	89	1 513	0	17	89	1 513
			76 915				77 695				76 792
			231 600				231 600				231 600
			= 33,2 %				= 33,6 %				= 33,2 %

Ergiebt speziell in vorstehendem Beispiel die sphärische Aberration sogar ein etwas günstigeres Resultat (welcher Umstand nach den Lehren der geometrischen

[1]) bei astronomischen und photographischen Objektiven.

Optik einfach unbegreiflich bliebe), die Gauss-Bedingung dagegen weder Vortheil noch merklichen Nachtheil, so können wir überhaupt ganz allgemein sagen: *Die Gauss-Bedingung ist insofern verfehlt, als sie unter Vernachlässigung der wirksamsten Farbe die günstigsten Verhältnisse bezüglich der sphärischen Aberration für schon weniger lichtstarke Farben unter solchen Umständen herbeiführt, welche in Hinsicht auf die Lage der Einstellungsebene deren Ausnutzung grösstentheils vereiteln.* Obiges Beispiel dient jedoch des Weiteren als Beleg dafür, dass die Beugungstheorie thatsächlich im Stande ist, jeden beliebigen Fall von Wichtigkeit genau zu berechnen.

Betrachten wir nun die Aberration des Astigmatismus. Die geometrische Optik vermag lediglich die Grösse des öffnungsähnlichen Zerstreuungskreises zu ermitteln. Welcher Lichtverlust in dessen Mitte vorhanden, wie die Verhältnisse längs und seitlich der optischen Achse liegen, das sind Aufgaben, deren Lösung der Beugungstheorie vorbehalten bleibt, theoretisch in erster Annäherung ganz, praktisch theilweise (soweit von Wichtigkeit) auch bereits erfolgt ist. Bezüglich der Zylinderaberration ist die geometrische Optik überhaupt nur im Stande, von einer angeblichen Lichtlinie (in Wirklichkeit mit Säumen umgeben) zu sprechen, während die Beugungstheorie durch den Ausdruck für die Lichtstärke längs derselben eine enge Verwandtschaft zwischen beiden Aberrationen kennen lehrt.

Was endlich die Fehler gegen die Sinusbedingung anlangt, so haben diese bekanntlich seitlich der optischen Achse des Gesammtinstrumentes die Erscheinung der Koma zur Folge. Während bezüglich deren Einflusses auf den Bildpunkt die geometrische Optik nur Formales aussagt, lehrt uns die Beugungstheorie den für astronomische Messungen materiell wichtigen Satz kennen, dass — für geringe Grade des Fehlers wenigstens — die Maximallichtstärke des Beugungsscheibchens numerisch und örtlich unverändert bleibt, dass also nicht sowohl die Mitte des ovalen Scheibchens, als vielmehr dessen hellste Stelle die richtige Einstellung ergiebt.

Die Beugungstheorie stellt sich aber auch Aufgaben, welche dem Gesichtskreis der geometrischen Optik völlig entrückt sind. Abbe und ich versuchten unlängst in gleicher Richtung, aber auf verschiedenen Wegen eine Erhöhung der *Bildschärfe* des Fernrohrs zu erzielen, ersterer durch absichtliche Zonenabweichungen, während ich wenigstens für die Mitte des Gesichtsfeldes durch absichtliche grobe Verstösse gegen die Sinusbedingung das Ziel erreichen wollte. Beide Wege haben sich leider als ungangbar erwiesen.

Zonenabweichungen haben die Anhänger der geometrischen Optik — freilich aus ganz anderen Gründen, um eine möglichst günstige Vertheilung von unvermeidlicher sphärischer Aberration herbeizuführen — absichtlich versucht, stehen zu lassen. Dieser Gedanke entspringt wohl der Idee der Methode der kleinsten Quadrate von Gauss; die Beugungstheorie lehrt im Allgemeinen das Gegentheil. Nur darf man nicht, worauf ich schon früher aufmerksam machte, und was Steinheil *a. a. O.* so treffend gekennzeichnet, *mechanische Zonenabweichungen* in ihrer Wirkung mit *rechnerischer sphärischer Aberration* verwechseln.

Wer vorstehende Ausführungen ohne Vorurtheil gegen Neuerungen (übrigens ist die Beugungstheorie an und für sich von hohem Alter, nur deren mathematische und praktische Ausgestaltung und Anwendung fallen in das Ende des Säkulums), wer dieselben mit Aufmerksamkeit verfolgt, kann nicht länger im Zweifel bleiben, auf welcher Seite in Wahrheit der Fortschritt ist und wie Unrecht diejenigen haben, welche glauben, mit der Beugungstheorie werde sich wohl nicht viel ausrichten lassen.

Nicht nur für die, welche optische Instrumente verfertigen, insbesondere auch für solche, welche ihren Apparat zu Beobachtungen und Messungen *richtig* gebrauchen wollen, ist das Studium der Beugungstheorie unerlässlich. Ich habe früher an der Hand derselben gezeigt, zu welchen Täuschungen selbst mittelgrosse Fernrohre Anlass geben, wie die fundamentalsten astronomischen Messungen von der Wellennatur des Lichtes beeinflusst werden; kürzlich habe ich ähnliche Studien auf mikroskopischem Gebiete veröffentlicht.

Referate.

Ueber das absolute Maass der Zeit, hergeleitet aus dem Newton'schen Attraktionsgesetz.

Von G. Lippmann. *Compt. rend.* ***128.*** *S. 1137. 1899; Journ. de Phys. (3)* ***8.*** *S. 401. 1899.*

Eine Messung in absolutem Maass unterscheidet sich von einer Messung in willkürlichem Maass dadurch, dass in letzterem Falle als Maasseinheit eine willkürlich gewählte Grösse gleicher Art dient, während in ersterem Falle die Maasseinheit von einer oder mehreren Maasseinheiten anderer Art abhängig ist und aus ihnen hergeleitet wird. Wird z. B. angegeben, wie oft eine Fläche von gewisser Ausdehnung in einer anderen enthalten ist, so liegt eine Messung mit willkürlichem Maasse vor. Wird aber als Flächenmaass ein Quadrat benutzt, dessen Seite gleich der Längeneinheit ist, so nennt man das dabei angewandte Maass ein absolutes. Als ein absolutes Maass für Massen würde diejenige Masse anzusehen sein, welche bei der Dichte Eins den Raum eines Würfels von der Seite Eins einnimmt.

Die gewöhnlich als Zeiteinheit gebrauchte Sekunde ist eine willkürliche Maasseinheit. Denn als der 86400. Theil der Dauer zwischen zwei Kulminationen der Sonne definirt, wird sie hergeleitet aus einem andern Zeitintervall, also nicht aus Grössen anderer Art. Wollte man ein absolutes Zeitmaass einführen, so müsste dasselbe von Maasseinheiten anderer Art, etwa von der Längeneinheit, der Einheit der Dichte u. s. w. abhängen. Die Gravitation giebt uns in der That ein Mittel an die Hand, ein absolutes Zeitmaass einzuführen. Bezeichnet man als Masseneinheit die Masse, deren Volumen gleich einem Würfel von der Längeneinheit als Seite und deren Dichtigkeit gleich Eins, etwa gleich der des Wassers bei 4° C. ist, so kann man als Zeiteinheit das Intervall definiren, welches die Masseneinheit braucht, um einem Körper in der Entfernung Eins die Beschleunigung Eins, d. h. die der Längeneinheit gleiche Beschleunigung zu ertheilen. Nimmt man als Längeneinheit das Zentimeter, als Masseneinheit das Gramm, so ist die Zeiteinheit nach dieser Definition gleich 3862 unserer gewöhnlichen Sekunden, also gleich $1^h\,4^m\,22^s$.

Bemerkenswerth ist, dass diese Zeiteinheit nicht abhängig ist von der gewählten Längeneinheit, vorausgesetzt, dass die Masseneinheit der dritten Potenz der Längeneinheit proportional ist. Wenn man also statt Zentimeter und Gramm für Längen- und Masseneinheit das Meter und die Tonne einführt, so bleibt jene Zeiteinheit doch dieselbe. Man erkennt dies leicht durch folgende Ueberlegung. Wenn wir statt der ursprünglichen Längeneinheit eine n-mal grössere einführen, so ist die von derselben Masse wie vorhin auf einen Körper in der n-mal grösseren Entfernung ausgeübte Anziehung und somit die ihm ertheilte Beschleunigung $1/n^2$-mal so gross. Wenn wir nun aber dem Obigen gemäss die Masseneinheit auch ändern, sodass die neue Masseneinheit n^3-mal so gross ist wie die alte, so wird die Beschleunigung durch Einführung der neuen Masse n^3-mal grösser, also n^3/n^2- oder n-mal so gross, wie sie bei der früheren Längen- und früheren Masseneinheit war. In der neuen Längeneinheit ausgedrückt wird die Beschleunigung demnach wieder die gleiche Anzahl Längeneinheiten, in unserem Falle *eine*, besitzen wie früher bei Zugrundelegung der alten Längen- und demzufolge auch Masseneinheit.

Macbt man mit dem Verfasser die Annahme, dass Jemand an einen Punkt des Weltalls versetzt würde, von wo aus er die Rotation der Erde nicbt beobachten kann, so wird er doch das Sekundenintervall finden können, wenn er vorsicbtigerweise die Zahl $^1/_{3862}$ notirt und eine Flasche Wasser mit sich genommen bat. Ohne Kenntniss jener Zahl findet er nur die absolute Zeiteinheit. *Kn.*

Ueber eine einfache Näherungsmethode zur Bestimmung der einfachen harmonischen Komponenten einer graphisch gegebenen komplexen Wellenbewegung.

Von E. J. Houston und A. Kennelly. *Nach Zeitschr. f. Elektrotechnik* ***16.*** *S. 309. 1898.*

Die zu beschreibende Methode beruht auf folgendem mathematischen Satze: Auf der Abszissenachse einer in Koordinatenpapier eingetragenen Sinuslinie begrenze man eine Strecke, die gleich einer ungeraden Anzahl w von *halben* Wellenlängen ist (in dem durch die Fig. 1 gekennzeichneten Spezialfall $ab = 5$ halben Wellenlängen); diese Strecke werde in p Theile getheilt, wo w/p keine ganze Zahl sein soll (im Beispiel ist $p = 9$). Zieht man jetzt durch sämmtliche $p + 1$ Theilpunkte Ordinaten, so werden p Flächenstücke abgeschnitten, von denen jedes durch zwei aufeinander folgende Ordinaten und die dazwischen liegenden Theile der Abszissenachse und der Sinuskurve begrenzt ist. Der Flächeninhalt dieser Stücke werde mit $s_1, s_2, s_3 \ldots s_p$ bezeichnet; dabei werden alle Flächen, welche oberhalb der Abszissenachse liegen, positiv gerechnet, alle, die unterhalb dieser Achse liegen, negativ. Bildet man jetzt die Summe der ungeradzahligen Stücke $s_1 + s_3 + \ldots + s_p$ und zieht davon die Summe derjenigen mit gerader Ordnungszahl $s_2 + s_4 + \ldots + s_{p-1}$ ab, so erhält man Null (Satz I). Im Beispiel ist

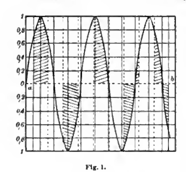


Fig. 1.

$$
\begin{array}{llll}
s_1 = +1{,}5263 & & s_2 = & -0{,}3961 \\
s_3 = & -1{,}3884 & s_4 = +0{,}8787 & \\
s_5 = +1{,}0834 & & s_6 = & -1{,}2551 \\
s_7 = & -0{,}6474 & s_8 = +1{,}4799 & \\
s_9 = +0.1335 & & & \\
\hline
+2{,}7132 & -2{,}0358 & +2{,}3586 & -1{,}6512 \\
= +0{,}7074 & & = +0{,}7074 &
\end{array}
$$

$$(s_1 + s_3 + s_5 + s_7 + s_9) - (s_2 + s_4 + s_6 + s_8) = 0.$$

Dieser Satz wird ungültig, wenn $w/p = N$ eine ganze Zahl ist (z. B. 15 halbe Wellen in 5 Theile getheilt). Für diesen Fall mögen die begrenzenden Endpunkte auf der Abszissenachse mit zwei Schnittpunkten der Abszissenachse und der Sinuslinie zusammenfallen und zwar so, dass im Anfangspunkt die Sinuskurve von unten nach oben die Abszissenachse schneidet



Fig. 2.

(Fig. 2). Wird also eine derartige Strecke wie früher in p (5) Theile getheilt, so liegen offenbar in jeder Abtheilung N (3) vollständige Halbwellen. Wird mit S der Flächeninhalt einer Halbwelle bezeichnet, so ist die Summe der Halbwellen in jeder Abtheilung mit ungerader Ordnungszahl $+S$, in jeder Abtheilung mit gerader Ordnungszahl $-S$. Bildet man jetzt ebenso wie früher die Summe aller Flächenstücke aus den Abtheilungen mit ungerader

Ordnungszahl und zieht davon die Summe aller derjenigen aus den Abtheilungen mit gerader Ordnungszahl ab, so erhält man offenbar $S \times$ Zahl der Abtheilungen (Satz II). Würde man sämmtliche Theilpunkte um eine viertel Wellenlänge verschieben (gestrichelte Linien von a' bis b'), so würde, wie man aus der Fig. 1 ohne Weiteres sieht, die Differenz der fraglichen Summen wieder Null werden (Satz III).

Ist nun die Kurve irgend einer Welle gegeben, so kann man dieselbe durch eine Fourier'sche Reihe darstellen in der Form

$$A_1 \sin \alpha + A_3 \sin 3\alpha + A_5 \sin 5\alpha + \ldots$$
$$+ B_1 \cos \alpha + B_3 \cos 3\alpha + B_5 \cos 5\alpha + \ldots, \quad \text{wo } \alpha = \frac{2\pi t}{T} \text{ gesetzt ist.}$$

Es ist nur der in der Praxis gewöhnlich vorkommende Fall berücksichtigt, dass die Glieder mit geradem Index verschwinden; in diesem Falle nämlich nimmt die Funktion denselben Werth mit entgegengesetztem Zeichen an, wenn man das Argument um die Hälfte der Periode ($T/2$) vermehrt.

Um die Koëffizienten A_1, A_3.., B_1, B_3.. zu finden, begrenzt man auf der Abszissenachse eine halbe Wellenlänge (T) und theilt diese Strecke zunächst in 3 gleiche Theile. Betrachtet man jetzt eine Theilwelle der Reihe, deren Ordnungszahl durch 3 nicht theilbar ist, z. B. $A_7 \sin 7\alpha$ oder $B_7 \cos 7\alpha$, so hat man 7 Halbwellen in 3 Theile getheilt; die Anwendung des Satzes I auf diese Theilwelle ergiebt die Summendifferenz 0. Anders wird es mit den Theilwellen, welche ganze Vielfache von 3 sind. Für $A_{3k} \sin 3k\alpha$ wird nach Satz II die Summendifferenz

$$\sigma_{3k} = 3k\, A_{3k}\, S_{3k} \text{ oder, da } S_{3k} = \frac{T}{3k\pi} \text{ ist,} \quad \sigma_{3k} = \frac{A_{3k}\, T}{\pi}, \quad A_{3k} = \frac{\pi}{T}\sigma_{3k}.$$

Für die Kosinusreihe liegt Anfangs- und Endpunkt stets im Scheitel der Theilwellen; die Summendifferenz hat also auch hier nach Satz III den Werth Null. Bestimmt man mithin bei dieser Dreitheilung mittels Planimeters an der gegebenen Kurve die eben definirte Summendifferenz σ_3, so ist nach dem Vorigen

$$\frac{\pi \sigma_3}{T} = A_3 + A_9 + A_{15} + \ldots.$$

Legt man aber sämmtliche Theilpunkte um die Strecke $T/12$ (viertel Wellenlänge der 3. Theilwelle) nach links, so erhält man durch erneutes Planimetriren die Fläche σ_3' und damit, wie leicht ersichtlich,

$$\frac{\pi \sigma_3'}{T} = B_3 - B_9 + B_{15} - \ldots.$$

Theilt man die Halbwelle der Grundperiode in 5 und 7 Theile, so erhält man die Gleichungen

$$\frac{\pi \sigma_5}{T} = A_5 + A_{15} + \ldots. \qquad \frac{\pi \sigma_7}{T} = A_7 + \ldots.$$
$$\frac{\pi \sigma_5'}{T} = B_5 - B_{15} + \ldots. \qquad \frac{\pi \sigma_7'}{T} = B_7 - \ldots.$$

In vielen Fällen wird es genügen, die Koëffizienten bis zum 7. Oberton zu kennen und die Glieder höherer Ordnung zu vernachlässigen. Dann hat man unmittelbar

$$A_k = \frac{\pi \sigma_k}{T} \qquad B_k = \frac{\pi \sigma_k'}{T} \qquad (k = 3,\ 5,\ 7).$$

Um nun die Koëffizienten A_1 und B_1 zu finden, ist es am besten, man planimetrirt die volle Kurve zwischen einer Halbwelle

$$\int_0^{\frac{T}{2}} (A_1 \sin \alpha + A_3 \sin 3\alpha + \ldots + B_1 \cos \alpha + B_3 \cos 3\alpha + \ldots)\, dt = \frac{T}{\pi}(A_1 + 3A_3 + 5A_5 + \ldots).$$

Andererseits rücke man Anfangs- und Endpunkt um eine viertel Wellenlänge zurück und planimetrire von Neuem; man erhält dann

$$\int_{-\frac{T}{4}}^{+\frac{T}{4}} (A_1 \sin \alpha + A_3 \sin 3\alpha + \ldots + B_1 \cos \alpha + B_3 \cos 3\alpha + \ldots)\, dt = \frac{T}{\pi} (B_1 - 3 B_3 + 5 B - \ldots).$$

Da A_3, A_5, A_7; B_3, B_5, B_7 bekannt sind, so findet man aus den letzten Gleichungen A_1 und B_1. *E. O.*

Neue Vorrichtungen für Schwingungsversuche.

Von H. J. Oosting. *Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr.* ***11.*** *1898. S. 221.*

Auf der Grundplatte sitzen die Messingstücke A und A' (Fig. 1), in deren Oeffnungen sich zwei Achsen drehen. Auf jeder der beiden Achsen sind eine oder mehrere Holzscheiben und an den einander zugewandten Enden die ebenen runden Spiegelchen S_1 und S_2 mit Wachs so befestigt, dass deren Normalen einen Winkel mit der Drehungsachse bilden. Eine Schnur ohne Ende läuft über je eine der Scheiben auf jeder Achse und über vier Rollen C und C', von denen nur zwei in der Figur abgebildet sind; die beiden anderen liegen darunter.

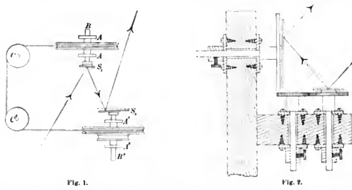


Fig. 1. Fig. 2.

Wird eine der Achsen gedreht, so erzeugt ein durch die Pfeile angedeutetes Lichtbündel auf dem Projektionsschirm eine Kurve, deren Gestalt von dem Verhältniss der beiden Scheibendurchmesser abhängt. Sind die Durchmesser einander gleich, und bilden die Spiegelchen gleiche Winkel mit ihren Drehungsachsen, so beschreibt der Lichtfleck eine Gerade auf dem Schirme. Stellt man vor eines der drehenden Spiegelchen ein festes Spiegelchen, das in der Figur durch eine punktirte Strecke angedeutet ist, so kann man die beiden sich zusammensetzenden Bewegungen einzeln sichtbar machen und bei nicht zu schneller Drehung erkennen, in welchem Sinne die Kurve durchlaufen wird. Es ergiebt sich dabei, dass die von dem Lichtfleck beschriebene Kurve eine Ellipse ist, deren Achse waagerecht liegt, wenn die Ebene der Fig. 1 waagerecht gestellt wird. Mit dieser Vorrichtung werden also bei der Benutzung gleicher Scheiben zwei elliptische Bewegungen gleicher Periode zusammengesetzt. Wählt man Scheiben von ungleichen Durchmessern, giebt man den Spiegelchen verschiedene Neigungen zu den Drehungsachsen oder kehrt man durch Kreuzung der Schnur den Drehungssinn einer der Achsen um, so beschreibt der Lichtfleck die verschiedenartigsten Kurven auf dem Projektionsschirme. Oosting hat auch eine Vorrichtung mit Zahnrädern anfertigen lassen, die in Fig. 2 in der halben nat. Grösse abgebildet ist. Bei ihr ist nur ein Rad zur Uebertragung nöthig, wenn man Kreis- oder Ellipsen-Bewegungen zusammensetzen will, die in entgegengesetztem Sinne durchlaufen werden. Soll der Sinn der beiden Bewegungen des zurückgeworfenen Lichtbündels der gleiche sein, so ist kein Zwischenrad nöthig. Bei der Projektion der Kurven auf einen Schirm muss dann das Licht hinter einer Oeffnung im Schirme stehen.

Schleifenkurven lassen sich sehr leicht durch Zusammensetzung einer geradlinigen Schwingung und einer Drehung mit der in Fig. 3 abgebildeten Vorrichtung erzeugen. Am Ende der Drehachse A sitzt senkrecht dazu der Stab BC, an dem zwei Klemmen im Abstande von 15 *cm* angebracht sind. Zwischen diesen ist ein 0,6 *mm* dicker Stahldraht ausgespannt, dessen Enden in B und C mittels Schrauben befestigt sind. In der Mitte des Drahtes sitzt auf einem angelötheten Messingstück ein Spiegelchen, das senkrecht zur Drehungsachse steht. Lässt man ein Lichtbündel erst auf das Spiegelchen, dann auf einen festen Spiegel und von da auf einen Schirm fallen und versetzt man das Spiegelchen durch Torsion des Drahtes in Schwingungen, so erhält man eine dreiblätterige Schleifenkurve. Die Vorrichtungen Fig. 1 und Fig. 3 lassen sich zur Prüfung der Unveränderlichkeit der Umdrehungszahl einer Achse benutzen (vgl. das Helmholtz'sche Vibrationsmikroskop und A. G. Webster, *On a means of producing a constant angular velocity. Amer. Journ. of Science* (4) **3.** *S. 379. 1897*). *H. H.-M.*

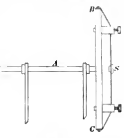


Fig. 3.

Ueber die Verwendung zweier Pendel auf gemeinsamer Unterlage zur Bestimmung der Mitschwingung.

Von R. Schumann. *Zeitschr. f. Math. u. Phys.* **44.** *S. 102. 1899.*

Der Verfasser legt dar[1]), dass die neuern Pendelstative zur Aufnahme mehrerer gleichzeitig schwingender Pendel bei den relativen Schwerebestimmungen nach v. Sterneck's Methode die Möglichkeit gewähren, den Einfluss des Mitschwingens von Stativ und Untergrund in ganz kurzer Zeit ausreichend genau zu bestimmen. Statt des seit einiger Zeit bei den Messungen des Geodätischen Institutes in Potsdam benutzten Wippverfahrens mit vom Beobachter zu handhabendem Dynamometer wird also nun als Wippmaschine ein zweites Pendel gebraucht, was in mehr als einer Beziehung von Vortheil ist. Es ist eine Lorenzoni'sche Methode, die der Verf. hier behandelt und wesentlich verfeinert.

Wenn von zwei Pendeln auf derselben Unterlagplatte und mit nahezu gleicher Schwingungszeit das eine, von etwas grossem Gewicht, auf einen Ausschlag von 15' bis 40' gebracht und, nachdem das zweite so vollkommen wie möglich beruhigt ist, freigelassen wird, so kann aus der Beobachtung der stetig anwachsenden Amplitude des zweiten Pendels, des getriebenen Pendels, die Grösse des Mitschwingens von Stativ und Untergrund schon nach nur wenige Minuten fortgesetzter Beobachtung bestimmt werden.

Die drei ersten Abschnitte des I. Theils der Arbeit des Verf. geben die Theorie dieses Zusammenhangs, die im vierten mit den theoretischen Ergebnissen Anderer verglichen wird; der II. Theil enthält die Beschreibung einer solchen mechanisch wirkenden Wippmaschine, den Vergleich zwischen Theorie und Praxis und Stabilitätsversuche an Stativen und Pfeilern.

Von der *Theorie* sei angeführt, dass ausgehend von den Differentialgleichungen für φ und ψ (den als kleine Grössen erster Ordnung anzusehenden Amplituden des treibenden und des getriebenen Pendels, deren mathematische Länge l_1 und l_2 seien, während k_1 und k_2 von Schneidenreibung und Luftwiderstand abhängige Konstanten, g die Beschleunigung durch die Schwerkraft, t die Zeit und endlich $x_1(t)$ und $x_2(t)$ die Schneidenbewegungen bezeichnen)

$$l_1 \varphi'' + k_1 \varphi' + g \varphi = -x_1'',$$
$$l_2 \psi'' + k_2 \psi' + g \psi = -x_2'',$$

für den Anfang der Bewegung ($t < 300^s$) erhalten wird

$$\psi = \text{Konst.}\, t \cos\left(t\sqrt{\frac{g}{l}} - \frac{\pi}{2}\right)$$
$$\varphi = a \cos\left(t\sqrt{\frac{g}{l}}\right),$$

[1]) Vgl. auch *diese Zeitschr.* **17.** *S. 7. 1897.*

wobei α und β die Verlängerungen der Pendellängen sind, $L = l_1 + \alpha$, $l = l_2 + \beta$, die sich für das eine Pendel ergeben würden, wenn das andere arretirt würde. Das treibende Pendel (φ) schwingt also im Anfang so, als ob das getriebene (ψ) nicht vorhanden wäre; das getriebene folgt dem vom Beobachter in Bewegung gesetzten um ein Viertel einer ganzen Oszillation nach, und die Amplitude jenes getriebenen Pendels wächst von Null an proportional der Zeit. Bezeichnen Ψ und Φ die Maximalamplituden, so findet sich ferner (wie oben für kleinere t)

$$\frac{\Psi}{\Phi} = \pm \frac{\alpha}{2l}\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot t,$$

d. h. das Verhältniss der Amplituden beider Pendel als lineare Funktion der Zeit.

Bei seinen *Versuchen* zur Bestimmung des Mitschwingens auf diesem Wege hat der Verf. sich als Wippmaschine eines Hülfspendels mit Stahlschneiden bedient, dessen Gewicht $2^1/_2$-mal so gross war als das eines der gewöhnlichen invariabeln Halbsekundenpendel (des getriebenen Pendels). Um die durch das stark schwingende, treibende Pendel bewegte Luftmasse vom getriebenen Pendel abzuhalten, wurde zwischen beiden eine Zwischenwand angebracht. Zur Amplitudenablesung wurde für die grossen Amplituden des treibenden Pendels die übliche Strichskale ersetzt durch eine 2 *mm*-Felder-Skale auf Porzellan, selbstverständlich verdoppelt mit Versetzung von Schwarz und Weiss der neben einander liegenden Felder. An Zahlenbeispielen, deren Beobachtungen und Ausgleichungen ausführlich mitgetheilt werden, zeigt der Verf., dass die Methode zur Bestimmung von α selbst für den Fall *sehr* grosser Mitschwingungen ausreicht. Bei der Einfachheit, Genauigkeit und grossen Raschheit dieser Bestimmung des Mitschwingens nach der Lorenzoni-Schumann'schen Methode werden deshalb Pendelstative ganz entbehrlich, die das Mitschwingen ganz unterdrücken sollen oder bei denen gewisse Theile der Unterlage bei jeder Aufstellung einen konstanten Beitrag zum Gesammtmitschwingen liefern sollen.

Bei den vom Verf. angestellten Versuchen über Beeinflussungen des Mitschwingens ist von Interesse, dass die erwähnte Zwischenwand zwischen Wipppendel und getriebenem Pendel selbst bei sehr geringen Entfernungen die Mitschwingungsbeobachtung gar nicht alterirte, während die Schwingungsdauer, wie zu erwarten, stark beeinflusst wird. *Hammer.*

Einrichtung des Galilei'schen Fernrohrs als Entfernungsmesser.

Von G. Humbert. *Compt. rend.* **128.** *S. 819. 1899.*

Im Galilei'schen Fernrohr ist bisher kein Fadennetz verwendet worden: wo man auch die Fäden anbringen will, werden sie nicht sichtbar. Oberst Humbert hat nun auf dem Objektiv des einen der beiden Fernrohre, aus denen ein gewöhnlicher Feldstecher besteht, parallele Linien gezogen und vor das Okular eine Platte mit Spalte gebracht, die zu jenen Strichen genau parallel liegt und etwa 2 *mm* breit ist; wenn man mit dem Fernrohr irgend einen Punkt anzielt, so sieht man, ausser dem Bild des Gegenstands, deutlich auch jene Linien auf dem Objektiv. Nimmt man die Platte mit dem Spalt weg, so verschwinden die Linien. Die am besten mit rother Farbe zu ziehenden Linien müssen eine gewisse Stärke haben, da sie das konkave Augenglas genähert und *verschmälert* zeigt; sie brauchen ferner nicht gerade auf dem Objektiv selbst zu sein, können vielmehr auch auf einem feinen Glasplättchen vor oder hinter dem Objektiv sich befinden. Statt der Spalte in der Okularplatte kann auch ein feines Loch im Boden eines hohlen Zylinders genommen werden.

Die Art des Gebrauchs dieses Fadensystems ist klar: man muss am Endpunkt der zu messenden oder schätzenden Entfernung einen Gegenstand von bestimmter Höhe haben (Fussgänger, Reiter, zur See bekannte Masthöhe eines Schiffs u. s. f.) und hat die Anzahl von Theilungseinheiten (Strichtheilen) zu beobachten, die der Gegenstand von bestimmter Höhe oder Breite umfasst (Entfernungsmesser der Klasse IIa nach der Eintheilung der Parallaxen-Distanzmesser von Hammer, vgl. *Zeitschr. f. Vermess.* **20.** *S. 194. 1891*).

Bei der weiten Verbreitung des Galilei'schen Fernrohrs als Feldstecher u. s. f. ist diese Bemerkung von Humbert wichtig. *Hammer.*

Experimentelle Vergleichung des Telemeters von Patrizi und des Telemeters von Gautier.

Von G. Cicconetti. *Rivista di Topogr. e Catasto* **11.** *S. 161. 1898/99.*

Dem bekannten, u. a. bei der italienischen Artillerie eingeführten Gautier'schen Telemeter hat die Salmoiraghi'sche Werkstatt in Mailand ein ähnliches, vom Ingenieur Patrizi konstruirtes Instrument zur Seite gestellt, über dessen Einrichtung aber nichts Näheres angegeben wird. Die Skale geht wie bei Gautier bis zu 5000 *m*. Die Strecken bei den Versuchen von Cicconetti mit beiden Instrumenten gingen von rund 400 bis rund 4600 *m* (26 Strecken, alle 4- bis 5-mal abgelesen); beide Instrumente haben die Prüfung gut bestanden. Das neue soll in der Handhabung etwas bequemer sein als das Gautier'sche, doch darf bei jenem, wenn gute Resultate erwartet werden, die angewandte Basislänge nicht unter 1 % der Entfernung sinken, während das Gautier'sche Instrument noch etwas weitere Reduktion verträgt. Es wäre zu wünschen, dass auch in Deutschland die Telemeter-Bestrebungen mehr gefördert würden. *Hammer.*

Ein neues Tachymeter zur unmittelbaren Ablesung von Horizontaldistanz und Höhenunterschied.

Von M. Nassò. *Rivista di Topogr. e Catasto* **11.** *S. 145, 168 u. 177. 1898/99;* **12.** *S. 9 u. 27. 1899/1900.*

Der Verfasser, der auch eine vollständige Uebersetzung des in *dieser Zeitschr.* **18.** *S. 241. 1898* erschienenen Entwurfs des Unterzeichneten für die *Rivista* **11.** *1898/99* geliefert hat, stellt in diesem Aufsatz ein neues Projekt eines „selbstrechnenden" Tachymeters auf, das auf demselben Grundgedanken wie das des Referenten beruht. Die Verschiebung des Längen- und Höhendiagramms wird nur an keilförmig gestalteten Führungen, aber ebenfalls noch mit der schiefen Seitenführung, vorgenommen. Gebaut ist das Nassò'sche Instrument noch nicht, sodass keine Probemessungen vorgeführt werden können.

Am Schluss seiner Arbeit giebt Prof. Nassò einen Ueberblick über die bisherigen Versuche zur Konstruktion selbstrechnender Tachymeter.

Referent ist inzwischen zu der Ueberzeugung gekommen, dass die *mechanische* Verschiebung des Diagramms ganz wohl für die horizontalen Entfernungen genügend genau gemacht werden kann, nicht aber für die Höhenunterschiede, dass vielmehr mit Rücksicht auf diese die ganze mechanische Verschiebung durch eine *optische* zu ersetzen ist. Dass man auf diesem Weg zum Ziel kommen und damit die längst gesuchte einfachste Lösung des Problems des „automatischen" Tachymeters finden kann, ist zweifellos. Ich hoffe in Bälde weitere und endgültige Mittheilung über die Sache machen zu können, da nunmehr eine gute Werkstätte für geodätische Instrumente sich ihrer angenommen hat; dies zugleich zur Nachricht für solche, die ebenfalls den von mir angegebenen Weg weiter verfolgt haben. *Hammer.*

Ueber den stereoskopischen Entfernungsmesser von C. Zeiss in Jena.

Nach Ausserordentliche Beil. der Allgemeinen Zeitung, München, vom 21. Septbr. 1899.

Der Aufsatz enthält die Wiedergabe eines Vortrages von Dr. C. Pulfrich auf der Münchener Naturforscherversammlung 1899. Die drei fertigen Instrumente, die dabei demonstrirt wurden, hatten 50, 85 und 140 *cm* Basislänge und 8-, 14- und 23-fache Vergrösserung der Fernrohre. Das neue Instrument, eine Anwendung des Helmholtz'schen Telestereoskops, beruht im Unterschied gegen alle bisherigen Distanzmesser auf dem Sehen mit *beiden* Augen. In das bekannte Zeiss'sche Doppelfernrohr sind in die Bildfeldebenen durch Zeichnung hergestellte und photographisch verkleinerte Marken mit Zahlen eingesetzt, die beim Sehen mit beiden Augen als Raumbild von Marken erscheinen, das über dem Raumbild der Landschaft zu liegen scheint, sodass man die Entfernung irgend eines Punkts des Landschaftsbildes ohne Weiteres an den Marken ablesen kann. Man hat im binokularen Gesichts-

feld des Fernrohrs selbst in den Marken einen in das Landschaftsbild perspektivisch hineingelegten Maassstab unmittelbar vor sich. Mit der Annahme, dass die Parallaxendifferenz 30" noch als „Tiefenunterschied" unmittelbar beobachtet werden kann, erhält man bei dem Instrument mit 8-facher Fernrohrvergrösserung und 50 *cm* Basis für die Distanzen 500, 1000, und 2000 *m* als entsprechenden Entfernungsfehler 9, 35 und 141 *m* oder 1,8, 3,5 und 7 °/₀ der Entfernung. Dieses Instrument ist noch bequem als Freihandinstrument brauchbar, die erwähnten grössern Instrumente bedürfen eines Stativs. Wieweit die ausgeführten Instrumente diesen Zahlen wirklich entsprechen, ist im Vortrag nicht angegeben. Die Schwierigkeit bei diesen schon mehrfach versuchten telestereoskopischen Formen des Distanzmessers ist die, die 4 Reflexionsprismen, die das Auseinanderücken der Objektive in dem Doppelfernrohr gestatten, in genügend unveränderlicher Stellung festzuhalten (Transport, Temperaturschwankungen, bei den Apparaten mit längerer Basis auch Schwerewirkung). Eine andere Art der stereoskopischen Entfernungsmesser, besonders für die Stativ-Instrumente, hat statt der Markenreihe nur eine einzige verschiebbare Marke im Gesichtsfeld, wobei dann aber die Entfernung an einer Mikrometertrommel abzulesen ist.

Auf beide Arten der neuen stereoskopischen Distanzmesser von Zeiss hier an der Hand des Vortrags von Pulfrich weiter einzugehen, ist deshalb überflüssig, weil eine ausführliche Beschreibung nebst Abbildungen in kurzer Zeit in dieser Zeitschrift erscheinen soll; man wird ihr mit grossem Interesse entgegensehen dürfen. *Hammer.*

Ueber die barometrische Höhenmessung. — Kurze Notizen mit hypsometrischen Tafeln.

Von L. Papanti. *Nuovo Cimento (4)* **9.** *S. 465. 1899.*

Die Arbeit ist ein kurzes Referat über die unter demselben Titel bei Calasanziana in Florenz erschienene Schrift. In der Köppen'schen Formel setzt der Verf. 18415 statt 18432, also mit den üblichen Bezeichnungen

$$h = [18\,415 + 36\,(t_1 + t_2) + 1{,}4\,(45^\circ - \varphi^\circ)]\log\frac{b_1}{b_2};$$

für Oberitalien mit $\varphi = 45^\circ$ fällt das dritte Glied in der Klammer weg. Besonders im Sommer und speziell im August soll die Formel sehr gute Werthe geben, z. B. aus 183 August-Beobachtungen (1871) auf dem Observatorium in Turin und auf dem grossen St. Bernhard 2202 *m*, übereinstimmend mit dem Ergebniss der trigonometrischen Höhenmessung; ähnlich für den klassischen Höhenunterschied Genf—St. Bernhard aus August-Beobachtungen (2071 gegen 2070,3 *m*).

Bei den Barometerformeln in nichtlogarithmischer Form will der Verf. die Saint-Robert'sche Formel etwas abändern, nämlich mit Benutzung der mittlern absoluten Temperatur der Luftsäule $\Theta = 273 + \frac{t_1 + t_2}{2}$ auf

$$h = 59\,\Theta\,\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}.$$

Aus Sommerbeobachtungen gab diese Formel für den bereits genannten Höhenunterschied Genf—St. Bernhard 2069 *m* statt der trigonometrischen 2070,3, während die Babinet-sche Formel 2063 *m* lieferte. Man darf übrigens barometrische Höhenformeln nicht allein nach solchen einzelnen Zahlen beurtheilen.

Auch für die thermometrische Höhenbestimmung stellt der Verf. im Anschluss an die Formeln von Köppen und Mendelejew neue Formeln auf. *Hammer.*

Die Ueberführung des Wasserstoffs in den festen Zustand.

Von J. Dewar. *Compt. rend.* **129.** *S. 451. 1899.*

Schon vor längerer Zeit war Verf. mit Untersuchungen beschäftigt, den Wasserstoff in den festen Zustand überzuführen. Die Versuche wurden in der Art angestellt, dass man den flüssigen Wasserstoff unter sehr niedrigem Drucke verdampfen liess. Trotzdem bei

diesen Versuchen der Einfluss der Aussentemperatur dadurch unschädlich gemacht war, dass man den Wasserstoff in ein Dewar'sches Gefäss mit doppelter Wand brachte, welches seinerseits sich wieder in flüssigem Wasserstoff befand, konnte damals ein Resultat nicht erhalten werden.

Bei Gelegenheit der Vergleichung von Widerstandsthermometern im flüssigen Wasserstoff beobachtete nun Verf., dass an denjenigen Stellen, wo die Drähte durch Kautschukstopfen in das Gefäss eingeführt waren, stets kleine Quantitäten Luft durchsickerten. Die Wirkung dieser Luft auf den Wasserstoff, wenn der Druck auf weniger als 60 *mm* vermindert wurde, war sehr bemerkenswerth; denn der Wasserstoff verdichtete sich plötzlich zu einer schaumigen Masse. Der erste Eindruck war, man habe es hier mit fester Luft zu thun, welche mit flüssigem Wasserstoff getränkt sei. Indessen verdampft der weisse Schaum bei niedrigem Drucke, ohne eine merkliche Spur fester Luft zu hinterlassen, ausserdem schmilzt die Substanz, wenn der Druck etwa 55 *mm* erreicht, was beides für festen Wasserstoff spricht. Der Misserfolg der ersten Untersuchung muss einer Unterkühlung des flüssigen Wasserstoffs zugeschrieben werden, welche im vorliegenden Falle durch die Berührung mit den metallischen Drähten und der festen Luft vermieden ist. Um die Frage endgiltig zu entscheiden, stellte Dewar folgenden Versuch an: Ein Ballon *C* von etwa 1 *l* Inhalt (vgl. die Figur) mit angeschmolzenem Manometer *D* sowie einer langen, gebogenen Glasröhre wurde mit reinem trockenem Wasserstoff gefüllt und dann zugeschmolzen. Der untere Theil *AB* der langen Röhre war kalibrirt und befand sich in flüssigem Wasserstoff, der einer schnellen Verdampfung unterworfen wurde. Der flüssige Wasserstoff sammelte sich dann in der Röhre *AB* an und konnte dort beobachtet werden, bis sich der Wasserstoff im äusseren Raume plötzlich unter einem Drucke von 30 bis 40 *mm* in eine weisse, schaumähnliche Masse verwandelte, die fast den ganzen zylindrischen Raum ausfüllte. Wurde jetzt der ganze Apparat umgestürzt, so konnte man keine Flüssigkeit entlang der Röhre in den Ballon *C* fliessen sehen, der Wasserstoff in *AB* war also fest geworden. Uebrigens konnte man dies auch direkt beobachten. Evakuirte man in dem äusseren Gefässe auf etwa 25 *mm*, so wurde die Masse allmählich durchsichtiger und man beobachtete dann im durchgehenden Lichte im unteren Theile von *AB* ein durchsichtiges Eis, dessen Oberfläche ein schaumiges Aussehen aufwies.

Dieser letzte Umstand hinderte eine Bestimmung der Dichte des festen Wasserstoffs, indessen wurde das Maximum der Dichte des flüssigen Wasserstoffs zu 0,086 gefunden; die Flüssigkeit hatte beim Siedepunkt die Dichte 0,07.

Der feste Wasserstoff schmilzt, wenn der Druck des gesättigten Dampfes etwa 55 *mm* erreicht. Die Schmelztemperatur des Wasserstoffschnees wurde bei einem Drucke von 35 *mm* mit zwei Wasserstoffthermometern zu 16° absolut gemessen. Unter Berücksichtigung des Siedepunktes des Wasserstoffs bei Atmosphärendruck von 21° absolut lässt sich die Spannung des gesättigten Dampfes des flüssigen Wasserstoffs unterhalb des Atmosphärendruckes durch die Formel $\log p = 6{,}7311 - \frac{83{,}28}{T}$ darstellen, wo T die absolute Temperatur bedeutet und p in *mm* ausgedrückt ist. Diese Formel giebt für 55 *mm* eine Temperatur von 16,7° absolut; der Schmelzpunkt des Wasserstoffs liegt also bei 16° bis 17° absolut.

Durch Verdampfung des festen Wasserstoffs lässt sich praktisch eine Temperatur von 14° bis 15° absolut herstellen.

Nebenbei bemerkt der Verf., dass der Schmelzpunkt des Wasserstoffs dadurch gegeben wird, dass man die absolute kritische Temperatur desselben (30° bis 32°) durch 2 dividirt. Aehnliches gilt für den Schmelzpunkt und die kritische Temperatur des Stickstoffs.

Die Versuche scheinen nach Ansicht des Verf. gegen die Hypothese zu sprechen, dass der Wasserstoff ein Metall sei. *Schl.*

Ueber eine Methode zur objektiven Darstellung und Photographie der Schnittkurven der Indexflächen und über die Umwandlung derselben in Schnittkurven der Strahlenflächen.

Von C. Leiss. *Sitzungsber. d. Berl. Akad.* **38.** *S. 42. 1899.*

Vor einiger Zeit hat Leiss (siehe das Referat in *dieser Zeitschr.* **19.** *S. 220. 1899*) das von Pulfrich angegebene Krystallrefraktoskop so modifizirt, dass sich mit demselben in bequemer Weise die objektive Darstellung und Photographie der geschlossenen Schnittkurven der Indexflächen vollziehen lässt. In der neuen Arbeit beschreibt Leiss nunmehr eine Methode, nach der

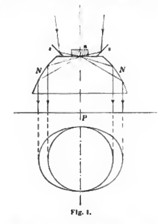


Fig. 1.

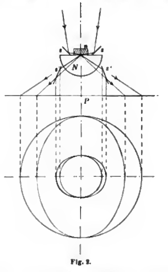


Fig. 2.

auch das Bild der Wellenfläche eines Krystalls auf experimentellem Wege direkt zur Anschauung gebracht werden kann (die betreffenden Apparate sind gesetzlich geschützt).

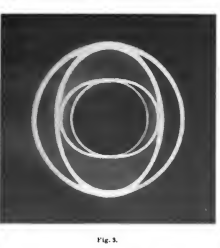


Fig. 3.

Die Versuchsanordnung ist in Fig. 1 dargestellt. Die Lichtstrahlen, deren Gang in der Figur durch Pfeile angedeutet ist, dringen nach ihrer Reflexion an dem spiegelnden Metallring *s* streifend in den Krystall *n* ein, werden nach ihrer Brechung an der Grenzfläche in dem aus stark brechendem Flintglas verfertigten, parabolischen Glaskörper *N* an dessen versilberter Fläche reflektirt, gelangen sodann auf den Auffangeschirm *P* und erzeugen hier, wie aus der Konstruktion der Figur leicht ersichtlich ist, direkt die Wellenfläche des Krystalls *n*.

Ein solches Bild der Schnittkurven der Strahlenflächen kann man aber auch erhalten, wenn man bei dem älteren Leiss'schen Refraktoskop für Photographie der Grenzkurven (Fig. 2) die Abbe'sche Glashalbkugel *N* mit einem konzentrischen, trichterförmigen oder besser paraboliscben (siehe Leiss, Ueber die objektive Darstellung der Schnittkurven der Strahlenflächen. *Sitzungsber. d. Berl. Akad.* **38.** *S. 178. 1899*) Spiegel *s'*

umgiebt. Wie aus der Fig. 2 leicht ersichtlich ist, besitzt diese Versuchsanordnung noch den Vortheil, dass man nacheinander erst ohne den Spiegel s' das Bild der Schnittkurven der Indexfläche und darauf mit dem Spiegel s' das Bild der Wellenfläche auf ein und derselben Platte photographisch zu fixiren vermag.

Fig. 3 ist eine Reproduktion einer mit der vorbeschriebenen Einrichtung ausgeführten Originalaufnahme; sie giebt das Bild der an einem parallel zur optischen Achse geschliffenen Kalkspathkrystall auftretenden Grenzkurven, wobei die beiden inneren Kurven die Wellenfläche darstellen. *Schck.*

Die genaue Kontrole der Wechselzahl eines Wechselstromes.

Von J. Zenneck. *Wied. Ann.* **68.** *S. 365. 1899.*

Um die Schwankungen in der Wechselzahl eines von einer Maschine gelieferten Wechselstromes sichtbar zu machen, benutzt Zenneck eine stroboskopische Methode. Er schickt den zu untersuchenden Wechselstrom in eine Spule, deren massiver Eisenkern am einen Ende hakenförmig umgebogen ist. Dann entsteht, wie Braun gezeigt hat (*Elektrotechn. Zeitschr.* **19.** *S. 204. 1898*), durch Zusammenwirken der magnetischen Kraftlinien und der Wirbelströme im Eisen im Innern des Hakens ein Drehfeld. Legt man den Haken um eine Braun'sche Kathodenstrahlröhre (vgl. *diese Zeitschr.* **17.** *S. 316. 1897*), so wird der Luminiszenzfleck, wenn eine *kontinuirliche* Entladung durch die Röhre geht, einen beileuchtenden Kreis beschreiben. Werden dagegen die Entladungen in der Röhre durch ein Induktorium hervorgerufen, das durch einen Stimmgabelunterbrecher betrieben wird, und ist n die Periode des Wechselstromes, $k\,n$ (k ganze Zahl) die des Stimmgabelunterbrechers, so bleiben von dem früher beobachteten Kreis auf dem Schirm der Kathodenröhre nur k Punkte übrig. Wird die Wechselzahl des zu untersuchenden Stromes kleiner oder grösser als n, so werden die übrigbleibenden Flecken im einen oder im anderen Sinne anfangen auf einem Kreise zu wandern. *E. O.*

Ueber Methoden zur Untersuchung langsamer elektrischer Schwingungen.

Von W. König. *Wied. Ann.* **67.** *S. 535. 1899.*

König benutzt die Lichtenberg'schen Staubfiguren, um die Schwingungen sichtbar zu machen, die in der Sekundärspule eines Induktoriums entstehen, wenn diese durch einen Kondensator geschlossen ist.

Die Versuche wurden mit einem Induktorium von Keiser & Schmidt in Berlin von 20 *cm* maximaler Funkenlänge angestellt. An die Pole des sekundären Kreises wurden Leydener Flaschen aus sehr dickem Glase gehängt; durch Oeffnen des primären Stromes wurden in diesem System elektrische Schwingungen erzeugt. Um dieselben sichtbar zu machen, verbindet man die Metallunterlage eines grösseren Harzkuchens mit dem einen Pol, eine Metallspitze, die der Kuchenoberfläche möglichst nahe gebracht wird, mit dem anderen. Führt man nun unmittelbar nach dem Stromöffnen des primären Kreises die Spitze rasch an der Kuchenoberfläche vorüber und bestreut die Fläche nachher mit einem Gemenge von Schwefel und Mennige, so erhält man abwechselnd gelbe und rothe Flecke entsprechend den abwechselnden Ladungen durch positive und negative Elektrizität.

Um mit dieser Methode Messungen zu machen, wird zunächst die Bewegung des Kuchens durch ein Fallpendel besorgt. Dieses besteht aus einem starken, vierkantigen Eisenstabe, der an einem kräftigen horizontalen Querstück als Drehungsachse befestigt ist; die Achse läuft zwischen Spitzen. Am unteren Ende trägt die Pendelstange eine Metallplatte, die mit einer dünnen Schicht von Asphaltlack überzogen ist. An die Stelle der Metallspitze tritt, um schärfere Bilder zu erhalten, ein schlechter Leiter, z. B. ein einige Zentimeter langer Strohhalm, der bei der Bewegung der Platte über die Lackschicht hinwegstreicht. Anstatt nun die Geschwindigkeit des Pendels zu messen, ist der Strohhalm als Schreibstift an der Zinke einer Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl befestigt. Der Stiel der Gabel wird mit dem einen Pol des Induktoriums, bezw. der inneren Belegung der Flaschen verbunden.

während das Pendel mit dem anderen Pol und der äusseren Belegung in Verbindung steht. Ein Hebel am Stromschlüssel des primären Kreises lässt das Pendel beim Oeffnen des primären Stromes los. Schlägt man vorher die Gabel an und lässt den Strohhalm über die Lackschicht streichen, so erhält man nach dem Bestäuben eine feine Wellenlinie, die sich abwechselnd aus rothen und gelben Strichen zusammensetzt. Man kann so die Schwingungsdauer der elektrischen Oszillationen in Vielfachen der bekannten Schwingungsdauer der Stimmgabel ermitteln. Statt der Bestäubungsmethode kann man auch den Stift auf einer photographischen Platte schreiben lassen; man erhält dann beim Entwickeln breitere und schmalere Striche, doch ist diese Methode unempfindlicher. Macht man die Lackschicht möglichst dünn und feuchtet man den Strohhalm etwas an, so gelingt es mit der Bestäubungsmethode noch Spannungen, die zwischen 10 und 20 Volt liegen, aufzuzeichnen. König hat deshalb auch die Methode empfohlen, um die Periodenzahl von Wechselstromzentralen zu messen.

Durch die weiteren Messungen König's sollte nun die Abhängigkeit der Schwingungsdauer im sekundären Kreis eines Induktoriums von der angehängten Kapazität geprüft werden. Vorläufige Versuche zeigten, dass die Schwingungsdauer des Systems mit der Amplitude stark veränderlich ist, solange das Induktorium den Eisenkern enthielt. Die folgenden Versuche wurden deshalb ohne Eisenkern ausgeführt. Es wurden neun Leydener Flaschen verschiedener Grösse im Kreise um das Induktorium herum so aufgestellt, dass der eine Pol des Induktoriums mittels desselben Drahtes mit den inneren Belegungen der einzelnen Flaschen verbunden werden konnte. Mit demselben Pol stand auch die Stimmgabel in Verbindung, während der andere Pol mit den äusseren Belegungen und dem Pendel selbst zur Erde abgeleitet war.

Für die einzelnen Flaschen, wie für möglichst verschiedene Kombinationen wurde dann die zugehörige Schwingungsdauer gemessen. Nach jedem Versuch wurde die Verbindung mit dem Induktorium gelöst und die angehängte Kapazität nach der Methode der Telephonbrücke mit einem Normal-Glimmerkondensator verglichen. Dabei waren alle Apparate in unveränderter Lage zu einander gelassen. Die angehängten Kapazitäten wurden zu 0,0016 bis 0,019 Mikrofarad gefunden. Wie es die Theorie erfordert, ergab sich der Quotient aus dem Quadrat der Schwingungsdauer und der Kapazität als eine Konstante. Daraus folgt, dass die Kapazität der sekundären Rolle für diese Messungen nicht mehr in Betracht kam. Da die Fehlergrenze der Messungen unter 1% liegt, so folgt daraus, dass die Kapazität der sekundären Rolle kleiner als $16 \cdot 10^{-12}$ Farad sein muss. Dies stimmt mit den Messungen von Walter, der diese Grösse für einen 30 *cm*-Induktor zu $1,1 \cdot 10^{-12}$ Farad und für einen 60 *cm*-Induktor zu $6,5 \cdot 10^{-12}$ Farad fand (vgl. *diese Zeitschr.* ***19.*** *S. 288. 1899*). Dabei ist aber nicht berücksichtigt, dass die Kapazität eines Kondensators mit festem Dielektrikum von der Schwingungszahl des benutzten Wechselstromes abhängt, wie es Hanauer beobachtet hat (vgl. *diese Zeitschr.* ***19.*** *S. 30. 1899*). Es könnte sein, dass dieser Einfluss das Vorhandensein einer merklichen Kapazität der sekundären Rolle gerade verdeckte. Diesen Einwand lässt König einstweilen bestehen. Aus Schwingungsdauer und Kapazität berechnet er die Selbstinduktion der eisenlosen Spule zu 134 Henry.

Schliesslich werden einige Versuche am Induktorium mit Eisenkern mitgetheilt. Durch Messungen bei verschiedenen Stromstärken wird der starke Einfluss der Schwingungsamplitude auf die Schwingungsdauer sichtbar gemacht. Die Schwingungsdauer mit Eisenkern wird rund dreimal so gross als ohne Kern ermittelt, sodass die Selbstinduktion der Spule durch den Eisenkern ungefähr neunmal so gross geworden ist. *E. O.*

Ueber die Abhängigkeit der Hysteresis von Eisen und Stahl von der Temperatur.

Von A. H. Thiessen. *Phys. Rev.* ***8.*** *S. 65. 1899.*

Thiessen untersuchte mehrere Eisensorten in Ringform nach der ballistischen Methode. Der Ring wurde zunächst mit Schellack bestrichen und mit Seide umwickelt; alsdann wurde eine Lage Kupferdraht aufgewickelt, um mittels Widerstandsmessung die Temperatur des

Eisenkernes bestimmen zu können. Nach einer weiteren isolirenden Schicht von Schellack und Seide wurde alsdann die primäre und sekundäre Wicklung für die magnetische Messung aufgewunden. Schliesslich wurde das Ganze mit einer Schicht Guttapercha umgeben, um schädliche Einflüsse der Temperaturbäder zu verhüten. Zunächst befand sich der Ring in einem Oelbad bei Zimmertemperatur; die zweite Messung wurde bei der Temperatur des siedenden Wassers ausgeführt, und schliesslich wurde eine dritte Messung gemacht, während sich der Ring in einer Kältemischung aus fester Kohlensäure und Aether befand. Es wurden im Ganzen vier Ringe untersucht. Zwei Ringe, *A* und *B*, bestanden aus weichem Schmiedeeisen; der eine hatte einen kreisförmigen, der andere einen quadratischen Querschnitt. Sie gaben beide im Wesentlichen dasselbe Resultat. Ring *C* war aus Werkzeugstahl, Ring *D* aus Nickelstahl gefertigt; *C* und *D* besassen einen rechteckigen Querschnitt und zwar so, dass die längere Seite senkrecht zur Ringebene stand. Die zu vergleichenden Zahlen, die bei verschiedenen Temperaturen gewonnen wurden, beziehen sich auf dieselbe maximale magnetisirende Kraft. Qualitativ verhielten sich alle vier Ringe gleichartig.

Weiches Schmiedeeisen (Stab *A*).

$\mathfrak{H}_{max} = 11,9$		$\mathfrak{H}_{max} = 2,60$		$\mathfrak{H}_{max} = 1,30$	
Temp.	Energieverlust in Erg	Temp.	Energieverlust in Erg	Temp.	Energieverlust in Erg
+ 95°	4010	+ 97°	1710	+ 97°	430
+ 20°	4580	+ 22°	1610	+ 21°	370
— 63°	5100	— 80°	1530	— 78°	270

Wie die für Stab *A* wiedergegebene Tabelle zeigt, nimmt bei einem genähert bis zur Sättigung magnetisirten Material der Hysteresisverlust mit abnehmender Temperatur zu; wendet man dagegen nur ganz schwache magnetisirende Kräfte an, so kehrt sich das Verhalten gerade um.

Andererseits rechnet Thiessen vermittels des Steinmetz'schen Gesetzes seine Resultate so um, dass er bei verschiedenen Temperaturen die Energieverluste berechnet, die zu denselben maximalen Induktionen gehören. Für Stab *A* findet er

Maximale Induktion $\mathfrak{B}_{max}$	Hysteresisverlust $t = -70°$ C.	$t = +20°$ C.	$t = +100°$ C.
2 000	423 Erg	397 Erg	333 Erg
5 000	1720 „	1620 „	1520 „
10 000	5070 „	4600 „	4030 „

Daraus geht hervor, dass für eine gegebene maximale Induktion der Energieverlust durch Hysteresis mit fallender Temperatur wächst. *E. O.*

Neu erschienene Bücher.

M. von Rohr, Theorie und Geschichte des photographischen Objektivs. gr. 8°. XX, 436 S. mit 148 Textfig. u. 4 lith. Tafeln. Berlin, J. Springer 1899. 12,00 M.

„Wenn auf den nachstehenden Seiten der Versuch gemacht ist, die Theorie und geschichtliche Entwicklung des photographischen Objektivs eingehender zu behandeln, so bedarf das wohl keiner ausführlichen Rechtfertigung. Viel Zeit und Mühe ist von Konstrukteuren photographischer Objektive, wie auch von einer ganzen Reihe von Autoren theoretischer Arbeiten ganz unnöthig aufgewandt worden, um längst Bekanntes wieder aufzufinden; ebenso ist in den vorhandenen, theilweise sehr eingehenden Beschreibungen gangbarer photographischer Objektive eine Verfolgung des Werdegangs des photographischen Objektivs und seiner theoretischen Behandlung nur in beschränktem Maasse zu finden. Demgegenüber habe

ich versucht, möglichst alles aufzufinden, was über die Entstehung, die Eigenschaften und das Schicksal der bisher vorgeschlagenen Objektivtypen bekannt geworden ist, und biete es nun in einer chronologisch, sowie nach den mitwirkenden drei Hauptnationalitäten geordneten Darstellung den interessirten Kreisen als eine *Geschichte des photographischen Objektivs* dar."

Der historischen Darstellung ist ein Abriss der Theorie des photographischen Objektivs vorausgeschickt. Um die vielfach durch Irrthümer sich durchringende Entwicklung vom rechten Standpunkt übersehauen zu können, soll der Leser zunächst auf den Boden der heutigen Anschauungen gestellt werden. Die Gesetze und Regeln, nach denen die Abbildung bei diesem Instrument erfolgt, werden entwickelt und veranschaulicht; dabei wird das Ziel, die Darstellung der besonderen optischen Verhältnisse beim photographischen Objektiv, fest im Auge behalten, die theoretischen Erörterungen werden durch vielfache Hinweise auf konkrete praktische Fälle in glücklicher Weise belebt.

Der theoretische Theil beginnt mit dem Abschnitt über die allgemeinen Grösse- und Lagebeziehungen. Der Verf. beschränkt sich auf zentrirte optische Systeme. Von den Voraussetzungen eindeutiger Abbildung durch geradlinige Strahlen und der Unabhängigkeit der Sammelwirkung von der Bewegungsrichtung des Lichts ausgehend, gelingt es ihm, mit den einfachen Hülfsmitteln der Elementargeometrie die von Abbe erweiterte Gauss'sche Theorie abzuleiten. Dann wird der Einfluss der Strahlenbegrenzung durch Blenden untersucht, welche stets kreisförmig und konzentrisch zur Achse angenommen werden. Die Darstellung wird besonders übersichtlich durch Einführung der unendlich engen Aperturblende, deren Ort allein die Art der Perspektive und die primären Ausdrücke für Lichtvertheilung und Gesichtsfeldgrösse bestimmt. Dem Verf. ist es dabei weniger darum zu thun, umfassende Formeln zu geben, als vielmehr die Grundzüge der Behandlung festzustellen und die richtigen Gesichtspunkte für die Beurtheilung dieser Verhältnisse zu finden.

Im folgenden Abschnitt (Abweichungen vom idealen Strahlengange) werden die Unvollkommenheiten der Abbildung bei den gebräuchlichen optischen Systemen studirt. Die Natur der Aberrationen, die durch sie bewirkte Bildverschlechterung, die Kriterien für die Beseitigung derselben und die dazu dienenden Mittel erfahren eine gründliche Darlegung, die durch viele Zeichnungen unterstützt wird. Die Theorie der Bildfehler ausser der Achse ist für das photographische Objektiv von besonderer Wichtigkeit; die Korrektion derselben ist das Hauptziel der geschichtlichen Entwicklung gewesen. Anderseits hat die Möglichkeit einer objektiven Prüfung der Bildgüte den theoretischen Untersuchungen erst Halt und Richtung gegeben. Die Darstellung des Verf., der durch seine Stellung in einem optischen Betriebe mit den praktischen Verhältnissen vertraut geworden ist, gewinnt so erhöhtes Interesse. Hier sind auch die Methoden der graphischen Darstellung der Bildfehler auseinandergesetzt, welche später dazu dienen, die Leistung der verschiedenen Objektivtypen zu veranschaulichen und so den Leser in den Stand setzen, sich ein sicher begründetes Urtheil über den Werth der verschiedenen Konstruktionen zu bilden. Zu dem Zweck sind dem Werk 4 Tafeln angehängt, welche für die Portraitobjektive (11 Konstruktionstypen), die Universalobjektive (22), die Weitwinkelobjektive (9) und die Landschaftslinsen mit Vorderblende (6) die Zeichnung des Objektivs in natürlichem Maassstab, die Kurven für die Abweichung von der sphärischen Korrektion und der Sinusbedingung, sowie die Kurven der Bildkrümmung für die sagittalen und meridionalen Büschel geben. Im Text sind die Zeichnungen der Objektivformen wiederholt und die zahlenmässigen Daten für die Radien, Dicken und Abstände, sowie die Glasarten, die übrigens auch in den Zeichnungen durch verschiedene Schraffirung als Flint, gewöhnliches Crown und hochbrechendes Crown unterschieden sind, unter Mittheilung der Quellen beigefügt. Daselbst finden sich auch die Darstellungen der Objektive, für die nur Zeichnungen oder doch unvollständige Daten vorlagen. Alle Angaben sind auf die Brennweite von 100 *mm* umgerechnet. Es ist klar, wie sehr durch dies Alles die bequeme Vergleichung der Objektive gefördert wird, es wäre daher zu wünschen, dass das Verfahren des Verf. allgemeine Aufnahme fände. Der Verf. zeigt ferner, wie die Isopiethenmethode benutzt werden kann, um die vereinigte Wirkung der sphärischen und chromatischen Abweichung

in der Achse zu beschreiben. Als Beispiel sind zwei in dieser Hinsicht besonders gut korrigirte Objektive, J. Petzval's Portraitobjektiv und P. Rudolph's Planar, ausgewählt.

Im Anhang werden die Umkehr-Spiegel und -Prismen, die katadioptrischen Störungserscheinungen (hier ist eine Aufnahme der 6 hellen Flecke eines symmetrischen Objektivs älterer Konstruktion von R. Schüttauf eingefügt) und die Lichtverluste durch Reflexion und Absorption besprochen.

Wenden wir uns nun zum historischen Theil. Durch die Entwicklung der Optik der *Camera obscura* war der photographischen Optik schon vorgearbeitet worden. Nicht nur hatte man sich mit den Umkehrapparaten beschäftigt, auch die Konstruktion des Objektivs war der Gegenstand von Versuchen und Studien gewesen. W. H. Wollaston hatte die Vortheile eines Meniskus mit geeignet aufgestellter Blende für die Erzielung von Schärfe über ein ausgedehntes Gesichtsfeld erkannt und G. B. Airy hatte für eine einfache, dickenlose Linse Verzeichnung, Bildwölbung und Astigmatismus analytisch behandelt.

Die nun folgende historische Darstellung ist, wie schon bemerkt, nach den mitwirkenden drei Hauptnationalitäten gegliedert. Zunächst werden wir mit der französisch-italienischen Optik bekannt. Unter den praktischen Optikern ist ausser Ch. Chevalier (derselbe führte die französische Landschaftslinse und ein Doppelobjektiv ein, dessen Konstruktion die Satzidee, freilich noch in roher Form, zu Grunde lag) namentlich J. Porro, der Erfinder des Teleobjektivs, hervorzuheben, der im Besitz tüchtiger theoretischer Kenntnisse war und auf Grund derselben die Konstruktion des Aplanaten und des konzentrischen Objektivs selbstständig gefunden zu haben scheint. Doch fällt die Thätigkeit des ersteren in die Anfänge, die des zweiten war mehr gelegentlicher Natur; sonst findet sich wenig originales Schaffen, nur die Satzidee wird mit besonderer Vorliebe weiter ausgebildet. Für die rechnerische Behandlung der Bildfehler finden sich wohl mannigfache Ansätze von P. Breton (de Champ) bis A. Martin; für den Werth eines dauernden Zusammenarbeitens von rechnender und praktischer Optik hat bei den Vertretern der letzteren jedoch im Allgemeinen wenig Verständniss geherrscht.

In der Geschichte der englischen Optik interessirt besonders die Zeit von 1857 bis 1865. Zwar treten uns auch in dem vorhergehenden Zeitabschnitt beachtenswerthe Leistungen entgegen, so die Versuche von A. Ross und Th. Davidson zur Konstruktion neuer Typen, die theoretischen Studien von J. Th. Towson und die praktischen von A. Ross über Fokusdifferenz; doch wurde erst mit dem Erscheinen des Petzval'schen Landschaftsobjektivs das Interesse an den Problemen der photographischen Optik in weiteren Kreisen geweckt; es begann „der Wettlauf um das verzeichnungsfreie Objektiv“. Als Konstrukteur ist namentlich der zu früh verstorbene J. T. Goddard zu nennen, der einen ernsteren Versuch zur rechnerischen Behandlung der Bildfehler ausser der Achse unternahm. Er suchte das Petzval'sche Landschaftsobjektiv so zu modifiziren, dass völlige Verzeichnungsfreiheit erreicht wurde. Er scheint dies Ziel auch mit einer Konstruktion erreicht zu haben, die einer später von Th. R. Dallmeyer auf den Markt gebrachten Landschaftslinse sehr ähnlich ist. In diese Zeit fallen auch die ersten Versuche mit Objektiven nach dem Triplettypus, der erst in jüngster Zeit von H. D. Taylor zu grösserer Vollkommenheit gebracht wurde. Hier lernen wir ferner die Vorläufer des Aplanaten (besonders Th. Grubb's *aplanatic lens*) und der *concentric lens* kennen. Das erste unsymmetrische Objektiv, das praktisch frei von Verzeichnung ist, wird von Th. Ross in der verbesserten Form der *collen lens* seines Vaters herausgegeben.

Auch auf theoretischem Gebiet herrscht reges Leben. Ueber den vorgeschrittenen Standpunkt in der Verzeichnungsfrage ist vom Verf. bereits in *dieser Zeitschr. 18. S. 4. 1898* berichtet worden. Auch über die Lichtabnahme nach dem Rande des Gesichtsfeldes liegen recht vollständige Untersuchungen von Th. Grubb und R. H. Bow vor. Eine ganze Reihe von Ausgleichsverfahren, die zumeist auf der Einschaltung geeigneter Blenden beruhen, eines jedoch auf Absorption, werden vorgeschlagen. Hervorhebung verdienen noch die Arbeiten von Th. Grubb und einem Anonymus T. H. über die Tiefe der Schärfe und über Perspek-

tive, sowie die Artikel von **Th. Grubb**, welche sich auf Unterscheidung von objekt- und bildseitigem Gesichtsfeldwinkel und auf die von wahrer und scheinbarer Oeffnung beziehen.

Die Entwicklung der deutschen Photooptik ist im Wesentlichen an die Arbeiten einiger hervorragender Männer geknüpft, die im Besitz des erforderlichen mathematischen Rüstzeugs und in Verbindung mit tüchtigen optisch-mechanischen Betrieben die Aufgabe, die Konstruktion des photographischen Objektivs zu verbessern, mit Erfolg in Angriff nahmen. Dementsprechend ist auch das Ziel der theoretischen Arbeiten fast ausschliesslich die mathematische Behandlung der Bildfehler.

So bekannt auch das Portraitobjektiv in der ganzen photographischen Welt ist, so haben doch die Verdienste **J. Petzval's**, „des Altmeisters der deutschen Photooptik", nicht die Würdigung erfahren, welche namentlich der Bedeutung seiner theoretischen Untersuchungen entspricht. Von diesen giebt der Verf. eine eingehende Analyse; auch von den mannigfachen Bestrebungen in Gemeinschaft mit verschiedenen praktischen Optikern erhalten wir hier ein vollständigeres Bild.

Die Vorgeschichte des Aplanaten hatten wir bereits bei der englischen Optik berührt. Die Vorgänger **A. Steinheil's** in der Erfindung des Aplanaten sind meist unbeachtet geblieben, immerhin gebührt ihm das Verdienst, mit Hülfe des trigonometrischen Rechenverfahrens für diese Konstruktion die endgültigen Formen gefunden zu haben. Der Verf. zeigt die Entwicklung an vier verschiedenen Typen. Wie **Steinheil** später mit den beiden Portraitaplanaten und den verschiedenen Konstruktionen nach dem Antiplanet-Prinzip zu unsymmetrischen Formen überging und so die Leistung seiner Objektive immer weiter steigerte, soweit es wohl überhaupt mit den alten Gläsern möglich war, können wir im Einzelnen verfolgen.

Die Geschichte des Anastigmaten, in so naher Vergangenheit sie auch liegt, bietet viel Interessantes, ganz abgesehen davon, dass objektive Darstellung der Thatsachen, wo so viel Streit der Parteien geherrscht hat, erwünscht war. Es wird gezeigt, wie geringen Erfolg die theoretisch bedeutsamsten Verwendungen der Barytgläser von Seiten **M. Mittenzwei's** und **H. Schröder's** hatten. Die Behauptung, dass das Prinzip des **Rudolph**'schen Anastigmaten, dessen Entwicklung durch die verschiedenen Typen natürlich genau verfolgt wird, bereits im Antiplaneten vorweggenommen sei, wird bekämpft. Die Wichtigkeit der **Rudolph**'schen Abhandlung über Astigmatismus als Ergänzung des **Petzval**'schen Theorems wird hervorgehoben. Ferner möge auf die interessante Ableitung der verschiedenen möglichen anastigmatischen Einzellinsen aus dem Anastigmatdoublet aufmerksam gemacht werden.

Am Schluss wird unter anderem eine hübsche Uebersicht über die verschiedenen Anamorphot-Konstruktionen gegeben.

Nicht unerwähnt darf bleiben, dass eine ausführliche Geschichte des optischen Glases eingeschaltet ist, die bisher fast nur in **Fraunhofer's** Schriften oder, soweit es sich um sekundäres Spektrum handelte, gelegentlich gestreift war. Wie **Guinand-Fraunhofer's** Kunst unter eigenthümlichen Schicksalen sich in Frankreich und England einbürgerte und die Versuche zur Verbesserung des optischen Glases, wenn auch in bescheidenem Maasse, fortgeführt wurden, wird Manchem von Interesse sein.

Zur Geschichte der bedeutenderen optischen Werkstätten und der Entstehung der ersten photographischen Zeitschriften sind manche lesenswerthe Bemerkungen in den Text eingeflochten. Notizen über das Leben der wichtigsten Persönlichkeiten bilden eine willkommene Zugabe.

Das angehängte, mit grosser Sorgfalt hergestellte Literaturverzeichniss, welches eine für die gegenwärtige Zeit wohl ziemlich vollständige photooptische Bibliographie unter Rücksichtnahme auf primäre und sekundäre Quellen bildet, zeugt für das gründliche Quellenstudium des Verf. Dass von den wichtigeren Arbeiten im Text eine genaue Analyse gegeben ist (durch kleineren Satz kenntlich gemacht), braucht wohl kaum hervorgehoben zu werden. Nicht nur in dem auf die Vorarbeiten verwendeten Fleiss, besonders auch in dem lebendigen, fortreissenden Ton des Vortrags ist die glückliche historische Begabung des Verf. zu erkennen. *A. K.*

A. Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik; Bd. 3. Die Lehre vom Magnetismus und von der Elektrizität mit einer Einleitung: Grundzüge der Lehre vom Potential. Fünfte, vielfach umgearbeitete und verbesserte Auflage. gr. 8°. XV, 1415 Seiten m. 341 Fig. Leipzig, B. G. Teubner 1897.

Der dritte Band des bekannten Wüllner'schen Lehrbuchs der Experimentalphysik hat in seiner fünften Auflage keine eingreifenden Aenderungen gegen die letzte Auflage erfahren.

Aus der Seitenzahl, welche von 1231 auf 1415 gestiegen ist, kann man ersehen, wie ausführlich die Elektrizitätslehre vom Verf. behandelt worden ist. Neben den experimentellen Untersuchungen, von deren ersten Anfängen an, ist auch die Theorie der einzelnen Erscheinungen in ausreichendem Maasse berücksichtigt, sodass man sich in den meisten Gebieten über alles physikalisch Wissenswerthe eingehend informiren kann. Indessen zeigen sich auch manche auffallende Mängel, besonders in Folge Nichtberücksichtigung der neueren Fortschritte auf mehreren Gebieten, worauf weiter unten näher eingegangen wird. Die Einleitung des dritten Bandes (Potentialtheorie) und die beiden ersten Abschnitte (Magnetismus und Reibungselektrizität) sind gegen früher nicht wesentlich vergrössert worden; durch Kürzungen an einigen Stellen war es möglich, manches Neuere einzufügen. Dagegen hat der dritte und vierte Abschnitt (Galvanismus und Wirkung des Stromes ausserhalb des Stromkreises) erheblich an Umfang gewonnen. Ganz neu hinzugekommen ist das letzte Kapitel (Elektrische Schwingungen), das zugleich die Grundlage für die im vierten und letzten Band (Optik) darzustellende elektromagnetische Lichttheorie bilden soll; aus diesem Grunde ist nunmehr auch, wie schon früher erwähnt, die Optik in den letzten Band verwiesen worden. In diesem neuen Kapitel (von 75 Seiten Umfang) werden die oszillatorischen Entladungen der Kondensatoren, die Schwingungen geöffneter Induktionsspiralen, sowie die Hertz'schen Schwingungen behandelt. Daran schliessen sich die Betrachtungen über die Fortpflanzung elektrischer Schwingungen an Drähten, die Erscheinung der multiplen Resonanz und die Messung der Dielektrizitätskonstante; den Schluss bildet die Maxwell'sche Theorie der Fortpflanzung elektrischer Wellen in dielektrischen Medien und die Bestätigung dieser Versuche durch Hertz. Die Röntgen-Strahlen werden im dritten Kapitel des letzten Abschnittes (Elektrische Induktion) besprochen. Ferner sind als neue Zusätze unter Anderem noch zu erwähnen die chemisch-physikalischen Untersuchungen über die elektromotorischen Kräfte, ferner die über elektrolytische Leitung und ihren Zusammenhang mit Diffusion und Dissoziation, die Theorie der Konzentrationsströme nach Helmholtz, diejenige der elektromotorischen Kräfte im Elektrolyten nach Nernst u. s. w. Die Anordnung des Stoffs schliesst sich, ganz wie früher, im Grossen und Ganzen der historischen Folge an, in welcher sich dieser Zweig der Physik entwickelt hat; der Verf. glaubt, dass der Lernende auf diesem Weg am leichtesten in das schwierige Gebiet der elektrischen und magnetischen Erscheinungen eindringen wird. Dieser Ansicht kann man an und für sich gewiss nur beistimmen; es ist zweifellos für das Verständniss einer Materie nur nützlich, den Gang ihrer Entwicklung und auch die mannigfachen Irrgänge kennen zu lernen, auf welchen man schliesslich zu den jetzt herrschenden Anschauungen gelangt ist. Der mehr historische Theil darf aber keinesfalls einen so breiten Raum einnehmen, dass das Neuere darunter zu leiden hat, dass manches nur als Anhängsel behandelt wird, anderes sogar keine Aufnahme findet. Leider ist dies aber bei dem sonst so ausführlichen Buch vielfach der Fall; es ist daher in manchen Dingen nicht modern. Der Lernende muss dadurch unbedingt einen falschen Begriff von dem jetzigen Stand der Wissenschaft, der ihm zu Gebote stehenden Methoden und Hülfsmittel gewinnen, deren Verbesserungen und Vereinfachungen zu nicht geringem Theil den grossen Fortschritten auf dem Gebiet der Elektrotechnik zu danken sind. Zur näheren Erläuterung hiervon möchte ich einige Punkte herausgreifen; vielleicht berücksichtigt sie der Verf. in einer nächsten Auflage. So ist es z. B. gewiss sehr lehrreich für den Anfänger, wenn er die Stromstärke mittels des Knallgasvoltameters und der Tangentenbussole messen lernt, indessen wird man ihm doch auch nicht verschweigen dürfen, dass es jetzt viel bequemere

und sehr genaue Methoden für diesen Zweck giebt, welche sogar die Stromstärke direkt in absolutem Maass liefern: Die Messungen mit den aperiodischen Präzisionsinstrumenten nach dem Prinzip von Deprez-d'Arsonval, sowie mittels des Kompensationsapparates in Verbindung mit Normalelementen. Diese Messmethoden finden jetzt sowohl zur Bestimmung von Stromstärken, wie von Spannungen und Widerständen immer weitere Anwendnng, sind aber in dem Buche nicht berücksichtigt. Auch das Silbervoltameter hat nicht die gebührende Berücksichtigung gefunden, welche ihm als gesetzliches Maass der Stromstärke zukommt, im Sachregister ist es gar nicht enthalten. Dass das Telephon, Mikrophon, ebenso Telegraphenapparate u. s. w. nicht beschrieben sind, wenigstens kurz im Prinzip, muss doch wohl befremden. Die Namen von Reis, Bell, Morse, ebenso auch z. B. Edison, Tesla und andere mehr sucht man vergebens im Namenregister und anderswo. Vielleicht geschieht dies in der Absicht, alles irgendwie Technische aus dem Buche fortzulassen. Das kann indessen nicht mehr als Grund angenommen werden bei den Galvanometern und doch ist z. B. weder das Thomson'sche astatische Galvanometer, noch das von du Bois und Rubens erwähnt, wegen des knappen Raumes wird auf Wiedemann's Elektrizitätslehre verwiesen. Diese Instrumente müssten doch in einem ausführlichen Lehrbuch der Elektrizität enthalten sein, ebenso wie z. B. das Vibrationsgalvanometer von Rubens. Auch die Methoden zur Messung der magnetischen Grössen sind unvollständig und nicht dem jetzigen Stand der Wissenschaft entsprechend, weder die Jochmethode ist angegeben, noch die du Bois'sche Waage oder das Instrument von Siemens & Halske. Beim Magnetismus tritt ausserdem sehr störend die durch die historische Darstellung bedingte, künstliche Auseinanderreissung der Erscheinungen im permanenten Magneten und der elektromagnetischen Vorgänge hervor; auch bei anderen Dingen findet sich diese Auseinanderreissung, ohne dass ein Hinweis von früher auf später gemacht wird; z. B. sind die Primärelemente unter „Entstehung des galvanischen Stromes", die Akkumulatoren unter Wirkung desselben besprochen. Dass die Elektrotechnik nebensächlich behandelt wird, kann man einem physikalischen Werk nicht zum Vorwurf machen; indessen dürfte doch wenigstens das Wesen des Drehstroms erläutert werden; der Name Ferraris ist gar nicht genannt. Dies Alles sind doch entschieden Mängel, die in einer neuen Auflage eines so ausführlichen Werkes nicht vorhanden sein sollten. Falls Platzmangel die Ursache ist, so dürfte es angebracht sein, lieber Manches von dem Alten über Bord zu werfen, anderes kürzer zu behandeln, um Platz zu gewinnen für das, was nun fortgeblieben ist. Dadurch würde das Buch bedeutend an Brauchbarkeit gewinnen, während es in dieser Gestalt in vieler Beziehung unvollständig ist. Es wäre daher zu wünschen, dass der Hr. Verfasser in einer späteren Auflage die modernen Anforderungen mehr berücksichtigte, wodurch der Werth des Buches noch erheblich erhöht werden würde. *W. J.*

W. Klinkerfues, Theoretische Astronomie. 2. Aufl. v. Assist. Dr. H. Buchholz. 4°. XVII, 935 S. m. Fig. u. Bildniss. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. 34,00 M.; geb. in Halbfrz. 36,00 M.

A. Wüllner, Lehrbuch d. Experimentalphysik. 5. Aufl. 4. Bd. Die Lehre von der Strahlung. 2. Halbbd. gr. 8°. XII u. S. 513 bis 1042 m. 152 Fig. u. 3 lith. Taf. Leipzig, B. G. Teubner. 7,00 M.

A. Haas, Lehrbuch d. Integralrechnung. 2. Thl. gr. 8°. VIII, 284 S. m. 246 vollst. gelösten Aufgaben, 163 Fig. u. 137 Erklärgn., nebst ausführl. Formelverzeichniss. Stuttgart, J. Maier. 9,00 M.

L. Bianchi, Vorlesungen üb. Differentialgeometrie. Uebers. v. M. Lukat. 3. Lfg. gr. 8°. XVI u. S. 529 bis 659. Leipzig, B. G. Teubner. 4,00 M. (Vollst. 22,60 M.)

J. A. Serret, Lehrbuch d. Differential- u. Integral-Rechnung. Deutsch v. A. Harnack. 2. Aufl. v. G. Bohlmann. 2. Bd. Integralrechnung. gr. 8°. XII, 428 S. m. 55 Fig. Leipzig, B. G. Teubner. 8,00 M. (Vollst. 18,00 M.)

Namen- und Sach-Register.



Verlag von Julius Springer in Berlin N. — Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.

ZEITSCHRIFT

für

INSTRUMENTENKUNDE.

Organ

für

Mittheilungen aus dem gesammten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

Redaktion: Prof. Dr. **St. Lindeck** in Charlottenburg-Berlin.

Neunzehnter Jahrgang.

1899.

12. Heft: Dezember.

Inhalt:

Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1899.

Hierzu: Beiblatt (Deutsche Mechaniker-Zeitung). — Nr. 22, 23 u. 24.

Druck von Gustav Schade (Otto Francke) in Berlin N.


3 9015 03551 2725
UNIVERSITY OF MICHIGAN

